



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

WISKUNDE V3

NOVEMBER 2009

PUNTE: 100

TYD: 2 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 inligtingsblad en 3 diagramvelle.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. 'n Goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.
4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.
5. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
6. DRIE diagramvulle vir die beantwoording van VRAAG 5.1, VRAAG 5.3, VRAAG 8.1, VRAAG 8.2, VRAAG 9, VRAAG 10 en VRAAG 11 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennummer op hierdie blaaie in die ruimtes voorsien en plaas die blaaie agterin jou ANTWOORDEBOEK.
7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjies te werk.

VRAAG 1

Beskou die ry 1; 1; 2; 3; 5; 8; ...

- 1.1 Skryf 'n rekursiewe formule vir die ry neer. (2)
- 1.2 Een van die terme in die ry hierbo is 233. Gee die volgende term. (3)
- [5]

VRAAG 2

In 'n plaaslike hoërskool is daar altesaam 1 200 seuns en dogters. Die bestuur van die skool is in die proses om 'n spesiale skoolbaadjie voor te stel vir leerders wat uitstekend presteer op die hoogste vlak van sport, kultuur en akademie. Die skoolbestuur het die Verteenwoordigende Raad van Leerders (VRL) gevra om 'n opname te doen om die leerders se reaksie op die voorstel te toets. Uit vorige ondervinding het die VRL saamgestem dat 'n steekproefgrootte van 20% 'n voldoende aanduiding sal gee.

Nandi, die VRL-voorsitter, het voorgestel dat die name van alle leerders vanaf Graad 8 tot Graad 12 in alfabetiese volgorde gerangskik moet word. Vanuit elke graadlys van name moet presies dieselfde getal leerders op 'n willekeurige wyse gekies word om die steekproef te vorm.

Sam, die VRL-adjunkvoorsitter, het voorgestel dat die name van al die leerders in die skool alfabeties gerangskik moet word en vanuit dié lys moet die vereiste getal name willekeurig gekies word om die steekproef te vorm.

- 2.1 Bepaal die getal leerders benodig vir die steekproef. (1)
- 2.2 Dink jy dat die steekproefgrootte wat gekies is, voldoende sal wees om 'n geldige afleiding te maak? Motiveer jou antwoord. (2)
- 2.3 Dink jy dat Nandi se steekproefmetode meer verteenwoordigend is van die skool se populasie as Sam se metode? Motiveer jou antwoord. (2)
- 2.4 Noem EEN belangrike kriterium wat deur beide Nandi en Sam oorgesien is in die verkryging van die steekproef. (1)
- [6]

VRAAG 3

Die lede van 'n plaaslike gimnasium moes 'n fiksheidstoets ondergaan. Die prestasiepunte is geanaliseer en daar is gevind dat 'n normaalverspreiding, met 'n gemiddeld van 100 en 'n standaardafwyking van 15, verkry is.

- 3.1 Ongeveer watter persentasie van die punte lê tussen 85 en 115? (2)
- 3.2 Indien 'n prestasiepunt tussen 115 en 130 'n aanduiding is dat die lid fiks is, ongeveer watter persentasie van die lede val in hierdie kategorie? (2)
- 3.3 Indien daar 500 lede by die plaaslike gimnasium is, hoeveel van die lede, verwag jy, sal 'n prestasiepunt van meer as 130 behaal? (2)
- [6]**

VRAAG 4

Syfers verkry vanaf 'n stad se polisie departement het 'n aanduiding gegee dat uit alle motors wat as gesteel gerapporteer word, 80% deur sindikate gesteel word om verkoop te word en 20% deur individuele persone vir hul eie gebruik gesteel word.

