education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

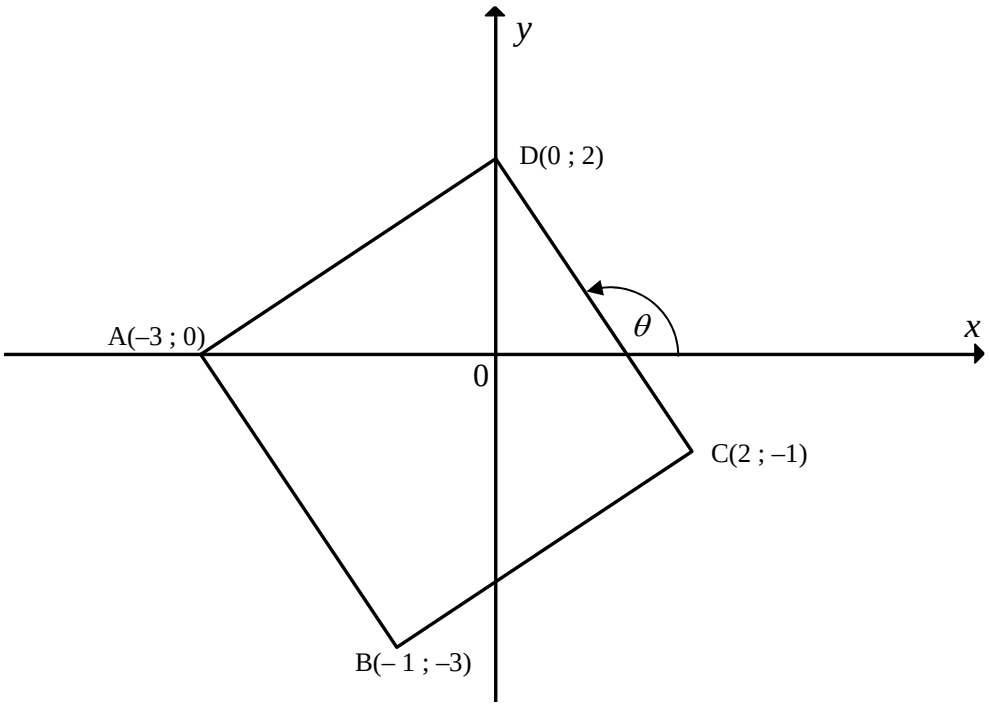
NOVEMBER 2008

MEMORANDUM

Hierdie memorandum bestaan uit 26 bladsye.

- Kontinue akkuraatheid is `n algemene reël in die memorandum.
- Indien `n kandidaat `n vraag doen, die vraag kanselleer en nie weer doen nie, merk die doodgetrekte poging.

VRAAG 1



1.1	M $\left(\frac{2-3}{2};\frac{-1+0}{2}\right)$ $=\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$	✓ substitusie in middelpuntformule ✓ antwoord vir albei (2) Antwoord alleen: een punt vir elke koordinaat Verkeerde formule: 0/2
1.2	Middelpunt BD $=\left(\frac{-1+0}{2};\frac{-3+2}{2}\right)$ $=\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ ∴ Middelpunt van AC en BD is dieselfde punt, ∴ Halveer AC en BD mekaar. **OF**	✓ substitusie in middelpuntformule ✓ antwoord ✓ gevolgtrekking (middelpunte is dieselfde) (3)

	$AM = \sqrt{\left(-3+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(0+\frac{1}{2}\right)^2}$ $AM = \sqrt{6,5}$ $CM = \sqrt{\left(2+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1+\frac{1}{2}\right)^2}$ $CM = \sqrt{6,5}$ $BM = \sqrt{\left(-1+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-3+\frac{1}{2}\right)^2}$ $BM = \sqrt{6,5}$ $DM = \sqrt{\left(0+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(2+\frac{1}{2}\right)^2}$ $DM = \sqrt{6,5}$ AC en BD halveer mekaar	2 / 3 vir die antwoord links (want die kandidaat het nie aangedui dat M op BD is nie)
1.3	$m_{AD} = \frac{2-0}{0+3}$ $m_{AD} = \frac{2}{3}$ $m_{CD} = \frac{-1-2}{2-0}$ $m_{CD} = -\frac{3}{2}$ $m_{AD} \times m_{CD}$ $= \frac{2}{3} \times -\frac{3}{2}$ $= -1$ $\therefore$ AD $\perp$ CD $\therefore \hat{ADC} = 90°$ Indien gedoen $m_{AD} \times m_{CD} = -1$ $\frac{2}{3} \times -\frac{3}{2} = -1$ $-1 = -1$ dan 3/4 indien gradiente korrek bereken. Indien $m_{AD} \times m_{CD} = -1$ en dan afleiding dat AD $\perp$ CD sonder enige berekening **1 / 4** **OF** $\tan\theta = m_{CD}$ $\tan\theta = -\frac{3}{2}$ $\theta = 123,69°$ $\tan D\hat{A}C = \frac{2}{3}$ $D\hat{A}C = 33,69°$ $A\hat{D}C = 123,69° - 33,69°$ $A\hat{D}C = 90°$	✓ antwoord m_{AD} ✓ antwoord m_{CD} ✓ $m_{AD} \times m_{CD} = -1$ ✓ $A\hat{D}C = 90°$ (4) ✓ $\tan\theta = m_{CD}$ ✓ $\theta = 123,69°$ ✓ $D\hat{A}C = 33,69°$ ✓ $A\hat{D}C = 90°$

