



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIKAAT-EKSAMEN/ NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

TEGNIESE WISKUNDE V2

2023

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 16 bladsye en 'n 2 bladsy-inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

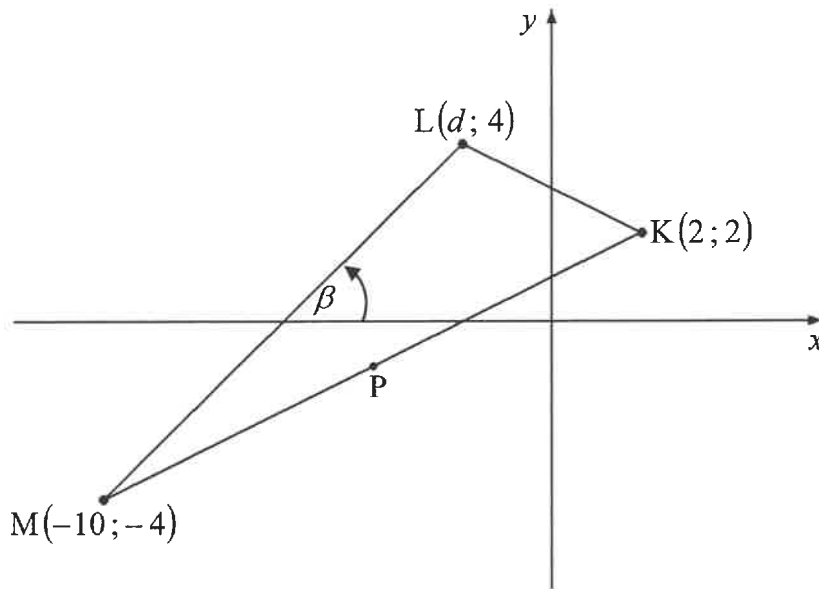
1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die diagram hieronder is KLM 'n driehoek met hoekpunte $K(2; 2)$, $L(d; 4)$ en $M(-10; -4)$.
P is die middelpunt van KM.

Die vergelyking van reguitlyn LM word deur $y - x = 6$ gegee.

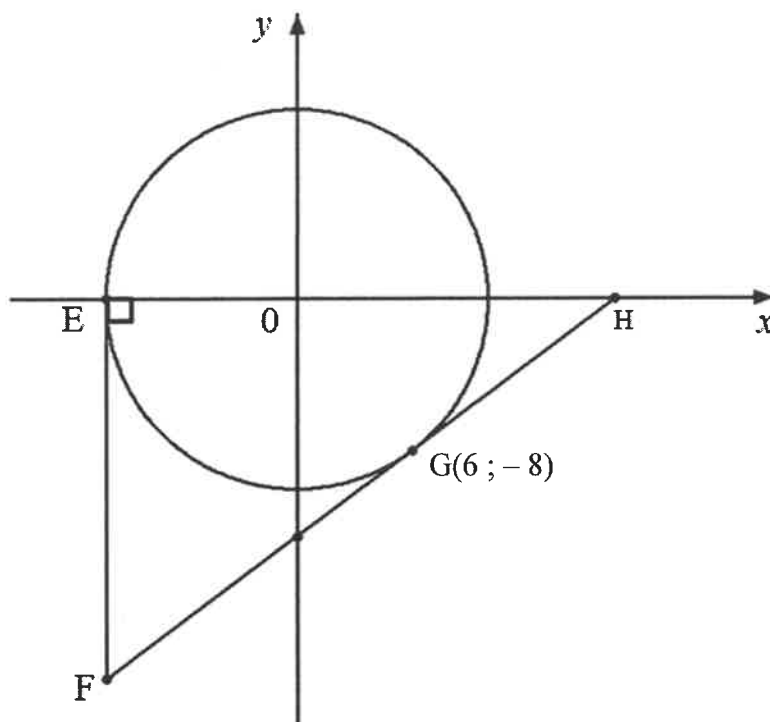
Die hoek gevorm deur LM en die x-as is β .



