basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

FEBRUARIE/MAART 2012

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 diagramvel en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. EEN diagramvel vir die beantwoording van VRAAG 12.2 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsy in die ruimtes voorsien en plaas die bladsy agterin jou ANTWOORDEBOEK.
9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $3x^2 - 5x = 2$ (3)

1.1.2 $x - \frac{2}{x} = 5$ (4)

1.1.3 $(x+1)(x-3) > 12$ (4)

1.2 Los vir r en p gelyktydig op in die volgende stel vergelykings:

$$6r + 5rp - 5p = 8$$
$$r + p = 2$$
(7)

1.3 Die volume van 'n boks met 'n reghoekige basis is 3 072 cm^3. Die lengtes van die sye is in die verhouding 1 : 2 : 3. Bereken die lengte van die kortste sy. (4)

[22]

VRAAG 2

Gegee die rekenkundige reeks: $-7 - 3 + 1 + \ldots + 173$

2.1 Hoeveel terme is daar in die reeks? (3)

2.2 Bereken die som van die reeks. (3)

2.3 Skryf die reeks in sigma-notasie. (3)

[9]

VRAAG 3

3.1 Beskou die meetkundige ry: $4\ ;\ -2\ ;\ 1 \ldots$

3.1.1 Bepaal die volgende term van die ry. (2)

3.1.2 Bepaal n as die n^{de} term $\frac{1}{64}$ is. (4)

3.1.3 Bereken die som tot oneindigheid van die reeks $4 - 2 + 1 \ldots$ (2)

3.2 As x 'n REËLE getal is, dui aan dat die volgende ry NIE meetkundig kan wees NIE:

$$1\ ;\ x + 1\ ;\ x - 3 \ldots$$
(4)

[12]

VRAAG 4

'n Atleet hardloop op 'n reguit pad. Die afstand van die atleet d vanaf 'n vaste punt P in die pad word op verskillende tye, n, gemeet en het die vorm $d(n) = an^2 + bn + c$. Die afstande word in die tabel hieronder opgeteken.