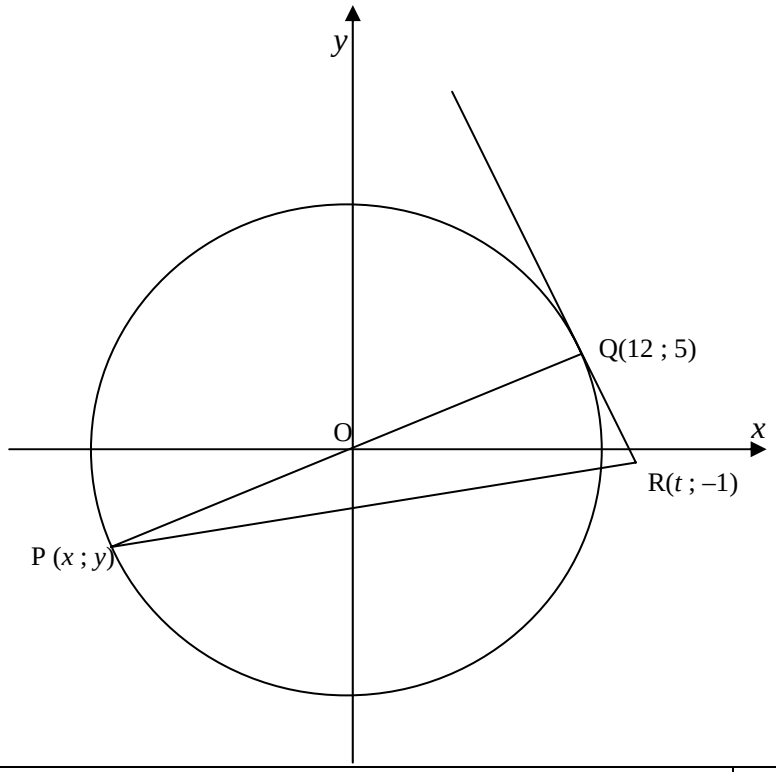
	OF $AD^2 = (2-0)^2 + (0-(-3))^2$ $AD^2 = 13$ $DC^2 = (2-(-1))^2 + (0-2)^2$ $DC^2 = 13$ $AC^2 = (0-(-1))^2 + (-3-2)^2$ $AC^2 = 26$ $AD^2 + DC^2$ $= 13+13$ $= 26$ $= AC^2$ $\therefore AD \perp DC$	✓ $AD^2 = 13$ ✓ $DC^2 = 13$ ✓ $AC^2 = 26$ ✓gevolgtrekking
1.4	Diagonale halveer mekaar (Reeds bewys in 1.2) $\therefore ABCD$ is `n parallelogram  Vanaf 1.3: Omdat $A\hat{D}C = 90°$, ABCD is `n reghoek $m_{AC}.m_{BD}$ $= \frac{1}{-5} \times \frac{5}{1}$ $= -1$ AC ⊥ BD Diagonale halveer mekaar loodreg $\therefore ABCD$ is `n vierkant  **OF** Diagonale halveer mekaar (Reeds bewys in 1.2) $\therefore ABCD$ is `n parallelogram Vanaf 1.3: $A\hat{D}C = 90°$, ABCD is `n reghoek $AD^2 = (2-0)^2 + (0-(-3))^2$ $AD^2 = 13$ $DC^2 = (2-(-1))^2 + (0-2)^2$ $DC^2 = 13$ Die kandidaat kan enige twee aangrensende sye bereken as $\sqrt{13}$, dus is ABCD ‘n vierkant OF	✓ halveer mekaar ✓ afleiding dat ABCD is ‘n parallellogram ✓ $A\hat{D}C = 90°$ ✓ afleiding dat ABCD is `n reghoek  ✓ Diagonale halveer mekaar loodreg ✓ afleiding (6)  ✓ halveer mekaar ✓ afleiding dat ABCD is ‘n parallellogram ✓ $A\hat{D}C = 90°$ ✓ afleiding dat ABCD is `n reghoek ✓ berekening van aangrensende sye ✓ afleiding (6)

	Diagonale halveer mekaar (Bewys in 1.2) $\therefore$ ABCD is 'n parallellogram $BD = \sqrt{(2+3)^2 + (0+1)^2}$ $= \sqrt{26}$ $AC = \sqrt{(-3-2)^2 + (0+1)^2}$ $= \sqrt{26}$ Diagonale is gelyk $\therefore$ ABCD is 'n reghoek $m_{AC}.m_{BD}$ $= \frac{1}{-5} \times \frac{5}{1}$ $= -1$ $AC \perp BD$ Diagonale halveer mekaar $\therefore$ ABCD is `n vierkant **OF** Die diagonale halveer mekaar $A\hat{D}C = 90°$ $AD^2 = (2-0)^2 + (0-(-3))^2$ $AD^2 = 13$ $DC^2 = (2-(-1))^2 + (0-2)^2$ $DC^2 = 13$ $\therefore$ **aangrensende sye** is gelyk $\therefore$ ABCD is 'n vierkant	✓ diagonale halveer mekaar ✓ afleiding dat ABCD `n parallelogram is ✓diagonale is gelyk ✓ afleidng ✓ $m_{AC}.m_{BD} = -1$ ✓ diagonale halveer mekaar (6) ✓ diagonale halveer mekaar ✓ $A\hat{D}C = 90°$ ✓ substitusie in afstandsformule ✓ antwoord vir AD ✓ antwoord vir DC ✓ afleiding (6)
1.5	$\tan\theta = \frac{2+1}{0-2}$ $\tan\theta = -\frac{3}{2}$ $\theta = -56{,}30993247\ldots + 180°$ $\theta = 123{,}7°$ **OF**	✓ gradient van DC ✓ $\tan\theta = -\frac{3}{2}$ ✓ antwoord (3)

	$\tan D\hat{A}O = \frac{2}{3}$ $D\hat{A}O = 33{,}7°$ $A\hat{D}C = 90°$ $\theta = 90° + D\hat{A}O$ $\theta = 90° + 33{,}7°$ $\theta = 123{,}7°$ -1 vir nie-korrekte afronding	✓ $\theta = 90° + D\hat{A}O$ ✓ $\tan D\hat{A}O = \frac{2}{3}$ ✓ antwoord (3)

1.6	$OC^2 = (2 - 0)^2 + (-1 - 0)^2$ $OC^2 = 5$ $OC = 2{,}236067977$ $OC > 2$ C lê buite die sirkel **OF** $OC^2 = (2 - 0)^2 + (-1 - 0)^2$ $OC^2 = 5$ $OC^2 > 4$ C lê buite die sirkel **OF** $x^2 + y^2 = 4$ $(2)^2 + (-1)^2 = 5 > 4$ C lê buite die sirkel	✓ OC^2 ✓ antwoord (2) Slegs antwoord: 0/2 **[20]**