Van die motors wat waarskynlik deur sindikate gesteel is:

- Is 24% binne 48 uur gevind
- Is 16% na 48 uur gevind
- Is 60% nooit gevind nie

Van die motors wat waarskynlik deur individuele persone gesteel is:

- Is 38% binne 48 uur gevind
- Is 58% na 48 uur gevind
- Is 4% nooit gevind nie

- 4.1 Teken 'n boomdiagram vir die inligting hierbo. (5)
- 4.2 Bereken die waarskynlikheid dat, indien 'n voertuig in hierdie stad gesteel word, dit deur 'n sindikaat gesteel sal word en binne 48 uur gevind sal word. (2)
- 4.3 Bereken die waarskynlikheid dat 'n voertuig wat in hierdie stad gesteel word, nie gevind sal word nie. (3)
- [10]**

VRAAG 5

'n Leerder het 'n eksperiment uitgevoer om die verband tussen ouderdom en rustende hartklop (in hartklop per minuut) te ondersoek. Hy het by die plaaslike kliniek om hulp aangeklop. Die inligting van 12 persone word in die tabel hieronder aangedui.

| | | | | | | | | | | | | |
|--|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Ouderdom | 59 | 32 | 42 | 50 | 22 | 39 | 21 | 20 | 27 | 40 | 29 | 47 |
| Rustende hartklop (hartklop per minuut) | 88 | 74 | 74 | 93 | 85 | 71 | 78 | 82 | 70 | 75 | 95 | 75 |

- 5.1 Stel die data voor op 'n spreidiagram. (3)
- 5.2 Bepaal die vergelyking van die lyn van kleinste kwadrate. (4)
- 5.3 Teken die lyn van kleinste kwadrate op jou spreidiagram. (2)
- 5.4 Bereken die korrelasiekoëffisiënt van die data. (2)
- 5.5 Gebruik die korrelasiekoëffisiënt om kommentaar te lewer oor die verband tussen ouderdom en die rustende hartklop. (2)
- 5.6 Indien 'n leerder die lyn van kleinste kwadrate gebruik om die hartklop van 'n 45-jarige persoon te voorspel, sal sy antwoord betroubaar wees? Motiveer jou antwoord. (2)
- [15]**

VRAAG 6

Die data hieronder is verkry vanaf die finansiëlehulp-kantoor by 'n spesifieke universiteit.

| | ONTVANG FINANSIËLE HULP | ONTVANG NIE FINANSIËLE HULP NIE | TOTAAL |
|---------------|------------------------------------|--|---------------|
| Voorgraads | 4 222 | 3 898 | 8 120 |
| Nagraads | 1 879 | 731 | 2 610 |
| TOTAAL | 6 101 | 4 629 | 10 730 |

- 6.1 Bepaal die waarskynlikheid dat 'n student wat willekeurig gekies word, ...
- 6.1.1 finansiële hulp ontvang. (2)
- 6.1.2 'n nagraadse student is wat geen finansiële hulp ontvang nie. (2)
- 6.1.3 'n voorgraadse student is wat finansiële hulp ontvang. (2)
- 6.2 Is die gebeurtenisse om 'n voorgraadse student te wees en om finansiële hulp te ontvang, onafhanklik? Toon ALLE relevante berekeninge om jou antwoord te ondersteun. (4)
- [10]**

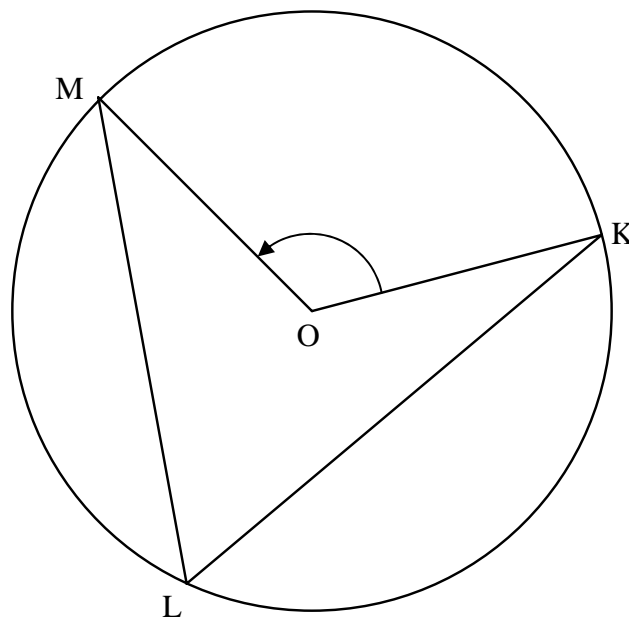
VRAAG 7

Beskou die syfers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 en 8 en beantwoord die volgende vrae:

- 7.1 Hoeveel 2-syfer-getalle kan gevorm word indien herhaling toegelaat word? (2)
- 7.2 Hoeveel 4-syfer-getalle kan gevorm word indien herhaling NIE toegelaat word NIE? (3)
- 7.3 Hoeveel getalle tussen 4 000 en 5 000 kan gevorm word? (3)
- [8]**

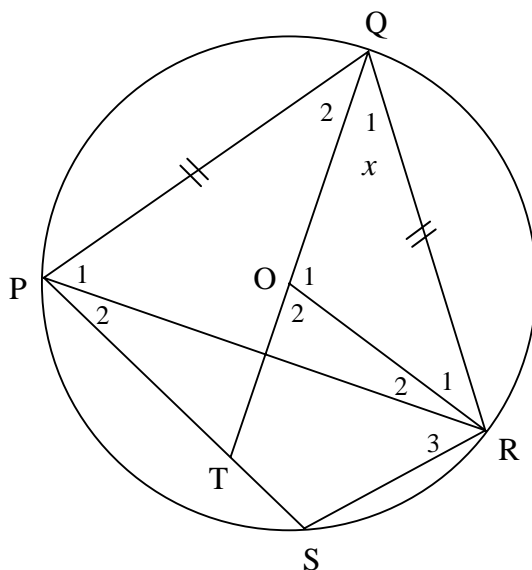
VRAAG 8

- 8.1 In die onderstaande diagram is O die middelpunt van die sirkel. K, L en M is punte op die omtrek van die sirkel.



Bewys dat die stomphoek by O, $\widehat{KOM} = 2\widehat{KLM}$. (6)

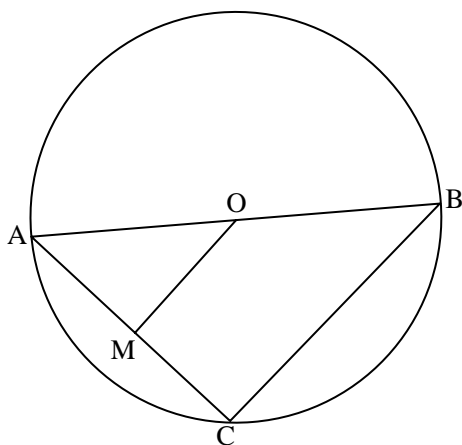
8.2 In die onderstaande diagram is O die middelpunt van die sirkel. P, Q, R en S is punte op die omtrek van die sirkel. TOQ is 'n reguitlyn sodanig dat T op PS lê. $PQ = QR$ en $\hat{Q}_1 = x$.



- 8.2.1 Bereken, met redes, \hat{P}_1 in terme van x . (3)
 - 8.2.2 Toon aan dat TQ vir \hat{PQR} halveer. (3)
 - 8.2.3 Toon aan dat STOR 'n koordevierhoek is. (3)
- [15]**

