basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

FEBRUARIE/MAART 2014

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 diagramvel en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 13 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van die antwoorde gebruik het, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

7. EEN diagramvel vir VRAAG 13 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie diagramvel in die ruimtes wat daarvoor voorsien is en plaas die diagramvel agterin jou ANTWOORDEBOEK.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x in elk van die volgende:

1.1.1 $x^2 - 2x - 35 = 0$ (3)

1.1.2 $x^2 - 16 \geq 0$ (4)

1.1.3 $9.2^{x-1} = 2.3^x$ (3)

1.2 Gegee: $f(x) = x^2 - 5x + c$

Bepaal die waarde van c as dit gegee word dat die oplossings van $f(x) = 0$, $\frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$ is. (3)

1.3 Los op vir x en y indien: $3^{x-10} = 3^{3x}$ en $y^2 + x = 20$ (5)

[18]

VRAAG 2

2.1 'n Meetkundige ry het $T_3 = 20$ en $T_4 = 40$.

Bepaal:

2.1.1 Die gemeenskaplike verhouding (1)

2.1.2 'n Formule vir T_n (3)

2.2 Die volgende ry het die eienskap dat die ry tellers rekenkundig is en die ry noemers meetkundig:

$$\frac{2}{1}; \frac{-1}{5}; \frac{-4}{25}; \ldots$$

2.2.1 Skryf die VIERDE term van die ry neer. (1)

2.2.2 Bepaal 'n formule vir die n^{de} term. (3)

2.2.3 Bepaal die 500$^{\text{ste}}$ term van die ry. (2)

2.2.4 Watter term sal die eerste term van die ry wees met 'n TELLER kleiner as –59? (3)

[13]

VRAAG 3

3.1 Gegee die rekenkundige ry: $w-3\ ;\ 2w-4\ ;\ 23-w$

3.1.1 Bepaal die waarde van w. (2)

3.1.2 Skryf die gemeenskaplike verskil van hierdie ry neer. (1)

3.2 Die rekenkundige ry 4 ; 10 ; 16 ; ... is die ry van eerste verskille van 'n kwadratiese ry met 'n eerste term gelyk aan 3.

Bepaal die 50$^{\text{ste}}$ term van die kwadratiese ry. (5)

[8]

VRAAG 4

In 'n meetkundige reeks, word die som van die eerste n terme gegee deur $S_n = p\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$

en die som tot oneindigheid van hierdie reeks is 10.

4.1 Bereken die waarde van p. (4)

4.2 Bereken die tweede term van die reeks. (4)

[8]

VRAAG 5

5.1 Skets die grafieke van $x^2+y^2=16$ en $x+y=4$ op dieselfde assestelsel in jou ANTWOORDEBOEK. (4)

5.2 Skryf die koördinate van die snypunte van die twee grafieke neer. (2)

[6]

VRAAG 6

Beskou: $f(x) = \dfrac{6}{x-2} + 3$

6.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van die grafiek van f neer. (2)

6.2 Skryf die definisieversameling van f neer. (1)

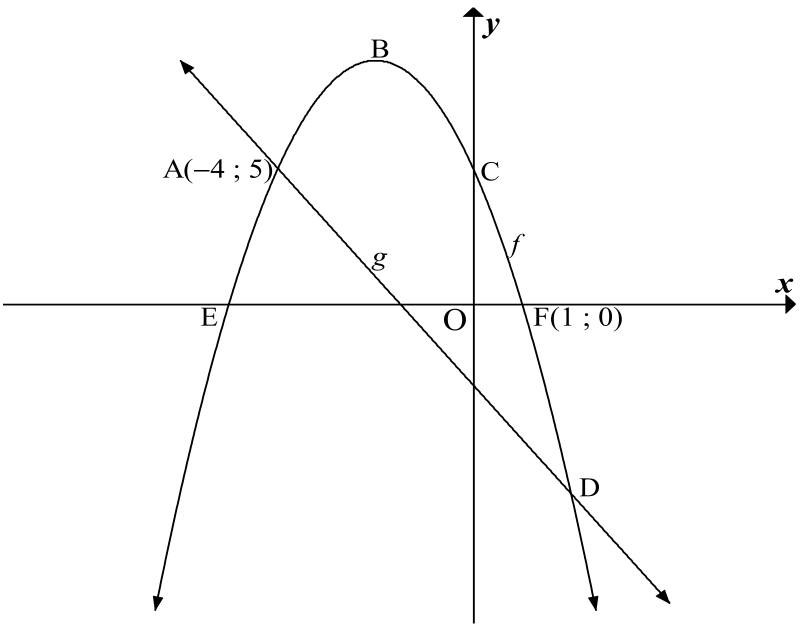
6.3 Teken 'n sketsgrafiek van f in jou ANTWOORDEBOEK en dui die afsnit(te) met die asse en die asimptote aan. (4)