Tyd (in sekonde)	1	2	3	4	5	6
Afstand (in meter)	17	10	5	2	r	s

4.1 Bepaal die waardes van r en s. (3)

4.2 Bepaal die waardes van a, b en c. (4)

4.3 Hoe ver is die atleet vanaf P as $n = 8$? (2)

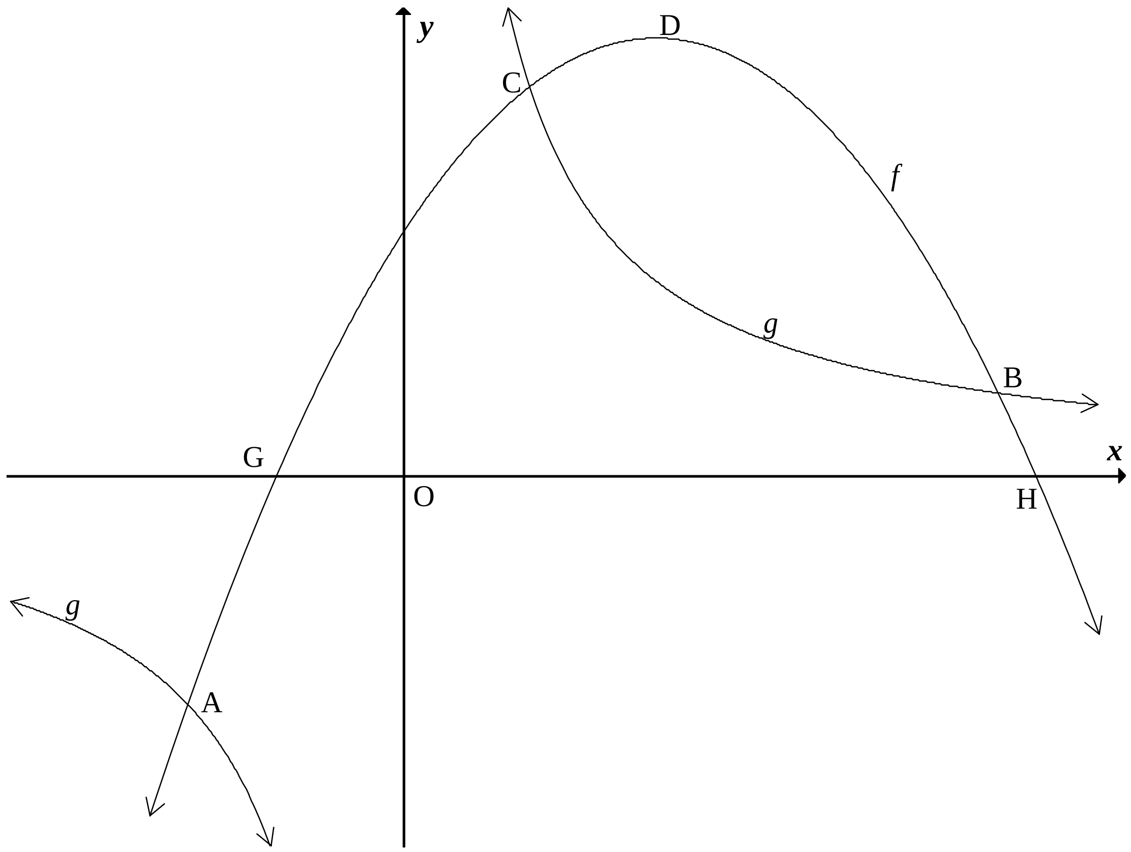
4.4 Dui aan dat die atleet in die rigting van P beweeg as $n < 5$, en weg beweeg van P as $n > 5$. (4)

[13]

VRAAG 5

Die grafieke van die funksies $f(x) = -2x^2 + 8x + 10$ en $g(x) = \dfrac{16}{x}$ is hieronder geskets.

G en H is die x-afsnitte van f.
D is die draaipunt van f.
Punt A, B en C is die snypunte van f en g.



5.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van die grafiek van g neer. (2)

5.2 Bepaal die koördinate van H. (4)

5.3 Bepaal die waardeversameling van f. (4)

5.4 Bevestig dat C die punt (1 ; 16) is. (2)

5.5 Bepaal die koördinate van die draaipunt van p as $p(x) = f(3x)$. (3)
[15]

VRAAG 6

Gegee: $f(x) = 3^x$

6.1 Bepaal 'n vergelyking vir f^{-1} in die vorm $f^{-1}(x) = ...$ (1)

6.2 Skets, in jou ANTWOORDEBOEK, die grafieke van f en f^{-1}, en toon ALLE snypunte met die asse duidelik aan. (4)

6.3 Skryf die definisieversameling van f^{-1} neer. (2)

6.4 Vir watter waardes van x sal $f(x).f^{-1}(x) \leq 0$ wees? (2)

6.5 Skryf die waardeversameling van $h(x) = 3^{-x} - 4$ neer. (2)

6.6 Skryf 'n vergelyking van g neer as die grafiek van g die beeld van die grafiek van f is nadat f twee eenhede na regs getransleer is en om die x-as gereflekteer is. (2)
[13]

VRAAG 7

7.1 Lerato wil 'n huis wat R850 000 kos, koop. Sy moet 'n deposito van 12% betaal en sy sal die balans by 'n bank leen. Bereken die bedrag wat Lerato by die bank moet leen. (2)

7.2 Die bank vra 'n rentekoers van 9% per jaar, maandeliks saamgestel vir die leningsbedrag. Lerato werk uit dat sy 'n effektiewe rentekoers van 9,6% per jaar gaan betaal. Is haar berekening korrek of nie? Motiveer jou antwoord met toepaslike berekeninge. (4)