VRAAG 9

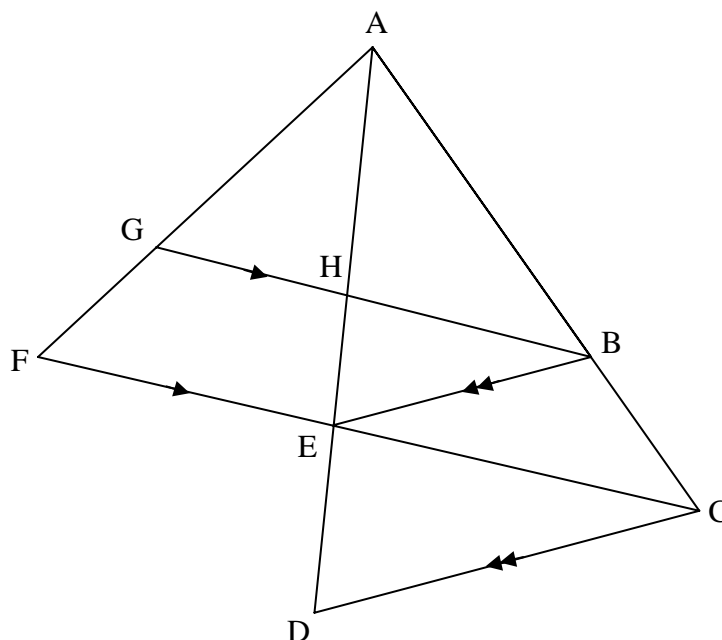
O is die middelpunt van die onderstaande sirkel. $OM \perp AC$. Die radius van die sirkel is gelyk aan 5 cm en $BC = 8$ cm.



- 9.1 Skryf die grootte van \hat{BCA} neer. (1)
- 9.2 Bereken:
 - 9.2.1 Die lengte van AM, met redes (3)
 - 9.2.2 Area ΔAOM : Area ΔABC (3)

VRAAG 10

In die onderstaande figuur is $GB \parallel FC$ en $BE \parallel CD$. $AC = 6$ cm en $\frac{AB}{BC} = 2$.



10.1 Bereken met redes:

10.1.1 $AH : ED$ (4)

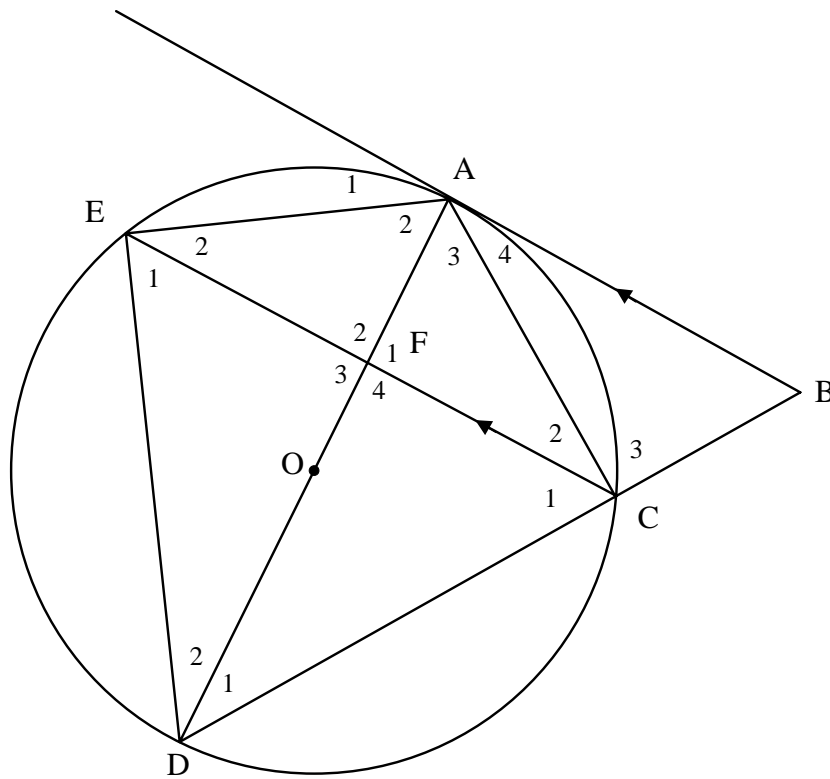
10.1.2 $\frac{BE}{CD}$ (2)

10.2 Indien $HE = 2$ cm, bereken die waarde van $AD \times HE$. (2)

[8]

VRAAG 11

In die onderstaande figuur is AB 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O. $AC = AO$ en $BA \parallel CE$. DC verleng, sny raaklyn BA by B.