VRAAG 2

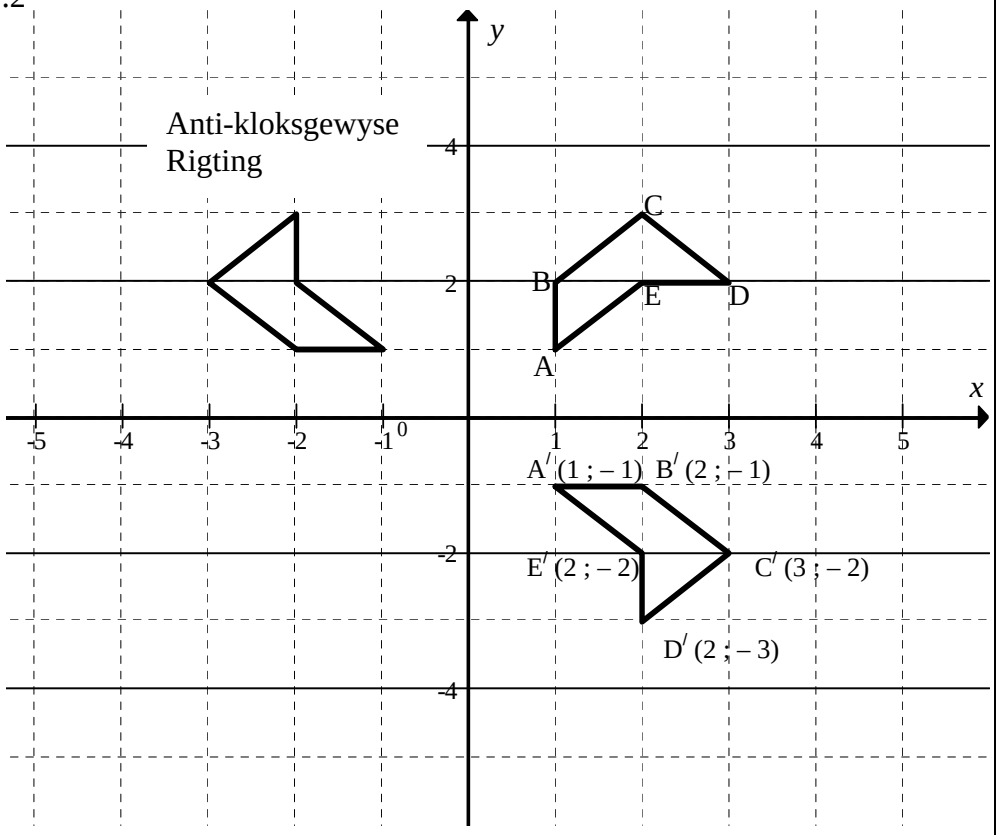


2.1	$r^2 = OQ^2$ $= 12^2 + 5^2$ $= 169$ $\therefore x^2 + y^2 = 169$ **OF** $x^2 + y^2 = (5)^2 + (12)^2 = 169$	✓ substitusie (5 ; 12) in sirkel se formule ✓169 ✓ $x^2 + y^2 = 169$ (3) ✓ $x^2 + y^2 = r^2$ ✓substitusie van koordinate ✓169 Antwoord alleenlik : vol punte
2.2	$m_{PQ} = \frac{5-0}{12-0)}$ $m_{PQ} = \frac{5}{12}$ $\therefore y = \frac{5}{12}x$	✓ gradiënt ✓c = o (2)
2.3	P(– 12; – 5) (Deur simmetrie) **OF**	✓ $x = -12$ ✓ $y = -5$ (2)

	$x^2 + y^2 = 169$ $x^2 + \left(\frac{5}{12}x\right)^2 = 169$ $144x^2 + 25x^2 = 169 \times 144$ $169x^2 = 169 \times 144$ $169x^2 = 24336$ $x^2 = 144$ $x = \pm 12$ $x = -12$ $y = -5$	
2.4	Raaklyn $\perp$ middellyn $m_{PQ} \times m_{QR} = -1$ $m_{PQ} = \frac{5}{12}$ $\therefore m_{QR} = -\frac{1}{\frac{5}{12}} = -\frac{12}{5}$ **OF** PQ $\perp$QR $\therefore m_{QR} = -\frac{12}{5}$	✓✓ $m_{PQ} \times m_{QR} = -1$ (2) ✓✓ PQ $\perp$QR (2)
2.5	$y = \frac{-12}{5}x + c$ $5 = \frac{-12}{5}(12) + c$ $c = \frac{169}{5}$ $y = -\frac{12}{5}x + \frac{169}{5}$ OF y = -2,4x + 33,8 **OF**	✓ y = mx + c ✓substitusie van gradient en (12 ; 5) ✓berekening van c (3)

	$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 5 = -\frac{12}{5}(x - 12)$ $5y - 25 = -12(x - 12)$ $5y = -12x + 144 + 25$ $5y = -12x + 169$ $y = -\frac{12}{5}x + \frac{169}{5}$	✓ formule ✓substitusie van gradient en (12 ; 5) ✓vergelyking in korrekte vorm (3)
2.6	$-1 = \frac{-12}{5}(t) + \frac{169}{5}$ $-5 = -12t + 169$ $12t = 174$ $t = \frac{174}{12}$ $t = 14{,}5$ OF $m_{QO} \times m_{QR} = -1$ $\frac{5}{12} \times \frac{-6}{t - 12} = -1$ $t = 14{,}5$ **OF** $PQ^2 + QR^2 = PR^2$ $576 + 100 + (12 - t)^2 + 36 = (t + 12)^2 + 16$ $712 + 144 - 24t + t^2 = t^2 + 24t + 144 + 16$ $-48t = -696$ $t = 14{,}5$	✓substitusie van (t ; -1) ✓antwoord (2) ✓ $\frac{5}{12} \times \frac{-6}{t-12} = -1$ ✓ antwoord (2) ✓ Pythagoras met substitusie ✓ antwoord (2)
2.7	$(x-12)^2 + (y-5)^2 = OQ^2$ $OQ^2 = (12-0)^2 + (5-0)^2 = 169$ $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 169$ **OF** $(x)^2 + (y)^2 = 169$ Transleer 12 eenhede regs en 5 eenhede op $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 169$	✓$(x-12)^2$ ✓$(y-5)^2$ ✓169 (3) If answer only: $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 169$: 3 / 3 **[17]**

