education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

WISKUNDE

EKSAMENRIGLYNE

GRAAD 12
2009

Hierdie riglyndokument bestaan uit 24 bladsye.

Kopiereg voorbehou

WISKUNDE

EKSAMENRIGLYN

- Hierdie riglyndokument moet saam met met die Nasionale Kurrikulumverklaring (NKV), die Vakassesseringsriglyne (VAR'e): Wiskunde – Januarie 2008 en die Leerprogramriglyne (LPR'e) vir Wiskunde- Januarie 2008, gelees word.

- Die Kern- ('core') assesseringstandaarde sal in Vraestel 1 en 2 getoets word en die Opsionele Assesseseringstandaarde sal in Vraestel 3 in die 2009 tot 2012 finale Graad 12-eksamen getoets word.

WISKUNDE-EKSAMENVRAESTELLE VIR GRAAD 10, 11 EN 12

1. GRAAD 10 EN 11

Die einde-van-die-jaar-eksamenvraestelle vir Graad 10 en 11 sal intern opgestel, intern gemerk en intern gemodereer word, tensy anders aangedui deur die provinsiale departemente van onderwys.

Tabel 1: Voorgestelde aantal eksamen-vraestelle en tye vir Graad 10 en 11

	GRAAD 10	GRAAD 11
KWARTAAL 2	Vraestel 1: 2 uur (100 punte)	Vraestel 1: 2 uur (100 punte) Vraestel 2: 2 uur (100 punte) Vraestel 3: diskresie van skool
KWARTAAL 4	Vraestel 1: 2 uur (100 punte) Vraestel 2: 2 uur (100 punte) Vraestel 3: minimum van 1 uur indien aangebied (ten minste 50 punte)	Vraestel 1: 3 uur (150 punte) Vraestel 2: 3 uur (150 punte) Vraestel 3: 2 uur indien aangebied (100 punte)

2. GRAAD 12

Die einde van die jaar finale Graad 12 word nasionaal opgestel, gemerk en gemodereer.

Eksterne assessering

Die eksterne Wiskunde-eksamen dek die Assesseringstandaarde van Graad 11 en 12. Die eksamen bestaan uit twee verpligte vraestelle (Vraestel 1 en Vraestel 2) en een opsionele Vraestel (Vraestel 3). Die struktuur, tydsduur en punte van die Graad 12 nasionale Wiskunde-eksamen word in Tabel 2 weergegee:

Tabel 2: Opsomming van die Nasionale Senior Sertifikaat Eksterne Graad 12-assessering

EKSAMENVRAESTEL	LEERUITKOMSTE	TYDSDUUR	TOTAL PUNTE
Vraestel 1	LU1 en LU2 (sien Bylae 1)	3 uur	150 punte
Vraestel 2	LU3 en LU4 (sienBylae 1)	3 uur	150 punte
Vraestel 3	LU3 en LU4 (sien Bylae 2)	2 uur	100 punte

Die aard van Wiskunde is sodanig dat kennis verkry in vroeër grade aanvaar word in latere grade en as sulks geïnkorporeer is in die assesseringstake en eksamens.

Die Nasionale Senior Sertifikaat Wiskunde-eksamen sal saamgestel word in lyn met die gewigswaardes soos aangedui in Tabel 3. Die moeilikheidsgraad van die wiskundevrae in die eksamen sal in lyn wees met die taksonomiese vlakke aangedui in Tabel 4. In Tabel 5 word `n gedetailleerde verduideliking gegee van die taksonomiese kategorieë van wiskundige verwagtings.

Tabel 3: Voorgestelde riglyn vir punte verspreiding vir Wiskunde NSS-vraestelle vanaf Graad 10 - 12

Punteverspreiding vir Wiskunde NSS-vraestelle : Graad 10 - 12				
VRAESTEL 1 : Boekwerk maks 6 punte				
LU	**Beskrywing**	**Gr 10**	**Gr 11**	**Gr. 12**
1	Rye & Reekse	± 20	± 35	± 30
1	Annuïteite & Finansies	± 20	± 25	± 15
2	Funksies & Grafieke	± 35	± 50	± 35
2	Algebra en Vergelykings (en ongelykhede)	± 25	± 25	± 20
2	Calculus			± 35
2	Linieêre Programmering		± 15	± 15
	TOTAAL	100	150	150
VRAESTEL 2: Boekwerk 0 punte				
LU	**Beskrywing**	**Gr 10**	**Gr 11**	**Gr 12**
3	Meting (oppervlak en volume)	± 10	± 10	
3	Koördinaat-meetkunde	± 20	± 35	± 40
3	Transformasies	± 15	± 20	± 25
3	Trigonometrie	± 25	± 50	± 60
4	Datahantering	± 20	± 35	± 25
	TOTAAL	100	150	150
VRAESTEL 3 : Boekwerk max 15 punte				
LU	**Beskrywing**	**Gr 10**	**Gr 11**	**Gr 12**
1	Rekursief gedefinieerde reekse			± 5
3	Meetkunde	± 15	± 50	± 40
4	Beskrywende Stats & Interpretasie	± 10	± 20	± 20
4	Waarskynlikheid	± 25	± 30	± 20
4	Bivariaat-data			± 15
	TOTAAL	50	100	100

LET WEL:

- Modellering as ‘n proses moet by alle vraestelle ingesluit word, dus kan konteksvrae in enige afdelings gevra word.
- Vrae sal nie noodwendig in afdelings ingedeel word soos in bogaande tabel aangedui nie. Verskeie afdelings kan in dieselfde vraag geïntegreer word.
- Rekursief gedefinieerde reekse sal soms gebruik word om van die punte van bivariaat-data-vrae te vervang.