7.3 Lerato neem 'n lening by die bank uit vir die saldo van die verkoopprys en stem in om dit oor 20 jaar terugbetaal. Haar terugbetalings begin een maand nadat haar lening toegestaan is. Bepaal haar maandelikse paaiement indien die rente wat gevra word, 9% per jaar, maandeliks saamgestel, is. (4)

7.4 Lerato kan bekostig om R7 000 per maand terug te betaal. Hoe lank sal dit haar neem om die lening terug te betaal as sy besluit om R7 000 per maand terug te betaal? (4)
[14]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels indien $f(x) = 9 - x^2$. (5)

8.2 Evalueer:

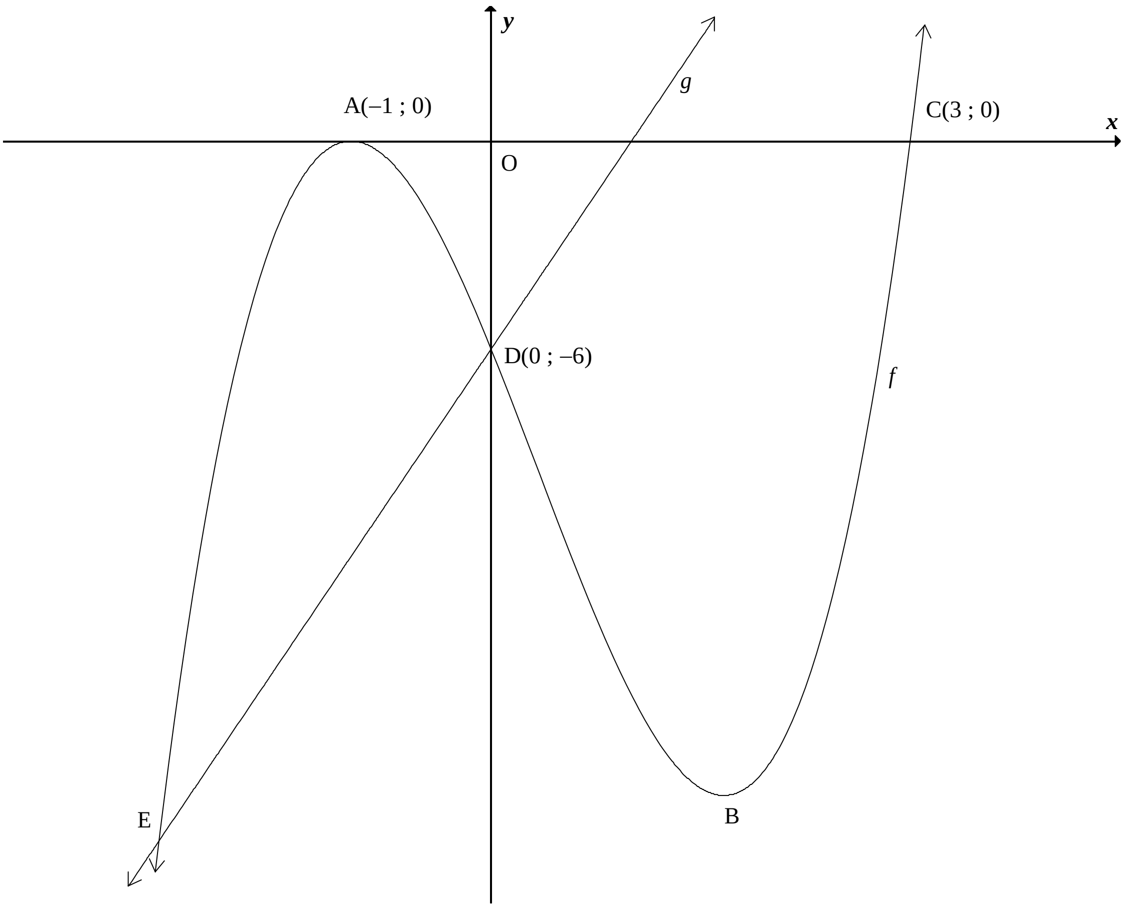
8.2.1 $D_x[1 + 6\sqrt{x}]$ (2)

8.2.2 $\frac{dy}{dx}$ as $y = \frac{8 - 3x^6}{8x^5}$ (4)

[11]

VRAAG 9

Die grafieke van $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ en $g(x) = 6x - 6$ is hieronder geskets.
A(– 1 ; 0) en C(3 ; 0) is die x-afsnitte van f.
Die grafiek van f het draaipunte by A en B.
D(0 ; – 6) is die y-afsnit van f.
E en D is snypunte van die grafieke van f en g.