- 1.1 Gegee die vergelyking van reguitlyn LM as $y - x = 6$
Skryf die numeriese waarde van die gradiënt van LM neer. (1)
- 1.2 Bepaal:
- 1.2.1 Die grootte van β , die inklinasiehoek van LM (2)
- 1.2.2 Die numeriese waarde van d (2)
- 1.2.3 Die koördinate van P (2)
- 1.3 1.3.1 Skryf die gradiënt van die reguitlyn ewewydig aan reguitlyn LM neer. (1)
- 1.3.2 Bepaal vervolgens of andersins die vergelyking van die reguitlyn ewewydig aan LM en wat deur punt K gaan. (2)
- [10]

VRAAG 2

- 2.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel by die oorsprong.
 FH is 'n raaklyn aan die sirkel by punt $G(6; -8)$. Die sirkel sny die x -as by punt E .
 H is 'n punt op die x -as.
 EF is loodreg op die x -as.



- 2.1 Bepaal:
- 2.1.1 Die vergelyking van die sirkel (3)
- 2.1.2 Die vergelyking van raaklyn FH in die vorm $y = \dots$ (5)
- 2.2 Skryf die koördinate van punt E neer. (1)
- 2.3 Bepaal vervolgens of $EF = EG$ (5)
- 2.4 Skets, op die rooster in die ANTWOORDEBOEK verskaf, die grafiek gedefinieer deur:

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3,5^2} = 1$$

Dui AL die afsnitte met die asse duidelik aan.

(3)
[17]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $\hat{A} = 66^\circ$ en $\hat{B} = 59^\circ$

Bepaal die waarde van:

3.1.1 $\sin B$ (1)

3.1.2 $\sec A + \cos B$ (2)

3.2 Gegee: $\tan \alpha = \frac{-2}{3}$ en $\alpha \in [180^\circ; 360^\circ]$

Bepaal, met behulp van 'n diagram en sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van $4 \cot \alpha + \sin^2 \alpha$ (5)3.3 Los op vir x :

$$\operatorname{cosec} x = -3,054 \text{ en } x \in [0^\circ; 360^\circ]$$
 (5)
[13]

VRAAG 4

4.1 Vereenvoudig deur gebruik van 'n reduksieformule: $\cos(2\pi - B)$ (1)

4.2 Voltooi die volgende identiteite:

4.2.1 $1 - \cos^2 P = \dots$ (1)

4.2.2 $\tan \beta = \frac{\dots}{\dots}$ (1)

4.3 Vereenvoudig:

$$2 \sin(\pi + B) \cdot \cos(2\pi - B) \cdot \tan(180^\circ - B) + \cos(180^\circ - B) \cdot \frac{2}{\sec(180^\circ + B)}$$
 (6)

4.4 Bewys die identiteit: $\frac{\cos \theta + \sin^2 \theta \cdot \sec \theta}{\operatorname{cosec} \theta} = \tan \theta$ (5)
[14]

VRAAG 5

Gegee die funksies gedefinieer deur $f(x) = \sin x + 1$ en $g(x) = -\tan x$, waar $x \in [0^\circ; 180^\circ]$

- 5.1 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel op die rooster wat verskaf is. Dui AL die draaipunte, afsnitte met die asse en asimptoot (asimptote) duidelik aan. (6)
- 5.2 Skryf neer:
- 5.2.1 Die waardeversameling (terrein) van f (2)
- 5.2.2 Die periode van g (1)
- 5.2.3 Die vergelyking van h waar h die grafiek van g is wat om die x -as gereflekteer word (1)
- 5.3 Bepaal die waarde van $f(0^\circ) - g(0^\circ)$. (2)

[12]