- 11.1 Dui aan dat $\hat{C}_2 = \hat{D}_1$. (3)
- 11.2 Bewys dat $\triangle ACF \parallel \triangle ADC$. (3)
- 11.3 Bewys dat $AD = 4AF$. (4)

[10]

TOTAAL: 100

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n (a + (i-1)d) = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\sum_{i=1}^n ar^{i-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1-r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In ΔABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

SENTRUMNOMMER:

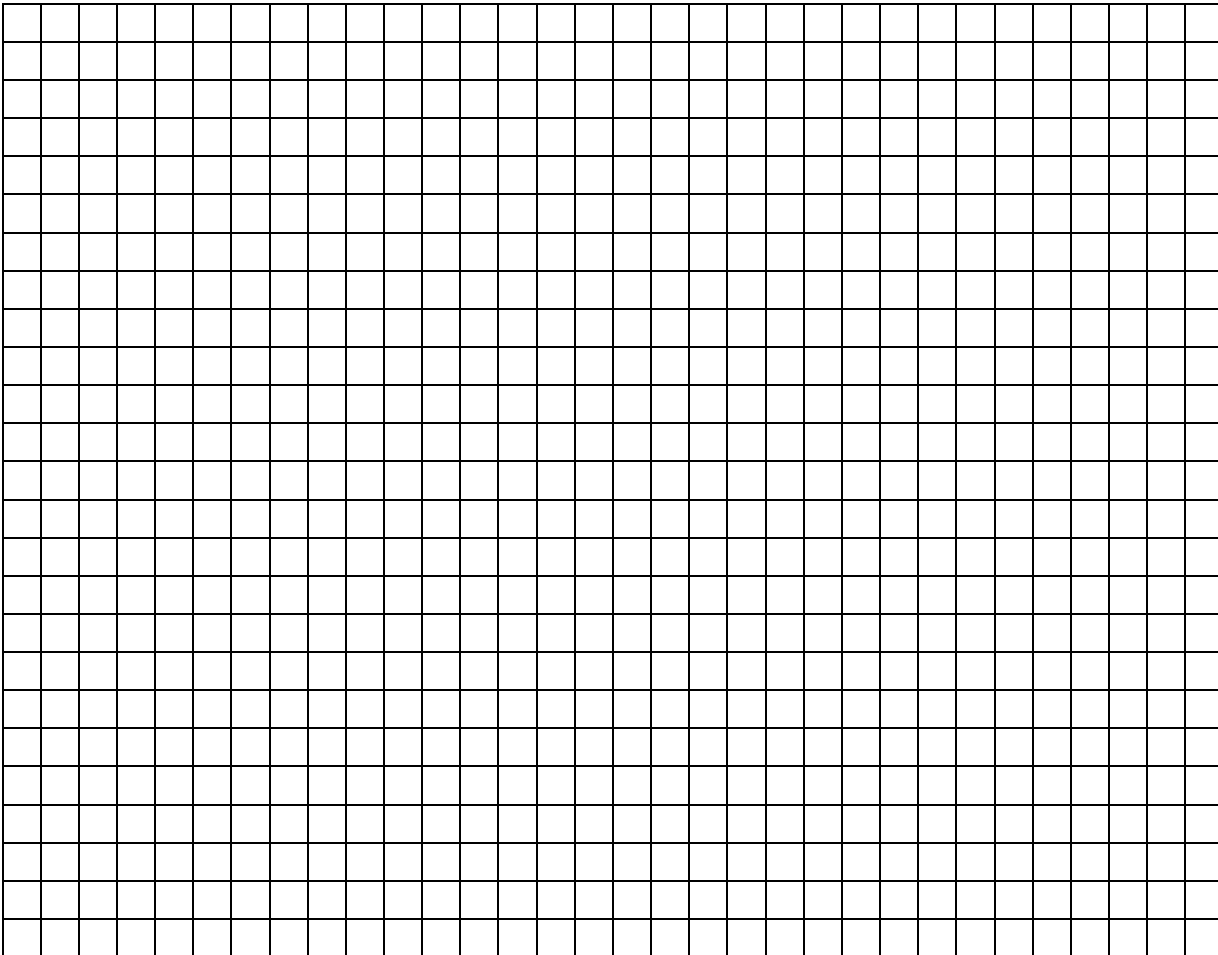
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