VRAAG 3

3.1.1	$P'\left(\sqrt{3};-\sqrt{2}\right)$	✓ x-koördinate P' ✓ y-koördinate P' (2)
3.1.2	$P'\left(\sqrt{2},-\sqrt{3}\right)$	✓ x-koördinate P' ✓ y-koördinate P' (2)
3.2.1	$D'(2;-3)$ Indien anti-kloksgewys geroteer $D'(-2;3)$	✓ antwoord (1) Geen punt vir $D'(-2;3)$
3.2.2		✓ koördinate A' ✓ koördinate B' ✓ koördinate C' ✓ koördinate E' ✓ rotasie korrek (5) Nota: Indien al die punte in die skets korrek is en etikette is A' ens.: 5/5 Indien al die punte op die skets korrek is maar etikette by verkeerde punt: 4/5 Trek 2 punte af vir anti-kloksgewyse rigting. Indien koordinate korrek neergeskryf is sonder die skets:4/5
3.2.3	$D''(6;-9)$ Indien anti-kloksgewys geroteer: $D''(-6;9)$	✓ x-koordinaat ✓ y-koordinaat (2)

3.2.4	$(x\,;\,y)\rightarrow(y\,;-x)$ $(y\,;-x)\rightarrow(3y\,;-3x)$ $\therefore(x\,;\,y)\rightarrow(3y\,;-3x)$ Indien anti-kloksgewys geroteer: $(x\,;\,y)\rightarrow(-y\,;\,x)$ $(y\,;-x)\rightarrow(-3y\,;3x)$ $\therefore(x\,;\,y)\rightarrow(-3y\,;3x)$	✓✓ $(y\,;-x)$ ✓✓ $(3y\,;-3x)$ (4) Slegs antwoord: 4/4 Indien antwoord $(ky\,;-kx)$: ¾ Indien antwoord $3(y;-x)$: 4/4 ✓✓ $(-y\,;\,x)$ ✓✓ $(-3y\,;3x)$ (4)
3.2.5	Area ABCDE : area $A''B''C''D''E''$ $=1^2:3^2$ $=1:9$ **OF** $\frac{ABCDE}{A''B''C''D''E''}$ $=\frac{1}{9}$	✓✓ antwoord (2) Indien $\frac{A''B''C''D''E''}{ABCDE}$ $=\frac{9}{1}$ 0 / 2 **[18]**

VRAAG 4

	$x' = x\cos(-45°) - y\sin(-45°)$ $x' = 2\cos 45° + 3\sin 45°$ $x' = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $x' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ of $x' = \frac{5}{\sqrt{2}}$ $x' = 3{,}54$ en $y' = y\cos(-45°) + x\sin(-45°)$ $y' = 3\cos 45° - 2\sin 45°$ $y' = 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $y' = \frac{\sqrt{2}}{2}$ of $y' = \frac{1}{\sqrt{2}}$ of $y' = 0{,}79$ P′ $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ Penalisasie van 2 punte indien 45° gesubstitueer word in plaas van -45°. Die antwoord sal dan $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ of (-0,71 ; 3,54). OF Indien die kandidaat kloksgewys roteer en $45°$ gesubstitueer sal die formule as volg wees: $x' = x\cos\theta + y\sin\theta$ $x' = 2\cos 45° + 3\sin 45°$ $x' = 3{,}54$ $y' = y\cos\theta - x\sin\theta$ $y' = 3\cos 45° - 2\sin 45°$ $y' = 0{,}71$ **OF**	✓ formule ✓ – 45° of 315° ✓ substitusie van $\frac{\sqrt{2}}{2}$ of $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ✓ antwoord vir x ✓ formule ✓ substitusie van $\frac{\sqrt{2}}{2}$ of $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ✓ antwoord vir y (7) ✓ formule vir x' ✓ 45° ✓ substitusie ✓ 3,54 ✓ formule vir y' ✓ substitusie ✓0,71

Laat OP = OP$'$ = $r = \sqrt{13}$

Die x-koördinaat van P = $r\cos(\theta - 45°)$ ✓ formule $r\cos(\theta - 45°)$

$x' = r(\cos\theta.\cos 45° + \sin\theta.\sin 45°)$

$x' = \sqrt{13}\cos\theta.\cos 45° + \sqrt{13}\sin\theta.\sin 45°$ ✓ uitbreiding

$x' = \sqrt{13}.\frac{2}{\sqrt{13}}.\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{13}.\frac{3}{\sqrt{13}}.\frac{\sqrt{2}}{2}$ ✓substitusie

$x' = \sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$x' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ✓ antwoord vir x

Die y-koördinaat van P = $r\sin(\theta - 45°)$ ✓ formule $r\sin(\theta - 45°)$

$y' = r(\sin\theta.\cos 45° - \sin\theta.\cos 45°)$

$y' = \sqrt{13}\sin\theta.\cos 45° - \sqrt{13}\cos\theta.\sin 45°$ ✓ uitbreiding

$y' = \sqrt{13}.\frac{3}{\sqrt{13}}.\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{13}.\frac{2}{\sqrt{13}}.\frac{\sqrt{2}}{2}$

$y' = \frac{3\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}$

$y' = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ✓ antwoord vir y

P$'\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (7)

OF

$2 = x\cos 45° - y\sin 45°$ ✓ formule

$3 = y\cos 45° + x\sin 45°$ ✓ formule

$2 = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}y$

$\times\sqrt{2} : 2\sqrt{2} = x - y$ - - - (1) ✓ substitusie

$3 = \frac{1}{\sqrt{2}}y + \frac{1}{\sqrt{2}}x$

$\times\sqrt{2} : 3\sqrt{2} = x + y$ - - - (2) ✓ substitusie

(1) + (2) $2x = 5\sqrt{2}$ ✓ los gelyktydig op

$x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ✓ antwoord x

$\therefore 3\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} + y$ ✓antwoord y

$\therefore y = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ (7)

OF

	$(x';y') = (r\cos(\theta - 45°); r\sin(\theta - 45°))$ $x^2 + y^2 = r^2$ $2^2 + 3^3 = r^2$ $r = \sqrt{13}$ $\tan\theta = \frac{3}{2}$ $\theta = 56{,}30993247$ $x' = r\cos(\theta - 45°)$ $= \sqrt{13}\cos(56{,}3099° - 45°)$ $= \sqrt{13}\cos(11{,}3099°)$ $= 3{,}54$ $y' = r\sin(\theta - 45°)$ $= \sqrt{13}\sin(11{,}3099°)$ $= 0{,}71$	✓ $\sqrt{13}$ ✓ $\tan\theta = \frac{3}{2}$ ✓ $\theta = 56{,}30993247$ ✓ $x' = r\cos(\theta - 45°)$ ✓ 3,54 ✓ $y' = r\sin(\theta - 45°)$ ✓0,71 (7) **Slegs antwoord: 6/7** **[7]**

VRAAG 5
Penaliseer met 1 punt indien gehanteer word as vergelyking in die vraag.