9.1 Toon aan dat $a = 2$; $b = -2$; $c = -10$ en $d = -6$. (5)

9.2 Bereken die koördinate van die draaipunt B. (5)

9.3 $h(x)$ is die vertikale afstand tussen $f(x)$ en $g(x)$, met ander woorde $h(x) = f(x) - g(x)$. Bereken x sodat $h(x)$ 'n maksimum is, waar $x < 0$. (5)

[15]

VRAAG 10

Die raaklyn aan die kromme van $g(x) = 2x^3 + px^2 + qx - 7$ by $x = 1$ het die vergelyking $y = 5x - 8$.

10.1 Toon aan dat (1 ; – 3) die raakpunt van die raaklyn aan die grafiek is. (1)

10.2 Bereken vervolgens of andersins die waardes van p en q. (6)
[7]

VRAAG 11

'n Derdegraadse funksie f het die volgende eienskappe:

- $f\left(\frac{1}{2}\right) = f(3) = f(-1) = 0$
- $f'(2) = f'\left(-\frac{1}{3}\right) = 0$
- f is dalend slegs vir $x \in \left[-\frac{1}{3}\,;\,2\right]$

Teken 'n moontlike sketsgrafiek van f, en dui die x-koördinate van die draaipunte en AL die x-afsnitte duidelik aan. **[4]**

VRAAG 12

'n Meubelfabriek vervaardig klein tafeltjies en groot tafels. Die tafels ondergaan afskuur- en/of verfprosesse.

- Die fabriek kan in totaal op die meeste 100 tafels per week vervaardig.
- Daar is 'n maksimum van 50 uur per week beskikbaar vir die verf van die tafels en 'n maksimum van 180 uur per week beskikbaar vir die afskuur van die tafels.
- 'n Klein tafeltjie benodig 1 uur vir verfwerk en 1 uur vir afskuur.
- 'n Groot tafel benodig GEEN verfwerk nie, maar 2 uur vir afskuur.

Laat x die getal klein tafeltjies verteenwoordig wat per week vervaardig word en laat y die getal groot tafels verteenwoordig wat per week vervaardig word.

12.1 Skryf die beperkings neer, in terme van x en y, om die inligting hierbo voor te stel. (5)

12.2 Stel die beperkings grafies op die aangehegte DIAGRAMVEL voor. Dui die gangbare gebied duidelik aan. (4)

12.3 Wat is die maksimum getal groot tafels wat per week vervaardig kan word? (1)

12.4 Die wins op 'n klein tafeltjie is R300 en die wins op 'n groot tafel is R400. Skryf 'n uitdrukking neer vir die totale wins wat per week gemaak word. (1)

12.5 Bepaal die getal van elke tipe tafel wat die fabriek per week moet vervaardig om 'n maksimum totale wins te verseker. Dui hierdie punt aan deur die letter A te gebruik. (2)

12.6 Die wins gemaak op 'n klein tafeltjie, is geneig om na q rand per klein tafeltjie te fluktueer. Die wins gemaak op 'n groot tafel bly 'n konstante R400. Bepaal die waardes van q waarvoor die totale wins 'n maksimum by punt A sal wees. (2)

[15]