VRAAG 6

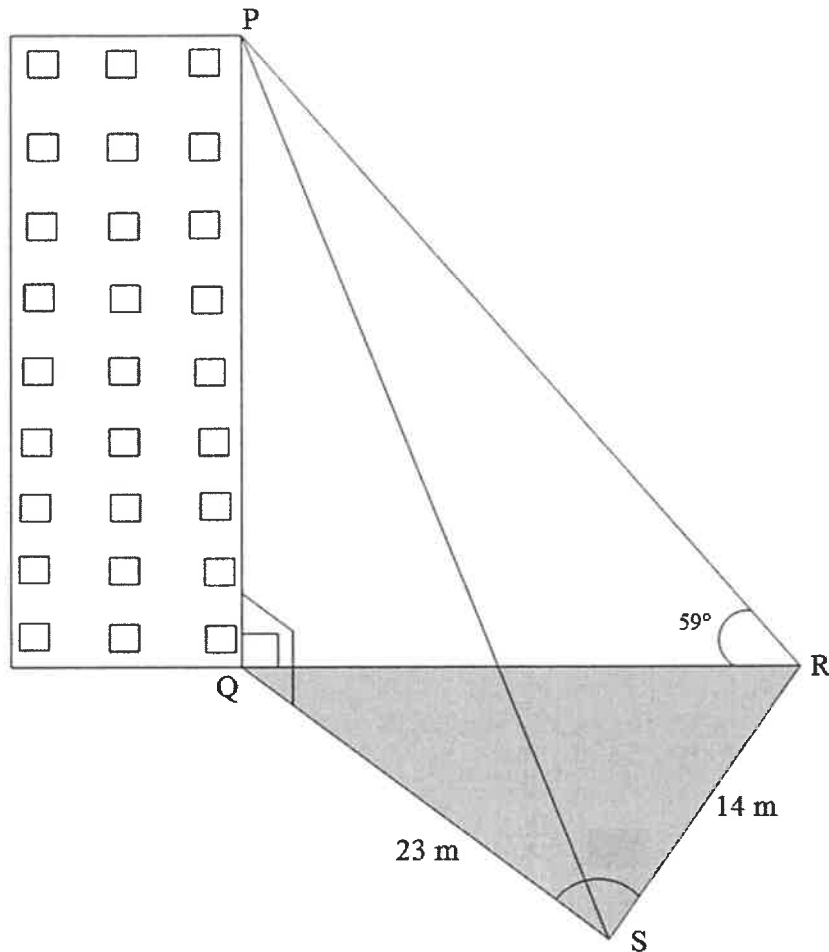
Die diagram hieronder toon die hoogte (PQ) van 'n gebou.

Q, R en S is punte op dieselfde horisontale vlak. Die hoogthoek van P, die bopunt van die gebou, vanaf R is 59° .

$$\hat{QSR} = 86^\circ$$

$$QS = 23 \text{ m}$$

$$SR = 14 \text{ m}$$



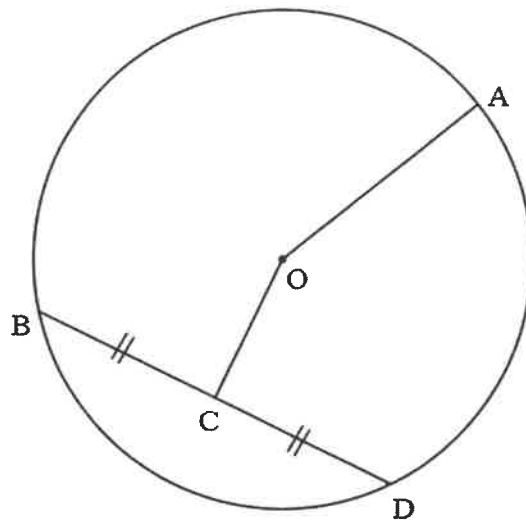
- 6.1 Voltooi die kosinusreël vir ΔQRS : $QR^2 = QS^2 + SR^2 - \dots$ (1)
- 6.2 Bereken vervolgens die lengte van QR. (2)
- 6.3 Voltooi die reël: Oppervlakte van $\Delta QRS = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots \times \sin S$ (1)
- 6.4 Bereken vervolgens die oppervlakte van ΔQRS . (2)
- 6.5 Voltooi (in terme van die sye van ΔPRQ) die verhouding: $\tan 59^\circ = \dots$ (1)
- 6.6 Bereken vervolgens die hoogte van PQ. (2)
- [9]**

VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling met die ontbrekende woord(e):

Die lyn getrek vanaf die middelpunt van 'n sirkel loodreg op 'n koord, ... die koord. (1)

7.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel ABD met die vergelyking $x^2 + y^2 = 49$
 C is die middelpunt van $BD = 11$ cm