5.1.1	$\frac{\tan 480°.\sin 300°.\cos 14°.\sin(-135°)}{\sin 104°.\cos 225°}$ $= \frac{\tan 120°.(-\sin 60°).\cos 14°.(-\sin 45°)}{\sin 76°.(-\cos 45°)}$ $= \frac{(-\tan 60°).(-\sin 60°).\cos 14°.(-\sin 45°)}{\cos 14°.(-\cos 45°)}$ $= \frac{\left(-\sqrt{3}\right).\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$ $= \frac{3}{2}$ OF $\frac{\tan 480°.\sin 300°.\cos 14°.\sin(-135°)}{\sin 104°.\cos 225°}$ $= \frac{\tan 120°.(-\sin 60°).\cos 14°.(-\sin 45°)}{\sin 76°.(-\cos 45°)}$ $= \frac{(-\tan 60°).(-\sin 60°).\sin 76°.\tan 45°}{\sin 76°}$ $= \left(-\sqrt{3}\right).\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).1$ $= \frac{3}{2}$	✓ $-\sin 60°$ ✓ $-\sin 45°$ ✓ $-\cos 45°$ ✓ $-\tan 60°$ ✓ cos 14° of sin 76° ✓ substitusie (6) Penaliseer met 1 punt indien gehanteer word as vergelyking in hierdie vraag. ✓ $-\sin 60°$ ✓ $-\sin 45°$ ✓ $-\cos 45°$ ✓ $-\tan 60°$ ✓ sin 76° ✓ substitusie (6)
5.1.2	$\cos 75°$ $= \cos(45° + 30°)$ $= \cos 45°.\cos 30° - \sin 45°.\sin 30°$ $= \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{2}$ $= \frac{\sqrt{2}.\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$ $= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{4}$ OF	✓ $\cos(45° + 30°)$ ✓ uitbreiding ✓ substitusie ✓ vereenvoudiging (4)

	$\cos 75°$ $= \cos(45° + 30°)$ $= \cos 45°.\cos 30° - \sin 45°.\sin 30°$ $= \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{2}$ $= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$ $= \frac{.\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	✓ $\cos(45° + 30°)$ ✓ uitbreiding ✓ substitusie ✓ vereenvoudiging (4)
5.2	$\cos(90° - 2x).\tan(180° + x) + \sin^2(360° - x)$ $= \sin 2x.\tan x + (-\sin x)^2$ $= 2\sin x.\cos x.\frac{\sin x}{\cos x} + \sin^2 x$ $= 2\sin^2 x + \sin^2 x$ $= 3\sin^2 x$	✓ $\sin 2x$ ✓ $\tan x$ ✓ $(-\sin x)^2$ ✓ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ✓ $\sin 2x = 2\sin x.\cos x$ ✓ $2\sin^2 x$ (6) Indien cos 2*x* i.p.v sin 2 sin 2*x* en dan verder korrek: maks 3/6 **[16]**

VRAAG 6

6.1.1

$$(\tan x-1)(\sin 2x-2\cos^2 x)$$
$$=\left(\frac{\sin x}{\cos x}-1\right)\left(2\sin x.\cos x-2\cos^2 x\right)$$
$$=\left(\frac{\sin x}{\cos x}-1\right)2\cos x(\sin x-\cos x)$$
$$=2(\sin x-\cos x)^2$$
$$=2(\sin^2 x-2\sin x.\cos x+\cos^2 x)$$
$$=2(1-2\sin x.\cos x)$$

✓ $\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$
✓ $\sin 2x=2\sin x.\cos x$
✓ faktorisering
✓ vereenvoudiging
✓ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ (5)

OF

$$(\tan x-1)(\sin 2x-2\cos^2 x)$$
$$=\left(\frac{\sin x}{\cos x}-1\right)\left(2\sin x.\cos x-2\cos^2 x\right)$$
$$=2\sin^2 x-2\sin x.\cos x-2\sin x.\cos x+2\cos^2 x$$
$$=2(\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x)$$
$$=2(1-2\sin x.\cos x)$$

✓ $\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$
✓ $\sin 2x=2\sin x.\cos x$
✓ vermenigvuldig
✓ faktorisering
✓ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

OF

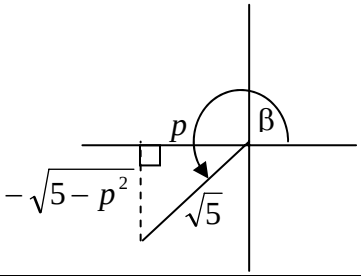
$$2(1-2\sin x\cos x)$$
$$=2(\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x)$$
$$=2(\sin x-\cos x)^2$$
$$=2\cos^2 x(\frac{\sin x}{\cos x}-1)^2$$
$$=2\cos^2 x(\tan x-1)(\tan x-1)$$
$$=(2\cos^2 x.\tan x-2\cos^2 x)(\tan x-1)$$
$$=(2\sin x\cos x-2\cos^2 x)(\tan x-1)$$
$$=(\sin 2x-2\cos^2 x)(\tan x-1)$$

✓ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$
✓ faktoriseer
✓ $\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$
✓ $\sin 2x=2\sin x.\cos x$
✓ vereenvoudiging

OF

$$LHS=(\tan x-1)(\sin 2x-\cos^2 x)$$
$$=\frac{\sin x-\cos x}{\cos x}\left(2\sin x.\cos x-\cos^2 x\right)$$
$$=2(\sin x-\cos x)^2$$
$$RHS=2(\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x)$$
$$=2(\sin x-\cos x)^2$$
$$=LHS$$

✓ $\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$
✓ vereenvoudiging
✓ $\sin 2x=2\sin x.\cos x$
✓ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$
✓ faktorisering