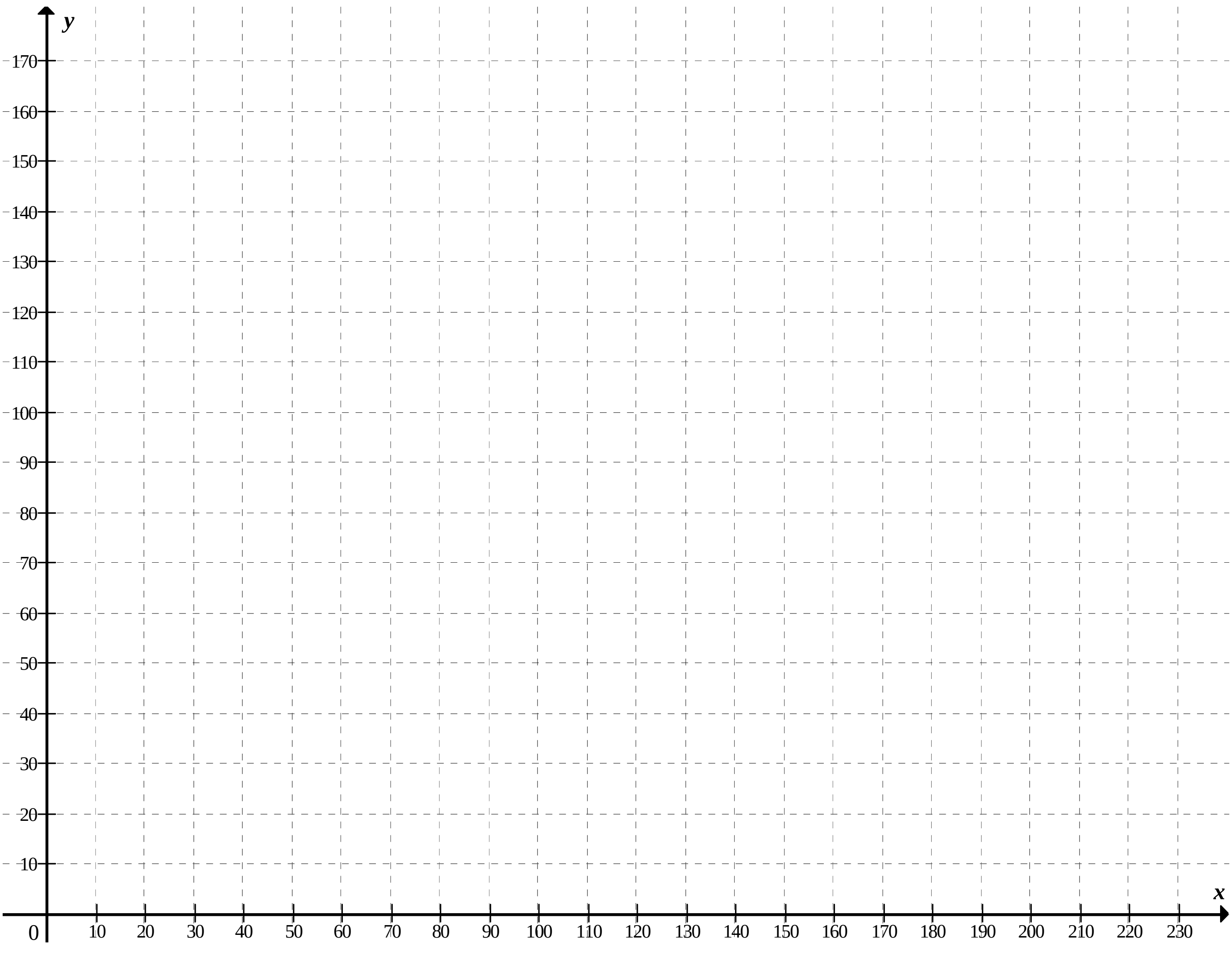
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 12.2



INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $A = P(1-ni)$ $A = P(1-i)^n$ $A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$(x ; y) \to (x\cos\theta + y\sin\theta ; y\cos\theta - x\sin\theta)$ $(x ; y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta ; y\cos\theta + x\sin\theta)$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$