3. TAKSONOMIESE DIFFERENSIASIE VAN VRAE

Tabel 4: Taksonomiese differensiasie van vrae in Graad 12-vraestelle

TAKSONOMIESE KATEGORIEë	GESKATTE VERHOUDINGS IN VRAESTEL		
	%	150 punt Vraestel	150 punt Vraestel
Kennis	± 25	25 – 35	25 – 35
Uitvoer van roetineprosedures	± 30	30 – 40	30 - 40
Uitvoer van komplekse prosedures	± 30	30 – 40	30 - 40
Probleemoplossing	± 15	15 – 25	15 – 25

Bogaande Taksonomiese kategorieë is gebaseer op die 1999 TIMSS Wiskunde Waarnemings.
Die vier kategorieë van kognitiewe vlakke en hul verwante vaardighede word omskryf in Tabel 5.

Tabel 5: Tabel met beskrywings van kognitiewe vlakke en hul verwante vaardighede

KOGNITIEWE VLAKKE	VERDUIDELIKING VAN VAARDIGHEDE WAT GEDEMONSTREER MOET WORD
KENNIS (25%)	• Algoritmes • Skatting; toepaslike ronding van getalle • Stellings • Direkte heroepping • Identifisering vanaf inligtingsblad • Eenvoudige wiskundige feite • Kennis en gebruik van toepaslike terminologieë • Kennis en gebruik van formules
ROETINE PROSEDURES (30%)	• Probleme is nie noodwendig onbekend nie en kan die integrering van verskillende LUs bevat. • Uitvoer van welbekende prosedures • Eenvoudige toepassings en berekeninge wat stappe insluit en wat interpretasie van die gegewe inligting mag insluit. • Identifisering en manupilering van formules
KOMPLEKSE PROSEDURES (30%)	• Probleme is grootliks onbekend en daar word van leerders verwag om probleme op te los deur verskillende LUs te integreer. • Probleme het nie `n direkte pad na die oplossing nie, maar omvat: - die gebruik van hoër orde berekenings-vaardighede en redenering om die probleem op te los. - wiskundige redenasie prosesse. • Hierdie probleme is nie noodwendig in die elke dag wêreld konteks gesetel nie en mag abstrak gestel wees wat redelike komplekse prosedures benodig om die probleem op te los.

PROBLEEM-OPLOSSING(15%)	• Oplos van nie-roetine, nie-bekende probleme deur die demonstrasie van hoër orde insig en kognitiewe prosesse. • Interpretasie en ekstrapolering vanuit oplossings verkry deur die oplos van probleme in onbekende kontekste. • Gebruik van hoër orde kognitiewe vaardighede en redenering om nie-roetine probleme op te los • Moet in staat wees om die probleem in sy onderafdelings op te breek – identifisering van wat benodig word om die probleem op te los en dus gepaste metodes te gebruik in die oplossing. • Nie-roetine probleme gebaseer op werklike kontekste

3. DOEL VAN DIE VERDUIDELIKING VAN DIE ASSESSERINGSTANDAARDE

- Die verduideliking van die assesseringstandaarde dien as riglyn vir die onderwyser om leiding te gee in terme van:
  - dieper verduideliking van assesseringstandaarde
  - die diepte van die inhoud benodig vir eksamінerings doeleindes
- Integrasie van verskillende onderafdelings word aangemoedig sodat die leerders wiskunde kan verstaan as ‘n holistiese dissipline. Vrae kan dus gevra word waarbinne verskeie assesserings standaarde geïntegreer word. Byvoorbeeld: die integrasie van transformasies en funksies.
- Geen addisionele inligting is gegee waar die assesseringstandaarde duidelik is in terme van inhoud en diepte nie.

EKSAMINERINGSRIGLYNE : GRAAD 11 & 12 : KERN VRAESTEL 1

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
GETALSISTEME & EKSPONENTE	11.1.1	Verstaan dat nie alle getalle reel is nie. (Dit benodig die herkenning maar nie die bestudering van nie-reële getalle.)	• Onderskei tussen reële en nie-reële getalle. Vrae oor hierdie assessering standaard mag met ander vrae geintegreer word.
	11.1.2	(a) Vereenvoudig uitdrukkings deur gebruik te maak van die wette van eksponente vir rasionale eksponente. (b) Optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling van eenvoudige wortels (sien vak-stellings) (c) Demonstreer `n begrip vir die bestaan van foutgrense.	• Foutgrense moet gesien word binne die konteks van afronding van antwoorde korrek tot een, twee of drie desimale plekke soos benodig. *Voorbeeld:* *Afronding van die rentekoers tot een desimale plek sal nie die verwagte resultaat lewer nie.*
NUM BER PATRONE	11.1.3	Stel ondersoek in na getalpatrone (insluitend maar nie beperk tot daardie waar die tweede verskil konstant is tussen opeenvolgende terme in ‘n getalpatroon nie, dus is die algemene term kwadraties en gevolglik: (a) maak veronderstellings en veralgemenings (b) verskaf verduidelikings en regverdigings en poog om veronderstellings te bewys.	• Stel ondersoek in en identifiseer getalpatrone insluitende maar nie beperk tot die met - konstante verskil tussen opeenvolgende terme (lineêre patrone) - konstante tweede verskil (kwadratiese patrone) - konstante verhoudings (eksponensieële patrone) • Brei die patron uit en dui aan hoe die terme gevorm word. • Bepaal die algemene term • Bereken die term-waardes en die aantal terme in a reeks van enige patroon.