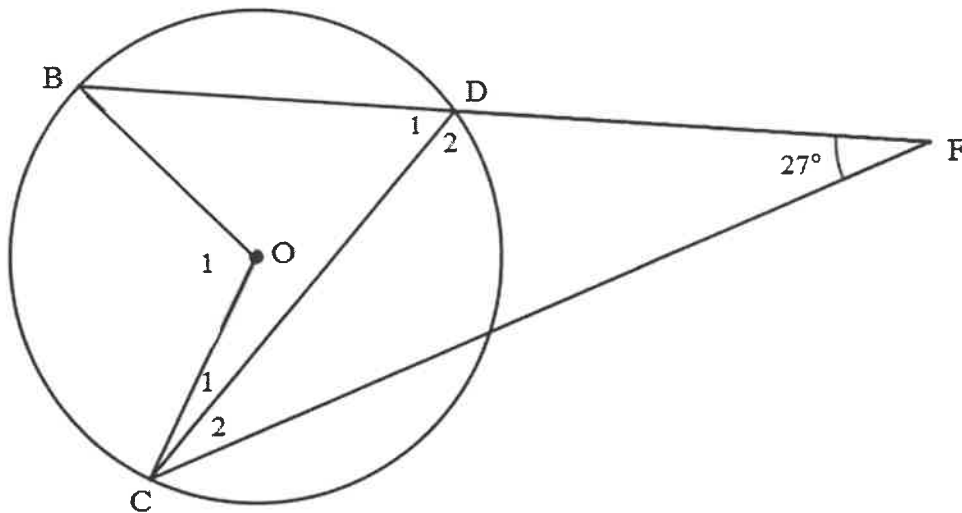
7.2.1 Skryf die lengte van AO neer. (1)

7.2.2 Bepaal vervolgens of andersins, met redes, die lengte van OC . (4)

7.3 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel BCD .

Koord BD word verleng om CF by F te sny sodat $\hat{F} = 27^\circ$

$$\hat{O}_1 = 4\hat{F}$$



7.3.1 Skryf die grootte van \hat{O}_1 neer. (1)

7.3.2 Bepaal, met 'n rede, die grootte van \hat{D}_1 (2)

7.3.3 Bewys vervolgens dat $DC = DF$ (3)
[12]

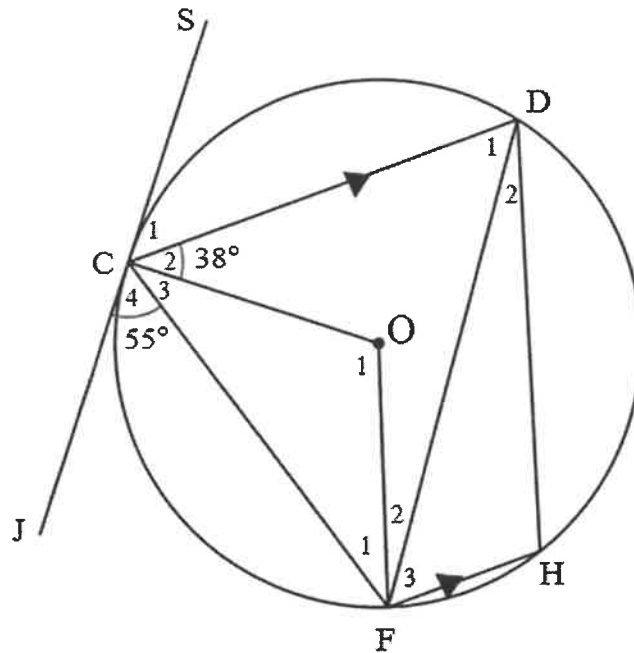
VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling met die ontbrekende woord(e):

Die raaklyn aan 'n sirkel is ... aan die radius van die sirkel by die raakpunt. (1)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel $CDHF$. JCS is 'n raaklyn aan die sirkel by punt C .