6.1.2	$\frac{\tan x-1}{2}=-3$ $\tan x-1=-6$ $\tan x=-5$ $x=-78{,}7°+k.180°$ $k\in Z$ **OF** $\frac{\tan x-1}{2}=-3$ $\tan x-1=-6$ $\tan x=-5$ $x=101{,}3°+k.180°$ $k\in Z$ **OF** $\frac{\tan x-1}{2}=-3$ $\tan x-1=-6$ $\tan x=-5$ $x=101{,}3°+k.360°$ *of* $x=281{,}3°+k.360°$ $k\in Z$ **OF** Indien die kandidaat $\tan(x-1)=-6$ gebruik het: max van 2 / 5	✓ substitusie ✓ vereenvoudiging ✓ vereenvoudiging ✓ antwoord ✓ $k\in Z$ (5) ✓ substitusie ✓ vereenvoudiging ✓ vereenvoudiging ✓ antwoord ✓ $k\in Z$ (5) ✓ substitusie ✓ vereenvoudiging ✓ vereenvoudiging ✓ antwoord ✓ $k\in Z$ (5)
6.2.1	$\cos\beta=\frac{p}{\sqrt{5}}$ $x=p$ $r=\sqrt{5}$ $y=-\sqrt{5-p^2}$ $\therefore\tan\beta=\frac{-\sqrt{5-p^2}}{p}$  	✓ derde kwadrant ✓ $y=-\sqrt{5-p^2}$ ✓ ✓ antwoord (4) Indien kandidaat – p gebruik is: 3/4
6.2.2	$\cos 2\beta=2\cos^2\beta-1$ $=2\left(\frac{p}{\sqrt{5}}\right)^2-1$ $=2\frac{p^2}{5}-1$	✓ $2\cos^2\beta-1$ ✓✓ $2\left(\frac{p}{\sqrt{5}}\right)^2-1$ of $\frac{2p^2}{5}-1$ (3)

OF

$\cos 2\beta = 1 - 2\sin^2 \beta$

$= 1 - 2\left(\frac{-\sqrt{5-p^2}}{\sqrt{5}}\right)^2$

$= 1 - \frac{2(5-p^2)}{5}$

$= \frac{2p^2 - 5}{5}$

✓ $1 - 2\sin^2 \beta$

✓✓ $1 - 2\left(\frac{-\sqrt{5-p^2}}{\sqrt{5}}\right)^2$

of $1 - \frac{2(5-p^2)}{5}$

of $\frac{2p^2 - 5}{5}$

(3)

OF

$\cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta$

$= \left(\frac{p}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{-\sqrt{5-p^2}}{\sqrt{5}}\right)^2$

$= \frac{p^2}{5} - \frac{5-p^2}{5}$

$= \frac{2p^2 - 5}{5}$

✓ $\cos^2 \beta - \sin^2 \beta$

✓ $\left(\frac{p}{\sqrt{5}}\right)^2$

✓ $\left(\frac{-\sqrt{5-p^2}}{\sqrt{5}}\right)^2$

of $\frac{p^2}{5} - \frac{5-p^2}{5}$

of $\frac{2p^2 - 5}{5}$

(3)
[17]

VRAAG 7

7.1	$\frac{3}{LB} = \tan 40°$ $LB = \frac{3}{\tan 40°}$ $LB = 3{,}58$ m (3,5752.....) (3,5 m; 3,57 m; 3,6 m) **OF** $\frac{LB}{\sin 50°} = \frac{3}{\sin 40°}$ $LB = \frac{3\sin 50°}{\sin 40°}$ $LB = 3{,}58$ m (3,5752.....)	✓ trig verhouding ✓ antwoord (2) ✓ sin reël ✓ antwoord (2)
7.2	$AB^2 = AL^2 + BL^2 - 2.AL.BL.\cos 113°$ $AB^2 = (5.2)^2 + (3.58)^2 - 2(5.2)(3.58)\cos 113°$ $AB^2 = 54{,}40410138\ \text{m}^2$ $AB = 7{,}38$ m (7,37591.....) Nota: AB = 7,3 m of 7,4 m: aanvaar	✓ gebruik van kosinus-reël ✓ substitusie ✓ $AB^2 = 54{,}4041\ldots m^2$ ✓ antwoord (4) Moet nie penaliseer indien eenhede uitgelaat.
7.3	*Area van* $\Delta ABL = \frac{1}{2} AL.BL.\sin A\hat{L}B$ $= \frac{1}{2}(5.2)(3.58)\sin 113°$ $= 8.568059176$ $= 8{,}57\ \text{m}^2$ Nota: Area = 8,5 of 8,6: aanvaar	✓ formule ✓ substitusie ✓✓ antwoord (4) Indien $\cos A\hat{L}B$: 0/4 **[10]**

VRAAG 8

8.1

Nota:
$x = -45° - k.180°, k \in Z$ IS DIESELFDE AS
$x = 135° + k.180°, k \in Z$ EN
$x = -135° + k.180°, k \in Z$

$x = 22,5° - k.90°, k \in Z$ IS DIESELFDE AS
$x = 112,5° + k.90°, k \in Z$

Die kandidaat mag $-k.90°$ of $k.90°$ en $-k.180°$ of $k.180°$

Daar mag ander maniere wees om dieselfde oplossing te skryf. Maak asseblief seker dat die kandidaat se antwoord deeglik nagegaan word.

Nota:

Indien nie al 5 waardes vir x gegee is nie, sal die volgende van toepassing wees:
4 of 3 waardes : 2 punte
2 waardes : 1 punte
1 waarde : 0 punte

$\cos 3x = \sin x$
$\sin(90° - 3x) = \sin x$

✓ gelykstelling

$90° - 3x = x + k.360°$ $\qquad$ $90° - 3x = 180° - x + k.360°$
$-4x = -90° + k.360°$ $\quad$ of $\quad -2x = 90° + k.360°$ $\qquad k \in Z$
$x = 22,5° - k.90°$ $\qquad$ $x = -45° - k.180°$

✓ $90° - 3x = x + k.360°$
✓ $x = 22,5° - k.90°$
✓ $90° - 3x = 180° - x + k.360°$
✓ $x = -45° - k.180°$
✓✓✓ waardes van x

(8)

OF

$\cos 3x = \cos(90° - x)$
$3x = 90° - x + k.360°$ $\qquad$ $3x = 360° - (90° - x) + k.360°$
$4x = 90° + k.360°$ $\qquad$ of $\quad 2x = 270° + k.360°$
$x = 22,5° + k.90° \quad k \in Z$ $\qquad$ $x = 135° + k.180° \quad k \in Z$
$x = -67,5° ; 22,5° ; 112,5°$ $\qquad$ $x = -45° ; 135°$