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
	12.1.3	(a) Identifiseer en los probleme op wat getalpatrone bevat, insluitend Maar nie beperk tot rekenkundige en meetkundige rye en reeks nie.	• Verbande moet duidelik getrek word tussen patrone wat in vorige grade gedoen is sodat byvoorbeeld leerders sal verstaan dat ‘n linieëre patroon ‘n rekenkundige reeks is en ‘n meetkunidige reeks is ‘n eksponensiële patroon. • Bereken die term-waardes en die aantal terme in ‘n reeks van enige patroon.
		(b) Korrekte interpretasie van sigma-notasie.	• Omvorming tussen Σ notasie en uitgebreide notasie moet gladweg gedoen kan word.
		(c) Bewys en selekteer die korrekte formule vir en bereken die som van die ry, insluitend: $\sum_{i=1}^{n} 1 = n$; $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$; $\sum_{i=1}^{n} a + (i-1)d = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ $\sum_{i=1}^{n} a.r^{i-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}; r \neq 1$ $\sum_{i=1}^{\infty} a.r^{i-1} = \frac{a}{1-r}$ $for -1 < r < 1$	• Bewyse van die som van ‘n rekenkunidige ry asook die som van ‘n meetkundige reeks is eksamineerbaar. **NOTA:** Rekursiewe formules is deel van getalpatrone maar word SLEGS getoets in vraestel 3.

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
FINANSIëLE WISKUNDE	11.1.4	Gebruik enkelvoudige en saamgestelde verval formules om probleme op te los (insluitend reguitlyn waardevermindering en waardevermindering op 'n afnemende balans) (*verbind met Leeruitkoms 2*).	
	11.1.5	Verstaan en demonstreer die invloed van verskillende periodes saamgestelde groei en verval (insluitend effektiewe saamgestelde groei en verval en insluitend effektiewe en nominale rentekoerse).	• Verstaan die verskil tussen nominale en effektiewe rentekoerse en beweeg met gemak tussen die twee koerse vir die volgende saamgestelde periodes - Maandeliks - Kwartaaliks - Half-jaarliks of semi-jaarliks **NOTA:** Daagliks(365 dae in 'n jaar) en tweejaarliks (elke twee jaar) kan in opdragte of tutoriale getoets word. • Indien patrone en funksies verbind word, kan enkelvoudige rente gesien word as 'n reguitlyn funksie en saamgestelde rente as 'n eksponensiële funksie.
	12.1.4	(a) Bereken die waarde van n in die formule $A = P(1 \pm i)^n$ (b) Pas kennis van meetkundige reeks toe om annuïteite, lenings en delgingsvonds probleme op te los met behulp van of sonder die formulas: $F_v = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$; $P_v = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$	• Daar kan van kandidate verwag word om enige van die volgende te bereken: - A, - P, - i, (maar nie in die F_v en P_v formules) - n, (deur gebruik te maak van logaritmes) - x, - F_v - P_v • Tydlyne is bruikbare instrumente om te gebruik in die strategie om probleme in finasiële wiskunde op te los.
	12.1.5	Ontleed beleggings- en leningsopsies krties en maak ingeligte besluite oord ie beste opsie(s) (insluitende piramide en mikroleningskemas).	• Piramide en mikro-lener skemas sal nie in die Graad 2-eksamen geassesseer word nie maar kan in terme van ander skoolgebaseerde assessering take geassesseer word.

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
	11.1.6 12.1.6	Los nie-roetine, nie-bekende probleme op. Los nie-roetine, nie-bekende probleme op.	• Vrae van hierdie aard word nie spesifiek onderrig in die klas nie en het nie ‘n direkte pad na die oplossing nie. Daar word van leerders verwag om hul wiskunde kennis en vaardighede op ‘n kreatiewe manier te gebruik om probleme van die aard op te los. • Leerders moet egter in die klassituasie blootstelling kry aan hierdie tipe vrae en probleme sodat hul probleemoplossing-strategieë kan ontwikkel en verbeter.