$\hat{C}_4 = 55^\circ$, $\hat{C}_2 = 38^\circ$ en $CD \parallel FH$



Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

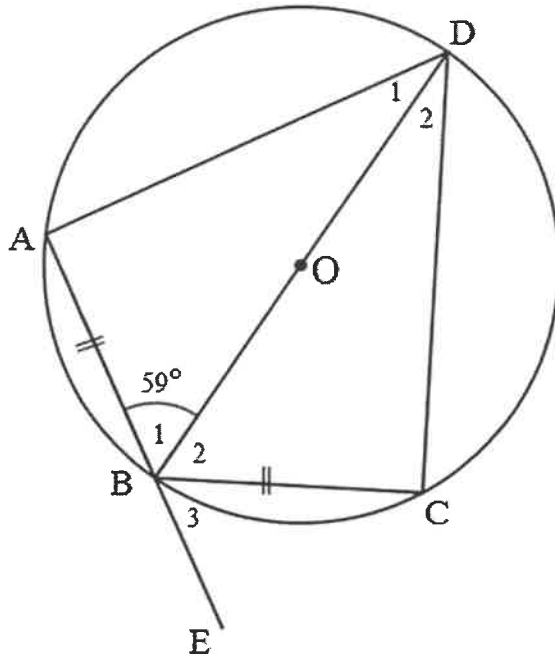
8.2.1 \hat{D}_1 (2)

8.2.2 \hat{F}_3 (2)

8.2.3 \hat{F}_1 (3)

8.2.4 \hat{DFC} (2)

- 8.3 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel $ABCD$ met $AB = BC$
 Koord AB is verleng na E en $\hat{B}_1 = 59^\circ$

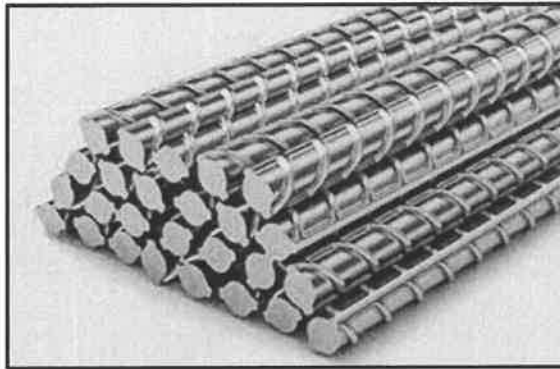


Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

- 8.3.1 \hat{D}_1 (3)
- 8.3.2 \hat{D}_2 (2)
- 8.3.3 \hat{B}_3 (2)
- [17]

VRAAG 9

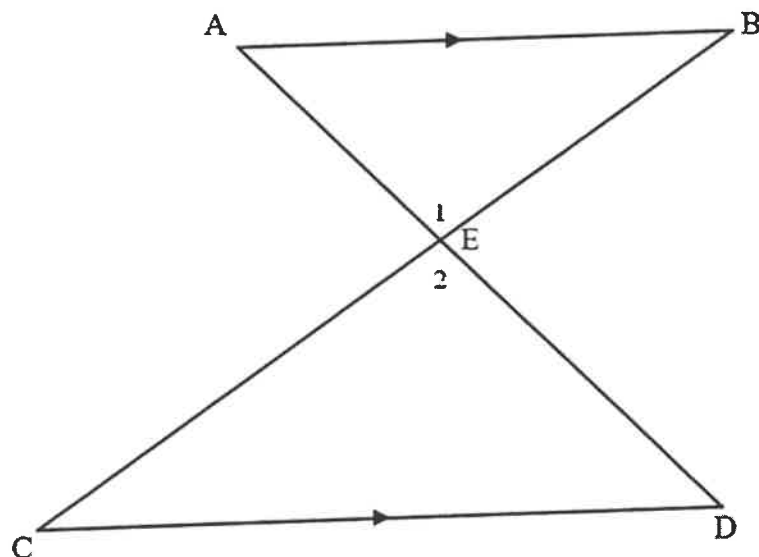
- 9.1 Noem die TWEE voorwaardes wat nodig is vir twee driehoeke om gelykvormig te wees. (2)
- 9.2 'n Hoop staalstawe word in die prentjie hieronder getoon. Elke staalstaaf het 'n lengte van 3 meter.



'n Klant het EEN staaf gekoop en het gevra dat dit in die verhouding 2 : 3 gesny word.

Bereken die lengte van ELK van die twee stukke. (3)

- 9.3 In die diagram hieronder sny AD en CB by E met $AB \parallel CD$.