✓ gelykstelling
✓ $3x = 90° - x + k.360°$
✓ $x = 22,5° + k.90°$
✓ $3x = 360° - (90° - x) + k.360°$
✓ $x = 135° + k.180°$
✓✓✓ waardes van x

(8)

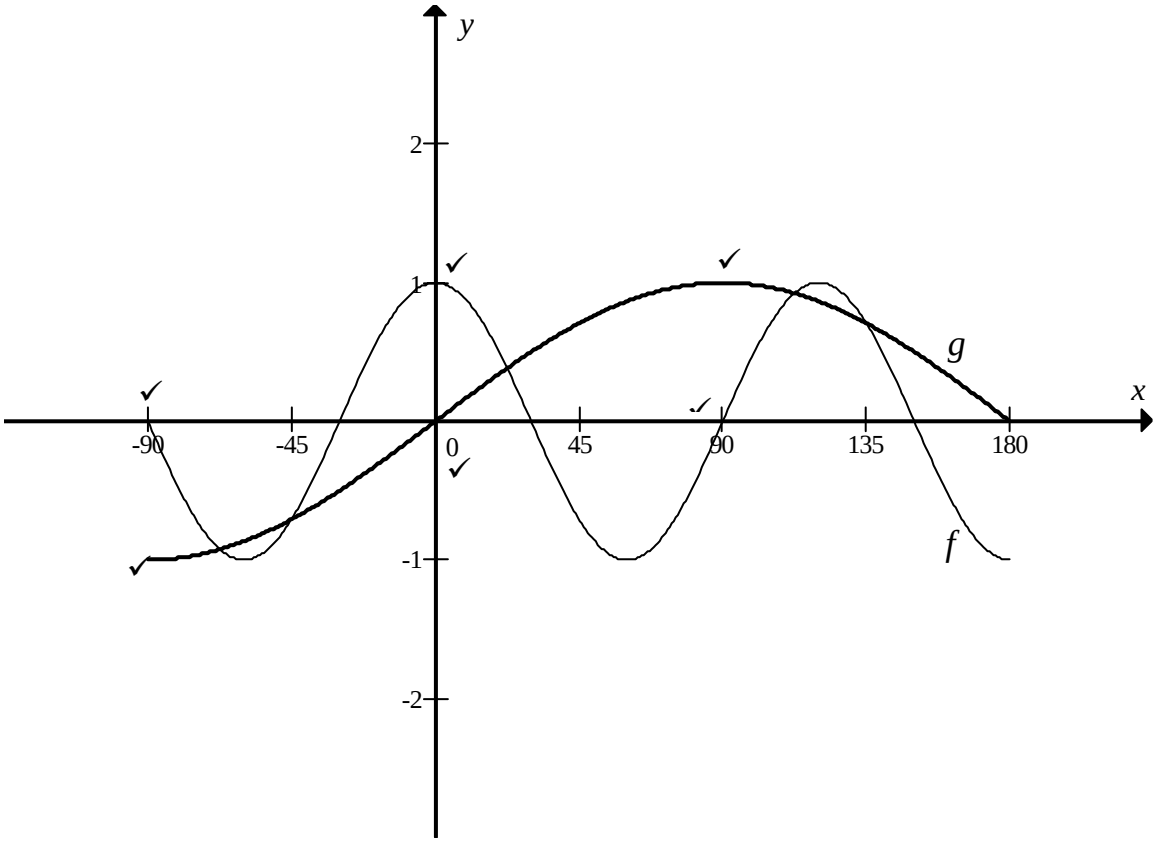
OF

$\cos 3x = \cos(90° - x)$
$3x = 90° - x + k.360°$ $\qquad$ $3x = -90° + x + k.360°$
$4x = 90° + k.360°$ $\qquad$ of $\quad 2x = -90° + k.360°$
$x = 22,5° + k.90° \quad k \in Z$ $\qquad$ $x = -45° - k.180° \quad k \in Z$

✓ gelykstelling
✓ $3x = 90° - x + k.360°$
✓ $x = 22,5° + k.90°$
✓ $3x = -90° + x + k.360°$
✓ $x = -45° - k.180°$
✓✓✓ waardes van x

(8)

$x = -67,5° ; -45° ; 22,5° ; 112,5° ; 135°$

8.2	 (6) Penaliseer met 1 punt indien buite definisie versameling gaan.	
8.3	$-67{,}5° \le x \le -45°$ **OF** $x \in [-67{,}5°; -45°]$ **OF** Vanaf $-67{,}5°$ tot en by $-45°$	✓✓ kritieke waardes ✓ notasie (3) Nota: Indien $-67{,}5° < x < -45°$: 2/3 Helfte van die ongelykheid: 1/3 Indien $x = -67{,}5°$ of $x = -45°$: 0/3 Indien antwoord $22{,}5° \le x \le 112{,}5°$ dan 2 / 3 Indien antwoord $135° \le x \le 180°$ dan 2 / 3 **[17]**

VRAAG 9

9.1

Gemiddeld = $\frac{220}{10} = 22$ minutes

✓ $\frac{\textit{som van minute}}{\textit{aantal hardlopers}}$
✓antwoord
(2)
Slegs antwoord: 2/2

9.2

Tyd geneem	$(x - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
18	-4	16
21	-1	1
16	-6	36
24	2	4
28	6	36
20	-2	4
22	0	0
29	7	49
19	-3	9
23	1	1
Som		156

✓✓opstel van tabel en korrekte waardes in die kolom $(x_i - \bar{x})^2$

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{156}{10}} = 3{,}95$

✓substitusie in formule

(As die kandidaat 'n sakrekenaar gebruik het om die antwoord op VRAAG 9.1 and VRAAG 9.2 te bereken, ken volpunte toe as die antwoorde korrek is.)

✓antwoord
(4)

Indien slegs een fout in die berekening: 3/4

Slegs antwoord:4/4

Indien kandidaat n-1 in die formule gebruik sal $\sigma = 4.16$:3/4

9.3

Een standaardafwyking van die gemiddeld is binne die interval (22 - 3,95 ; 22 + 3,95) which is (18,05 ; 25,95)

$\therefore$ 6 hardlopers het die wedstryd binne een standaardafwyking vanaf die gemiddelde voltooi.
(Tye: 21, 24, 20, 22, 19, 23)

✓✓ antwoord

Nota:
Slegs antwoord: 2/2

Indien kandidaat $\sigma = 4{,}16$ gebruik, dan is die antwoord 7 hardlopers.