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
FUNKSIES	11.2.1	(a) Demonstreer die vermoë om met verskillende tipes funksies te werk, insluitend die gelys in die volgende assesseringstandaard. Herken verwantskappe tussen veranderlikes in terme van numeriese, grafiese, verbale en simboliese voorstellings en leerders moet met gemak inligting kan omvorm tussen hierdie voorstellings. (Tabelle, grafieke, woorde en formules).	• Gebruik en interpreter funksie notasie. Gedurende die leerproses moet leerders verstaan hoe $f(x)$ transformasies ondergaan om die volgende te gee: $f(-x)$, $-f(x)$, $f(x+a)$, $f(x)+a$, $f(ax)$, $af(x)$ • Bogaande maak dit noodsaaklik dat leerders verstaan hoe funksies en transformasies geïntegreer word.
	11.2.2	Genereer soveel as moontlik grafieke, aanvanklik met behulp van punt-vir-punt stipping met ondersteuning van beskikbare tegnologie, om sodoende veronderstellings te maak en te toets oor die effek van die parameters *k*, *p*, *a* en *q* vir die volgende funksies: $y = a(x+p)^2 + q$ $y = \frac{a}{x+p} + q$ $y = ab^{x+p} + q, b > 0$ $y = \sin kx$ $y = \cos kx$ $y = \tan kx$ $y = \sin(x+p)$ $y = \cos(x+p)$ $y = \tan(x+p)$	**NOTA:** • Trigonometriese funksies word in Vraestel 1 getoets in terme van die karakteristieke eienskappe van die funksies soos uiteengesit in 11.2.3 • Nie meer as TWEE veranderlikes sal gelyktydig geeksamineer word in een funksie nie. ***Byvoorbeeld:*** Skets die grafieke van $y = \sin 2x$ en $y = 2\cos(x + 30°)$ op dieselfde assesstelsel
	11.2.3	Identifiseer die karakteristieke gelys hieronder en gebruik gevolglik toepaslike karakteristieke om sketsgrafieke van die funksies te gee, ingeluit bogaande lys: (a) definisie- en waardeversameling; (b) snypunte met die asse; (c) draaipunte, minima en maksima; (d) asimptote; (e) vorm en simmetrie; (f) periode en amplitude; (g) gemiddelde gradient (gemiddelde tempo van verandering); (h) intervalle waar die funksie toeneem/afneem; (i) die diskrete of continue natuur van die grafiek.	

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
FUNKSIES, INVERSES EN LOGARITMES	12.1.2	Demonstreer 'n begrip van die definisie van 'n logaritme en enige wette benodig om elke dag probleme op te los. (e.g. groei en verval sien 12.1.4(a)).	• Definisie van 'n logaritme– Verstaan dat die logaritmoese funksie die inverse van die eksponensiële funksie is • Omvorm gemaklik tussen die eksponensiële vorm en die logaritmiese vorm. • Die NKV beklemtoon die gebruik van logs om praktiese probleme op te los. Dus - Komplekse logaritme wet vereenvoudigings is nie in lyn met die NKV nie. - Oplossing van logaritme vergelykings en ongelykhede moet gesien word teen die konteks van funksies.
	12.2.1	(a) Demonstreer die vermoëom met verskillende tipes funksies en relasies te werk insluitend die inverses gelys in die volgende assesseringstandaard. (b) Demonstreer begrip van die formele definisie van 'n funksie.	• Gegee die verhouding tussen x en y in: - grafieke - tabelle - wooorde - algebraïese formules bepaal of die gegewe inligting 'n funksie voorstel.
	12.2.2	(a) Stel ondersoek in en genereer grafieke van die inverse relasies van funksies, om presies te wees die inverses van: $y = ax + q$; $y = ax^2$; $y = a^x$; $a > 0$ (b) Bepaal watter inverses funksies is en hoe die definisieversameling van die oorspronklike funksie beperk kan word sodat die inverse ook 'n funksie sal wees.	• Gebruik en interpreter funksie notasie. Gedurende die leerporses moet die leerders verstaan hoe $f(x)$ getransformeer word om die volgende te genereer $f(-x)$, $-f(x)$, $f(x+a)$, $f(x)+a$, $f(ax)$, $af(x)$ en $x = f(y)$
	12.2.3	Identifiseer die karakteristieke gelys hieronder en gebruik gevolglik toepaslike karakteristieke om sketsgrafieke van die funksies te gee, ingeluit bogaande lys: (a) definisie- en waardeversameling; (b) snypunte met asse; (c) draaipunte, minima en maksima; (d) asimptote; (e) vorm en simmetrie; (f) gemiddelde gradiënt (gemiddelde tempo van verandering); intervalle waar die funksie styg/daal.	

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
ALGEBRA	11.2.4 11.2.5	Manupileer algebraïese uitdrukkings: (a) deur voltooing van die vierkant; (b) Vereenvoudiging algebraïese breuke met tweetermige noemers. Los op: (a) kwadratiese vergelykings (deur middle van faktorisering, voltooïng van die kwadraat, gebruik van die kwadratiese formule) en kwadratiese ongelykhede met een veranderlike waar die oplossing grafies geïnterpreteer word. (b) vergelyking met twee onbekendes, waarvan een linieër is en die ander vergelyking kwadraties is, algebraïes of grafies.	• Vermy onnodige aannames dat die tweetermige noemers lineere uitdrukkings moet wees. • Voltooing van die kwadraat is belanrik in die onderrigproses om die draaipunt van ‘n parabool te kan bepaal. • Oplos van kwadratiese vergelykings deur die voltooing van die kwadraat sal nie geeksamineer word nie. • Oplossings van nie-kwadratiese ongelykhede moet gesien word teen die konteks van grafieke van funksies. ***Byvoorbeeld:*** Bepaal die waarde(s) indien x waarvoor $\frac{8}{x-3} \leq 2$ (Die oplosssing van die vraag moet vanaf die grafiek van die twee funksies afgelees word.)
GEMIDDELDE GRADIëNT	11.2.7	Stel numeries ondersoek in na die gemiddelde gradient tussen twee punte op ‘n kurwe en ontwikkel ‘n intuïtiewe begrip van die konsep van die gradient van ‘n kurwe by ‘n punt.	