- 9.3.1 Toon, met redes, dat $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ (3)

- 9.3.2 As $AE : ED = 4 : 5$ en $CB = 80$ mm, bereken, met redes, die lengte van BE. (4)

[12]

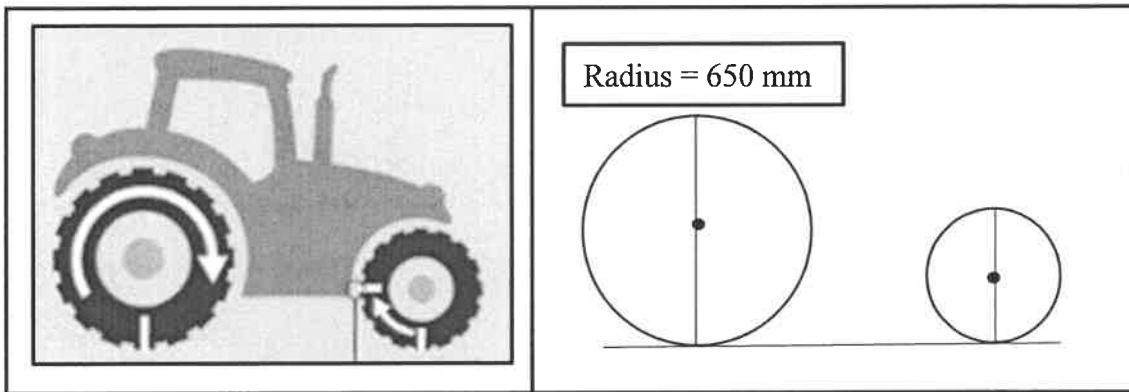
VRAAG 10

10.1 Skryf die herleidingsfaktor vir grade na radiale neer. (1)

10.2 Dui aan of die volgende stelling WAAR of ONWAAR is. Skryf slegs 'waar' of 'onwaar' langs die vraagnommer in die ANTWOORDEBOEK neer.

As twee wiele met verskillende middellyne teen dieselfde omtreksnelheid beweeg, dan is hulle hoeksnelheid dieselfde. (1)

10.3 Die prentjie en die diagram hieronder toon 'n trekker en sy wiele. Die **agterwiel** het 'n radius van 650 mm. Die omtreksnelheid van die agterwiel by die punt waar dit kontak maak met die grond, is 45 km/h.