EKSAMENNOMMER:

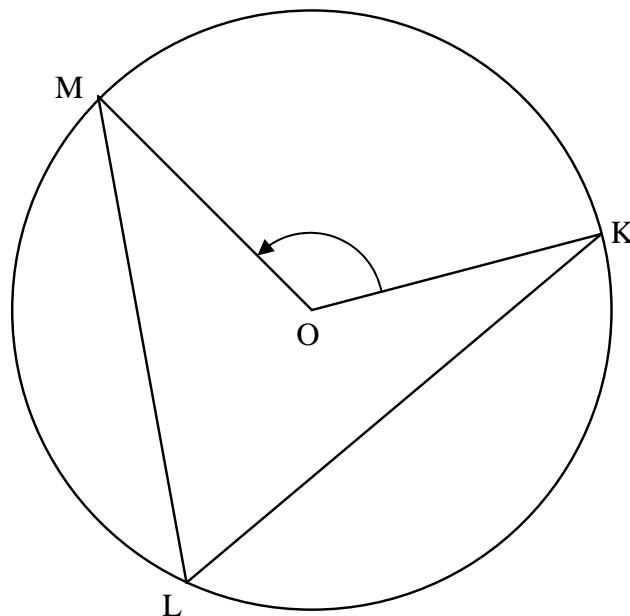
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 5.1 EN 5.3



VRAAG 8.1



SENTRUMNOMMER:

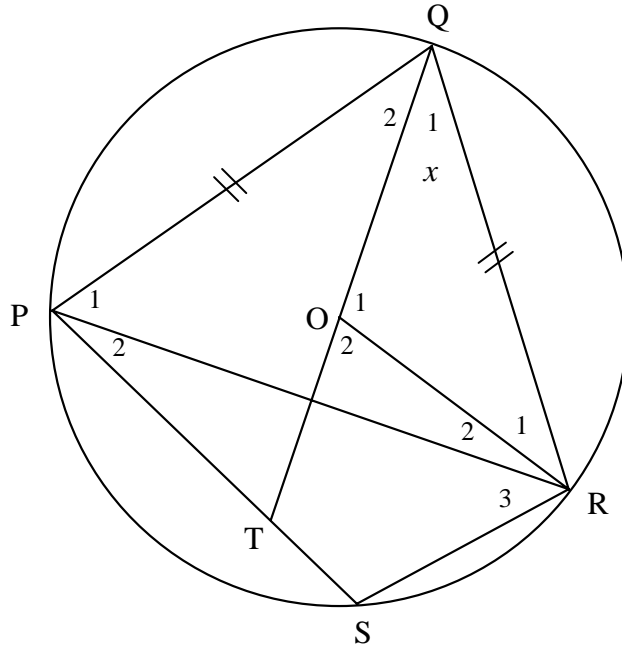
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

EKSAMENNOMMER:

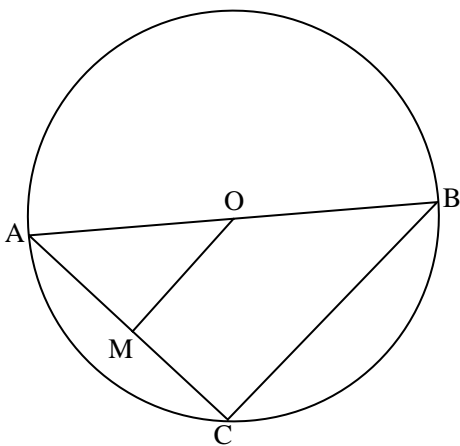
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 8.2



VRAAG 9



VRAAG 10