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
CALCULUS	12.2.4	Faktoriseer derde graadse polinome (insluitend voorbeelde wat met behulp van die faktor stelling opgelos moet word)	• Behalwe die gebruik van die faktor stelling, kan metodes soos sintetiese deling of lang deling ook gebruik word om derdegraadse vergelykings te faktoriseer en op te los. **NOTA:** Hierdie kennis is nodig vir die skets van derdegraadse funksies.
	12.2.7	(a) Stel ondersoek in na en gebruik oombliklike tempo van verandering van 'n veranderlike wanneer modelle van situasies geïnterpreteer word: • demonstreer 'n intuïtiewe begrip van die limiet konsep in die konteks van 'n benaderde waarde vir die tempo van verandering of gradient by 'n punt; • Gee die afgeleides van die volgende funksies vanuit eerste beginsels: $f(x) = b$; $f(x) = x$; $f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$; $f(x) = \frac{1}{x}$ en veralgemeen dan na die afgeleide van $f(x) = x^n$; (b) Gebruik die volgende reels van differensiasie: $\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = \frac{d}{dx}[f(x)] \pm \frac{d}{dx}[g(x)]$ $\frac{d}{dx}[k.f(x)] = k.\frac{d}{dx}[f(x)]$ (c) Bepaal die vergelykings van die raaklyne aan die grafieke. (d) Genereer skets grafieke van derdegraadesevergelykings deur gebruik te maak van differensiasie om die stasionêre punte (maksima, minima en buigpunte) asook die faktor stelling of ander tegnieke om die snypunte met die x-as te bepaal. (e) Los praktiese probleme van optimesering en tempo van verandering op.	• Bereken vanuit eerste beginsels die afgeleides van die volgende funksies: Funksies $f(x) = ax$ $f(x) = ax + b$ $f(x) = ax^2$ $f(x) = ax^2 + b$ **NOTA:** $a \in \mathbb{Z}$ • Differensieer deur gebruik te maak van die magte reel (Indien $f(x) = ax^n$, dan $f'(x) = an.x^{n-1}$) ***Voorbeelde:*** Differensieer (a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{2x^4} - 1$ (b) $y = \frac{t^2 - 3t + 2}{t - 2}$ (c) $f(x) = (x^2 - 2)(x^{\frac{1}{3}} + 1)$ (d) $y = \frac{2x^5 - 3x + 1}{x}$ **NOTA:** Die volgende notasies kan gebruik word: • $f'(x)$ • D_x • dy/dx • y' • Daar word van kandidate verwag om derdegraadese funksies te interpreteer: - deur bepaling van die vergelyking van 'n derdegraadese funksie vanaf die grafiek. - gebruik te maak maar nie beperk tot die van die tweede afgeleide om die buigpunt(e) te bepaal waar van toepassing. - die natuur van die stasionêre punte (maksima, minima en buigpunte) bespreek. • Daar word van kandidate verwag om die grafiek van die afgeleide van 'n funksie te interpreteer.

Onder-werp	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
LINEêRE PROGRAMMERING	11.2.8	(a) Los lineêre programmering probleme op deur optimesering van 'n funksie met twee veranderlikes, onderwerp aan een of meer lineêre beperkings, deur numeriese te soek langs die grense van die gangbare gebied. (b) Los 'n stelsel van lineêre vergelykings op om sodoende die koördinate van die hoekpunte van die gangbare gebied te bepaal	• Daar word van kandidate verwag om die optimale oplossing van 'n lineêre programmering problem te verkry deur die koördinate van die hoekpunte van die gangbare gebied in die doelfunksie in te stel. • Die volgende tipes probleme kan geeksamineer word: - Gegee die grafieke en gangbare gebied, bepaal die beperkings en beantwoord vrae oor die doelfunksie. - Beperkinge gegee, skets die gangbare gebied en beantwoord vrae oor die doelfunksie. - Probleemsituasie gegee en een beperking, bepaal die ander beperkings, skets die gangbare gebied en beantwoord vrae oor die doelfunksie. - Probleemsituasie gegee, bepaal die beperkings, skets die gangbare gebied en beantwoord vrae met betrekking tot die doelfunksie. - • Grafiekpapier sal waar benodig voorsien word. • Beprkings van die tipe $ax + by \le c$ en $ax + by \ge c$ waar $a, b \ne 0$ sal beperk word tot 'n maksimum van 3.
	12.2.8	Los lineêre programmering probleme op deur optimesering van 'n funksie met twee veranderlikes, onderwerp aan een of meer lineêre beperkings, deur optimesering te verkry deur middle van 'n soeklyn en verdure vergelyking van die gradiënte van die doelfunksie en die lineêre grenslyne.	