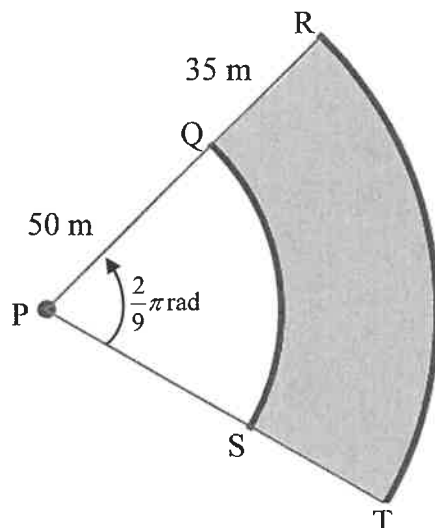


10.3.1 Bereken die rotasiefrekwensie van die agterwiel in omwentelings per sekonde. (4)

10.3.2 Bepaal vervolgens, in radiale per sekonde, die hoeksnelheid van die agterwiel. (3)

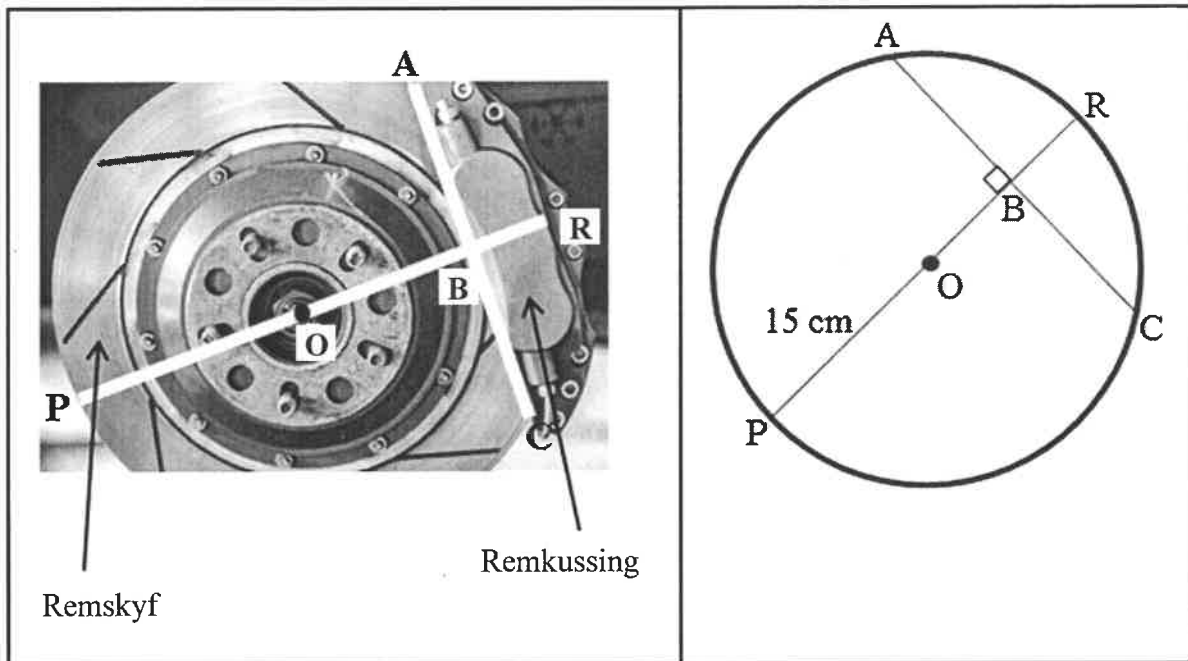
10.4 Die diagram hieronder beeld 'n sektor van 'n sirkelvormige plaas uit. Die gearseerde oppervlakte moet met 'n net bedek word. PQ = 50 m en QR = 35 m

Die sentrale hoek van die sektor is $\frac{2}{9}\pi$ rad.



Bepaal of die gearseerde oppervlakte met 1 500 m² net bedek kan word. (5)

- 10.5 Die prentjie en die diagram hieronder beeld 'n remskyf, met middelpunt O , en 'n remkussing van 'n kar se wiel uit. PR is die middellyn van die remskyf. Die remkussing bedek 'n segment met hoogte BR van die remskyf. Radius OP van die skyf is 15 cm en koord $AC = 18\text{ cm}$ is die lengte van die remkussing.



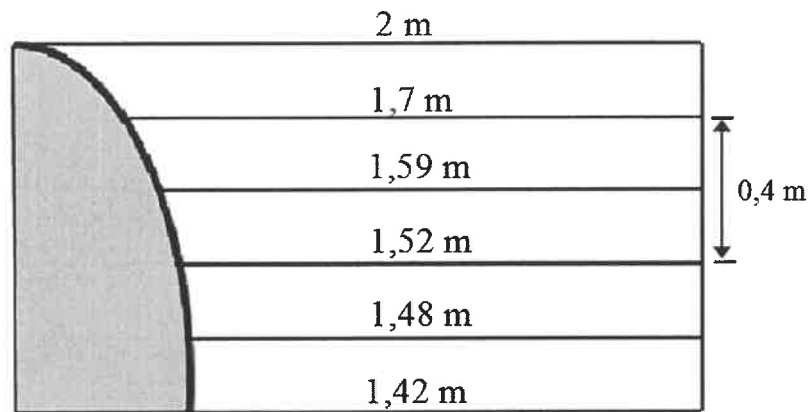
Bepaal die hoogte van BR .