(2)
[8]

VRAAG 10

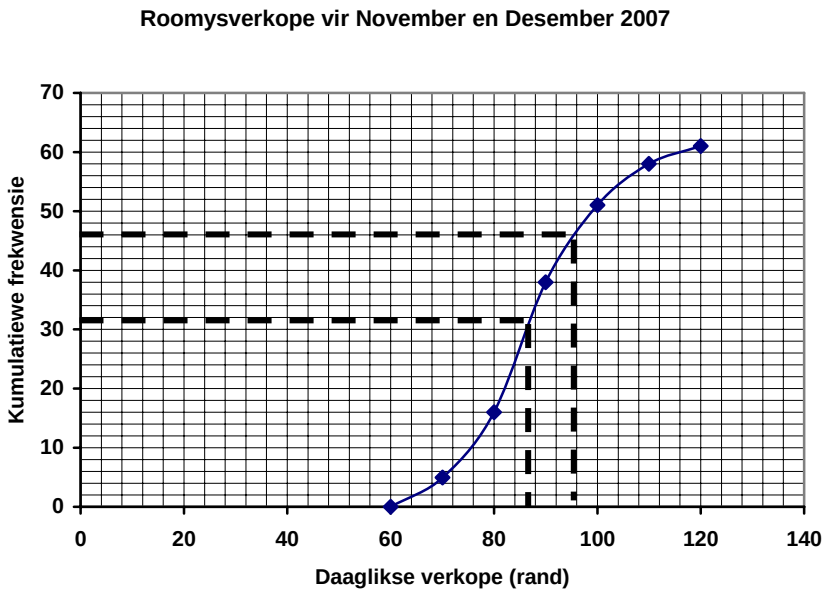
10.1

Daaglikse verkope (in rand)	Frekwensie	Kumulatieve Frekwensie
60 ≤ rand < 70	5	5
70 ≤ rand < 80	11	16
80 ≤ rand < 90	22	38
90 ≤ rand < 100	13	51
100 ≤ rand < 110	7	58
110 ≤ rand < 120	3	61

✓ Frekwensie kolom
✓✓ kumulatiewe frekwensie kolom (3)

Indien 1 waarde verkeerd in die frekwensie kolom, penailseer met 1 punt.

10.2



✓ kumulatiewe totale
✓punte by hoër limiete van intervalle
✓vorm (3)

Indien die ogief NIE eindig op die horisontale as nie/ nie geanker op die horisontale as is nie, geen penalisasie.

Indien geplot met die middelpunt van die interval en die kumulatiewe frekwensie: 2/3

10.3 Mediaan = R 87 (Enige waarde tussen R 84 en R 90)

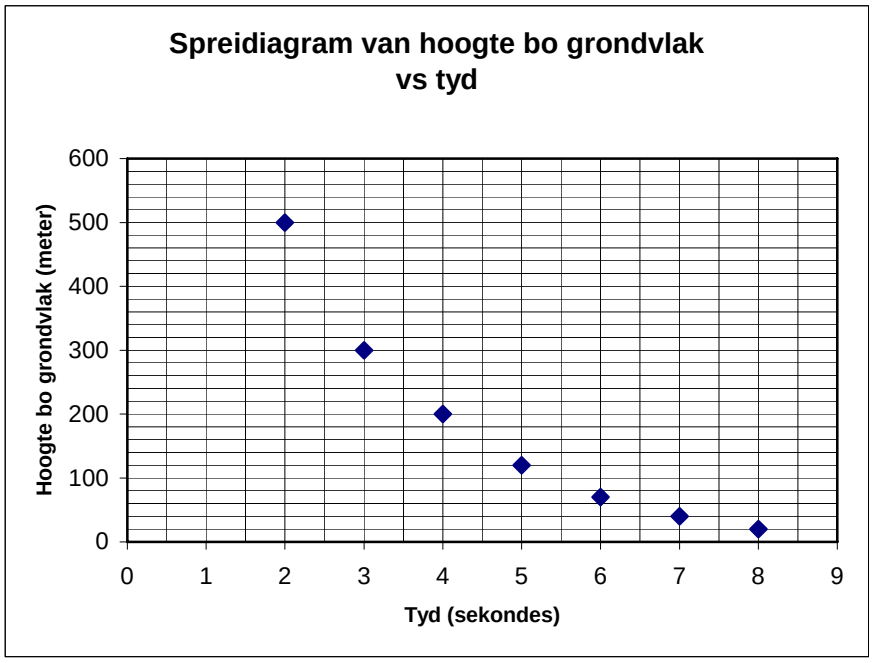
✓korrek afgelees van ogief (1)

10.4 R96 ≤ sales ≤ R120

(kom van 46 van die kumulatiewe frekwensie)

✓120
✓korrek afgelees van ogief (2)
[9]

VRAAG 11

11.1		✓✓ stip van punte (2) Penaliseer met 1 indien nie al die punte korrek gestip
11.2	Eksponensiaal **OF** hiperbool **OF** Parabool(kwadraties) **OF** Beskrywings van kurwe aanvaarbaar: VB: Skerp dalende en later minder skerp dalend	✓ antwoord (1)
11.3	Ongeveer 90 m	✓ antwoord (1) **[4]**

VRAAG 12

12.1	Die mediaan, maksimum punte, IKR. Nota: Enige twee stellings wat waar is binne die konteks van die probleem	✓ ✓ enige twee van die lys (2)
12.2	IKR = 90 – 72 = 18.	✓ formule ✓ antwoord (2) Slegs antwoord: 2/2
12.3	Nee. By die berekening van die mediaan is slegs die middelste waarde van 'n geordende stel data van belang. Die ekstreemwaardes word nie in aanmerking geneem nie. In hierdie geval het 25% van die klas A-leerders 'n puntetelling van minder as 66 gehad. Die minimum in klas B is 66. Gevolglik verskil die prestasie van die twee klasse aansienlik. **OF** Nee. Die een is skeef na links en die ander een is skeef na regs. **OF** Nee. Die laagste kwartiel van Klas A is laer as die minimum van Klas B **OF** Nee. Die linkerkantse snor van Klas A is baie langer as die linkerkantse snor van Klas B.	✓ Nee ✓ ekstreme waardes nie in berekening gebring ✓ minimum punte verskil (3) **[7]**

TOTAAL: 150