EKSAMENRIGLYNE : GRAAD 11 & 12 : KERNVRAESTEL 2

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
OPPERVLAK-AREA & VOLUME	11.3.1	Gebruik die formulas vir oppervlak-area en volume van regte piramides, regte keels, sfere en kombinasies van die drie geometriese voorwerpe.	• Saamgestelde vorms kan gevorm word deur die kombinasie van maksimum **TWEE** van die genoemde vorms. • Hierdie formulas word nie op die formuleblad gegee nie. Relevante formulas waaruit die die leerders die korrektes moet kies, sal by die spesifieke vrae gegee word.
ANALITIESE MEETKUNDE	11.3.3	Gebruik ‘n Kartesiese koördinaatsisteem om af te lei en toe te pas: (a) die vergelyking van ‘n lyn deur twee gegewe punte (b) die vergelyking van die lyn deur een punt wat parallel aan of loodreg op ‘n gegewe lyn is (c) die inklinasie van ‘n lyn.	• Assesseringstandaarde van Graad 10 sal gesien word as aanvaarde kennis. • Die konsep van kolineêre punte moet verstaan word. • Bewys van die eienskappe van veelhoeke deur gebruik te maak van analitiese metodes. ***Byvoorbeeld**:* Bewys dat vierhoek A (–1 ; –2), B(–4 ; 2), C(1 ; 2) en D(4 ; –2) ‘n rhombus is.

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
	12.3.3	Gebruik 'n twee-dimensionele Kartesiese koördinaat sisteem om af te lei en toe te pas: (a) die vergelyking van die sirkel (enige middelpunt); (b) die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by 'n gegewe punt.	• Alle assesseringstandaarde van Graad 10 en 11 word beskou as aanvaarde kennis • Daar word van leerders verwag om die aksioom te ken en te gebruik: "Die raaklyn aan 'n sirkel is loodreg op die radius getrek na die kontakpunt." • Konsepte soos: - Ingeskrewe middelpunt - Ommiddelpunt - Ingeskrewe - Hoogtepunt - Sentroïed Sal nie geeksamineer word nie.
TRANSFORMASIE MEETKUNDE	11.3.4	Stel ondersoek in, veralgemeen en pas die effek toe op die koördinate van: (a) die punt $(x\ ;\ y)$ na rotasie om die middelpunt deur 'n hoek van 90^o of 180^o; (b) die hoekpunte $(x_1\ ;\ y_1)$, $(x_2\ ;\ y_2)$, . . . $(x_n\ ;\ y_n)$ van 'n veelhoek na 'n vergroting deur die oorsprong met 'n konstante faktor k.	• Transformasies & Vergrotings - Bepaal die reel van die transformasies wat plaasgevind het. - Bepaal die faktor van vergroting of vermindering (die faktor van vergroting of vermindering is 'n element van die rasionale getalle) - Gebruik die transformasie reël om beelde gevorm as gevolg van die transformasie, te skets. - Bepaal die punte van die beeld van die getransvormeerde vorm en bepaal die verband tussen die area van die oorspronklike vorm in verhouding tot die nuwe beeld gevorm. • Rotasies gedoen in die anti-kloksgewyse rigting word as positief beskou terwyl kloksgewyse rotasie as negatief beskou word.
	12.3.4	(a) Gebruik die saamgestelde hoek identiteite om die effek te veralgemeen op die koördinate van die punt $(x\ ;\ y)$ na rotasie deur enige hoek θ om die oorsprong. (b) Demonstreer begrip dat vaste transformasies (translasies, refleksies, rotasies en gly-refleksies) vorm en grootte behou en dat vergrootttings slegs vorm behou maar nie grootte nie.	

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
TRIGONOMETRIE	11.3.5	(a) Lei die waardes af en gebruik die trigonometriese funksies (in wortelvorm waar van toepassing) van 30º, 45º en 60º. (b) Lei die volgende identiteite af en gebruik die identiteite: $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ en $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ (c) Lei die reduksieformules af vir: $\sin(90^\circ \pm \theta)$, $\cos(90^\circ \pm \theta)$, $\sin(180^\circ \pm \theta)$, $\cos(180^\circ \pm \theta)$, $\tan(180^\circ \pm \theta)$, $\sin(360^\circ \pm \theta)$, $\cos(360^\circ \pm \theta)$, $\tan(360^\circ \pm \theta)$, $\sin(-\theta)$, $\cos(-\theta)$, $\tan(-\theta)$ (d) Bepaal die algemene oplossing van trigonometriese vergelykings (e) Bewys die sin, cos en area reëls en pas dit toe.	• Vereenvoudig en los Pythagoras trigonometriese probleme op deur gebruik te maak van trigonometriese funksies. • Vereenvoudig uitdrukkings en bewys trigonometriese identiteite wat die volgende omvat: - Reduksie formules - Spesiale hoeke - Negatiewe hoeke - Komplementêre verhoudings (sin 25° = cos 65°) - en die identiteite $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ en $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ • Los trigonometriese vergelykings op met of sonder die sakrekenaar en bepaal beide die algemen en spesifieke oplossings van die vergelyking. Bepaling van die oplossing van ‘n trigonometriese vergelyking kan geïntegreer word met grafiek vrae, spesifiek in die bepaling van snypunte of in die vorm van ‘n ongelykheid.
	11.3.6	Los probleme in twee dimensies op deur gebruik te maak van die sin, cos en area reels; en deur middle van die konstruksie en interpretasie van geometriese en trigonometriese modelle.	• Oplossings van nie-reghoekige driehoeke sluit spesifiek in: - Area formule - Sin-reël - cos-reël - Los 2-D probleme op deur van bogaande reels gebruik te maak **NOTA:** Bewyse word NIE benodig vir eksamenerings doeleindes nie maar behoort deel te vorm van die leerproses ten einde begrip te verbeter
	11.2.2	Genereer soveel as moontlik grafieke, aanvanklik met behulp van punt-tot-punt stipping, ondersteun deur beskikbare tegnologie, om veronderstellings te maak en te toets oor die invloed van die effek van die parameters *k, p, a* and *q* vir funksies insluitend die volgende: $y = \sin kx$, $y = \cos kx$, $y = \tan kx$, $y = \sin(x + p)$, $y = \cos(x + p)$, $y = \tan(x + p)$	
	11.2.3	Identifiseer karakteristieke eienskappe soos hieronder gelys en gevolglik gebruik die eienskappe om sketsgrafieke van funksies, insluitend bogaande lys, te maak: (a) definisie- en waardeversamelings; (b) snypunte met asse; (c) draaipunte, minima, maksima; (d) asimptote; (e) shape and symmetryvorm en simmetrie and amplitude; (g) gemiddelde gradient (gemiddelde tempo van verandering); (h) intervalle waar die funksie styg/daal; (i) die diskrete of continue natuur van die grafiek.	• Die fokus op trig grafieke in Vraestel 2val op die verhoudings, vereenvoudiging en bepaling van snypunte deur vergelykings op te los, maar daar moet onthou word dat die karakteristieke eienskappe nie absoluut uitgeskakel kan word in hierdie afdeling nie.