(5)
[19]

VRAAG 11

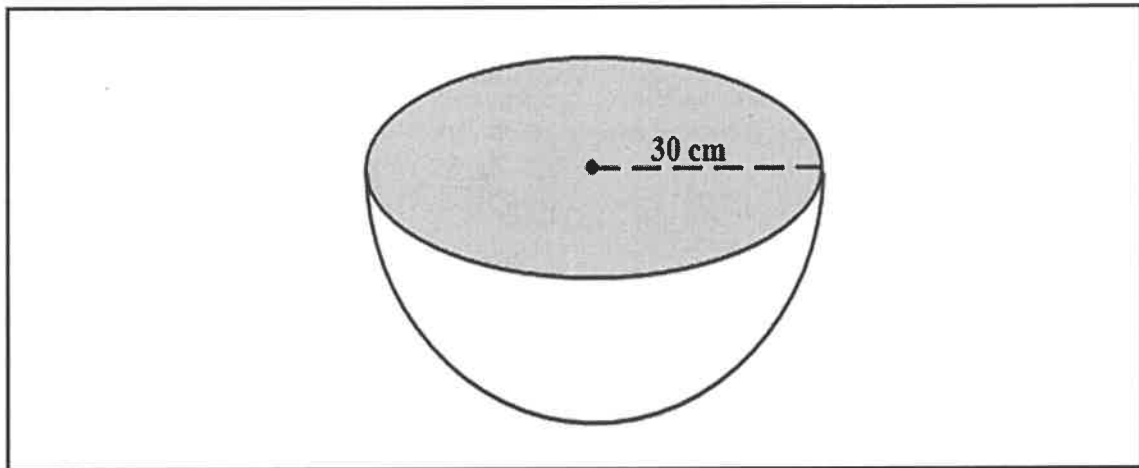
- 11.1 Die diagram hieronder toon 'n reghoekige stuk mat. 'n Gedeelte van die mat (wat deur die gearseerde gedeelte voorgestel word) moet afgesny word. Die oorblywende nie-gearseerde deel van die mat sal dan langs 'n geboë muur pas. Die horisontale lengte is 2 m. Die vertikale wydte is in vyf gelyke dele verdeel. Die lengte van twee uit die vyf gelyke dele word as 0,4 m gegee.

Die lengte van die ordinate is: 2 m; 1,7 m; 1,59 m; 1,52 m; 1,48 m; 1,42 m



- 11.1.1 Skryf die lengte van EEN van die gelyke dele neer. (1)
- 11.1.2 Bepaal die area van die mat wat benodig word om om die geboë muur te pas deur die middelordinaatreël te gebruik. (3)
- 11.1.3 As die lengte van elke ordinaat met x vermeerder word terwyl die aantal gelyke dele dieselfde bly dan sal die nuwe oppervlakte van die mat wat benodig word om langs die geboë muur te pas, 4 m^2 wees. Bepaal die waarde van x . (3)

- 11.2 Die diagram hieronder beeld 'n oop hemisferiese (halfronde) bak uit. Die bak het 'n radius van 30 cm.



Die volgende formules kan gebruik word:

$$\text{Buite-oppervlakte van 'n sfeer} = 4\pi r^2$$

$$\text{Volume van 'n sfeer} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$

- 11.2.1 Bereken die buite-oppervlakte van die oop hemisferiese (halfronde) bak. (3)
- 11.2.2 Bereken hoe lank dit sal neem om die bak tot 75% van sy volume te vul as die vloeitempo van die water 90 ml per sekonde is. (5)

[15]

TOTAAL: 150

INLICHTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C, \quad n, k \in \mathbb{R} \text{ waar } n \neq -1 \text{ en } k \neq 0$$

$$\int \frac{k}{x} dx = k \ln x + C, \quad x > 0 \text{ en } k \in \mathbb{R}; k \neq 0$$

$$\int k a^{nx} dx = \frac{k a^{nx}}{n \ln a} + C, \quad a > 0; a \neq 1 \text{ en } k, a \in \mathbb{R}; k \neq 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\tan \theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{oppervlakte van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2 \pi n \quad \text{waar } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \omega r \quad \text{waar } \omega = \text{hoeksnelheid en } r = \text{radius}$$

$$\text{Booglengte} = s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van 'n sektor} = \frac{r s}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte}$$

$$\text{Oppervlakte van 'n sektor} = \frac{r^2 \theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel} \\ \text{en } x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{lengte van die gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2} \\ O_n = n^{\text{de}} \text{ ordinaat en } n = \text{aantal ordinate}$$

OF

$$A_T = a \left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{lengte van die gelyke dele, } o_n = n^{\text{de}} \text{ ordinaat} \\ \text{en } n = \text{aantal ordinate}$$