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
	12.3.5	Lei af en gebruik die volgende saamgestelde hoek identiteite: (a) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ (b) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \pm \sin\alpha\sin\beta$ (c) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ (d) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$	• Gebruik die saamgestelde hoek formule vir $\cos(\alpha - \beta)$ en lei die formules af vir $\sin(\alpha \pm \beta)$ en $\cos(\alpha + \beta)$. **NOTA:** Bewyse word NIE benodig vir eksamінerings doeleindes nie maar behoort deel te vorm van die leerproses ten einde begrip te verbeter. • Gebruik die saamgestelde hoek formules in - Vereenvoudiging van trigonometriese uitdrukkings - Bewys van identiteite - Oplos van trig identiteite (beide spesifieke en algemene oplsossings) - Los trig vergelykings op waar die noemer van die identiteit ongedefinieer is. - Intergrasie met transformasie
	12.3.6	Los probleme in twee en drie dimesnsies op deur die konstruksie en interpretasie van geometriese en trigonometriese modelle.	• Oplos van nie-reghoekige driehoeke wat spesifiek die volgende insluit: - Area formule - Sin-reël - Cos-reël - Los 2-D & 3-D probleme op deur van bogoenoemde reels gebruik te maak. .

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
STATISTIEK EN DATA HANTERING	11.4.1	(a) Bereken en stel voor die maatstawwe van sentrale neiging en verspreiding in eenveranderlike data deur: • vyf-getal opsooming (maksimum, minimum en kwartiele); • mond en snor diagramme; • ogief; • berekening van die variansie en die standaard afwyking van stelle data met die hand (vir klein stelle data) en gebruik beskikbare tegnologie (vir groter stelle data), en stel die resultate grafies voor deur gebruik te maak van histogramme en frekwensie veelhoeke. (b) Stel tweeveranderlike numeriese data voor op ‘n spreidiagram en stel intuïtief voor of ‘n lineêre, kwadratiese of eksponensieële funksie die data die beste sal pas (Probleme moet vraagstukke wat verband hou met gesondheid, sosiale, ekonomiese. kulturêle, politiese en omgewingssake aanspreek)	• Gebruik en pas konsepte toe: - maatstawwe van sentrale neiging - grafiese voorstellings - maatstawwe van verspreiding • Gee die vyf-getal opsomming, teken die mond-en-snot diagram. Interpreteer en maak vergelykings tussen verskillende mond-en-snor diagramme • Teken en interpreteer ogiewe. • Bereken die variansie en standaard afwyking (gebruik verkieslik die sakrekenaar). Interpreteer die standard afwyking vir normale verspreidings. • Stel tweeveranderlike data voor op ‘n spreidiagram en beskryf die funksie van beste passing en interpreteer die grafieke.
			Daar is geen nuwe inhoud wat in Graad 12 behandel moet word vir die kern vraestelle nie. Alle data hantering wat in Grade 10 en 11 onderrig is, sal eksamineerbaar wees in Graad 12.

EKSAMENRIGLYNE : GRAD 11 & 12 OPSIONELE VRAESTEL 3

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
GETALP ATRONE	12.1.3	(d) Korrek interpretasie van rekursiewe formules: (e.g. $T_{n+1} = T_n + T_{n-1}$)	• Genereer ‘n reeks gegewe ‘n formule. • Lei ‘n formule af vir ‘n gegewe reeks.
EUKLIDIESE MEETKUNDE	11.3.2	a) Stel ondersoek in na nodige en genoegsame voorwaardes vir veelhoeke om gelykvormig te wees. b) Bewys en gebruik (aanvaar resultate bewys in vorige grade): • dat ‘n lyn parallel getrek aan een sy van ‘n driehoek die ander twee sye proporsioneel verdeel. (Die middelpunt stelling as ‘n spesiale geval van hierdie stelling); • dat gelykhoekihe driehoeke gelykvormig is; • dat driehoeke met sye in proporsie, gelykvormig is; • die Stelling van Pythagoras deur middle van gelykvormige driehoeke.	**NOTA:** Bewyse van hierdie stellings word benodig vir die eksamen.

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
	12.3.2	(a) Aanvaar as aksiomas alle resultate vasgestel in vroeëre grade en die feit dat 'n raaklyn loodreg is op die radius getrek by die kontak-punt op die sirkel, en stel dan ondersoek in na en **bewys** die stellings van die sirkelmeetkunde: • die lyn getrek vanaf die middelpunt van 'n sirkel is loodreg op 'n koord, halveer die koord en die omgekeerdes; • die loodregte halveerlyn van 'n koord gaan deur die middelpunt van die sirkel; • tweekeer die omtrekshoek onderspan deur 'n koord in 'n sirkel is gelyk aan die middelpuntshoek onderspan deur dieselfde koord in die sirkel; • omtrekshoeke onderspan deur dieselfde koord aan dieselfde kant van die koord, is gelyk aan mekaar en die omgekeerde; • die oorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is supplementer en die omgekeerde; • twee raaklyne getrek aan 'n sirkel vanaf dieselfde punt buite die sirkel, is gelyk in lengte; • die hoek tussen die raaklyn en 'n koord getrek by die kontak-punt, is gelyk aan die hoek in die teenoorstaande segment wat deur dieselfde koord onderspan word en die omgekeerde. (b) Gebruik bogenoemde stellings om veronderstellings te maak, te bewys of verkeerd te bewys; bewys meetkundige vrae	• Afleidings vanuit die stellings en aksiomas in 12.3.2 is nodig - hoeke in 'n half-sirkel - hoeke in dieselfde segment - gelyk koorde onderspan gelyk hoeke op die omtrek - gelyk koorde onderspan gelyk hoeke by die middelpunt - buite hoek van 'n koordevierhoek en die omgekeerde

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
BESKRYWENDE STATISTIEK EN WAARSKYNLIKHEID	11.4.2 11.4.3 11.4.4	(a) Korrek identifiseer afhanklike en onafhanklike gebeurtenisse (e.g. tweerigting gebeurlikheids tabelle of Venn diagramme) en beoordeel dan wanneer dit toepaslik is om die waarskynlikheid te bereken van twee onafhanklike gebeurtenisse wat plaasvind deur gebruik te maak van die produk-reël vir onafhanklike gebeurtenisse: P(A and B) = P(A).P(B) (b) Gebruik boom en Venn diagramme om waarskynlikheid probleme op te los (waar gebeurtenisse nie noodwendig onafhanklik is nie) (a) Identifiseer potensiële bronne van voorveronderstellings, foute in meetings, poteniële gebruike en misbruike van stastieke en grafiese voorstellings and die effek (‘n kritiese analise van misleidende grafieke en aansprake gemaak deur persone of groepe wat probeer om die publiek te beïnvloed). (b) Effektiewe kommunikasie van afleidings en voorspellings wat gemaak kan word vanuit die analise van data. Differensieer tussen simmetriese en skeefgetrekte data en maak relevante afleidings.	• Statistiese kennis vanuit die kern vraestelle word beskou as bekende kennis en kan dus geïntegreer word in hierdie vraestel.

ONDER-WERP	Assessering Standaarde	ASSESSERINGSTANDAARDE	VERDUIDELIKING VAN ASSESSERINGSTANDAARDE
	12.4.1	(c) Demonstreer die vermoë om 'n paslike steekproef te neem vanuit 'n populasie en verstaan die belangrikeheid van die grootte van die steekproef in die voorspelling van die gemiddeld en standaard afwyking van die populasie. (d) Gebruik beskikbare tegnologie om die regressie funksie van beste passing op te stel vir tweeveranderlike numeriese data. (e) Gebruik beskikbare tegnologie om die korrelasie-koëffisient te bereken vir die stel tweeveranderlike numeriese data om sodoende relevante afleidings te kan maak.	
	12.4.2	Veralgemeen die fundamentele telbeginsel (opeenvolgende keuses van m_1 dan m_2 dan m_3 … opsies lei tot $m_1.m_2.m_3$ … verskillende kombinasie opsies) en los probleme op deur gebruik te maak van die fundamentele telbeginsel. .	
	12.4.3	(a) Identifiseer potensiële bronne van voorveronderstellings, foute in meetings, poteniële gebruike en misbruike van stastieke en grafiese voorstellings and die effek ('n kritiese analise van misleidende grafieke en aansprake gemaak deur persone of groepe wat probeer om die publiek te beïnvloed). (b) Effektiewe kommunikasie van afleidings en voorspellings wat gemaak kan word vanuit die analise van data. Identifiseer data wat normal versprei is rondom die gemiddelde deur geskikte histogramme en frekwensie veelhoeke te ondersoek.	
	12.4.4	Identifiseer data wat normal versprei is om die gemiddelde deur geskikte histogramme en frekwensie veelhoeke te ondersoek.	