6.4 Die grafiek van f word getransleer na g. Beskryf die transformasie in die vorm $(x\,;\,y) \rightarrow ...$ indien die simmetrie-asse van g, $y = x + 3$ en $y = -x + 1$ is. (4)

[11]

VRAAG 7

Die grafiek van $f(x) = a(x-p)^2 + q$ waar a, p en q konstantes is, word hieronder gegee. Punt E, F(1 ; 0) en C is die afsnitte met die koördinaat-asse. A(– 4 ; 5) is die refleksie van C oor die simmetrie-as van f. D is 'n punt op die grafiek sodat die reguitlyn deur A en D die vergelyking $g(x) = -2x - 3$ het.



7.1 Skryf die koördinate van C neer. (1)

7.2 Skryf die waarde van die vergelyking van die simmetrie-as van f neer. (1)

7.3 Bereken die waardes van a, p en q. (6)

7.4 Indien $f(x) = -x^2 - 4x + 5$, bereken die x-koördinaat van D. (4)

7.5 Die grafiek van f word om die x-as reflekteer.

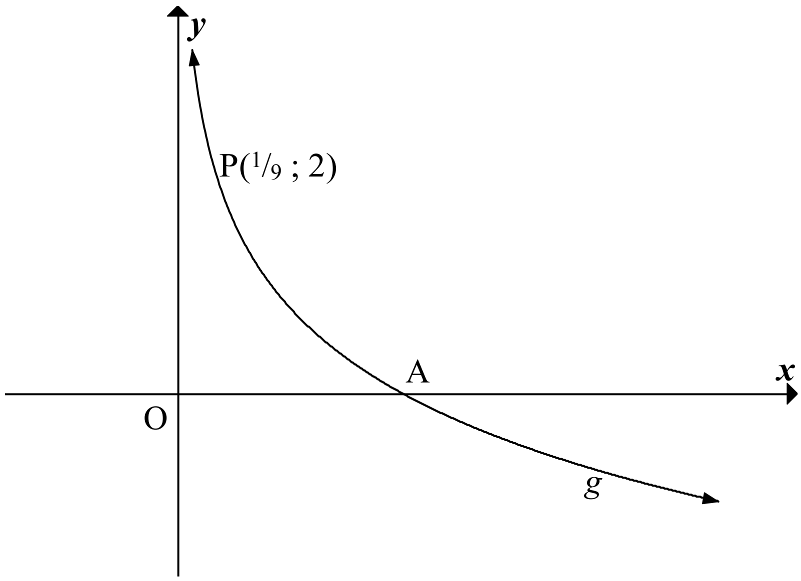
Skryf die koördinate van die draaipunt van die nuwe parabool neer. (2)

[14]

VRAAG 8

Gegee die grafiek van $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$.

- A is die x-afsnit van g.
- P $\left(\frac{1}{9}\,;\,2\right)$ is 'n punt op g.



8.1 Skryf die koördinate van A neer. (1)

8.2 Skets die grafiek van g^{-1} en dui 'n afsnit met die asse en EEN ander punt op die grafiek aan. (3)

8.3 Skryf die definisieversameling van g^{-1} neer. (1)
[5]

VRAAG 9

Susan koop 'n motor vir R350 000. Sy kry 'n lening teen 'n rentekoers van 7% p.j., maandeliks saamgestel. Die maandelikse paaiement is R6 300. Sy betaal die eerste paaiement een maand nadat die lening toegestaan is.

9.1 Bereken die effektiewe jaarlikse rente op die lening. Laat jou antwoord korrek tot TWEE desimale plekke. (3)

9.2 Hoeveel maande sal dit neem om die lening terug te betaal? (5)

9.3 Bereken die waarde van die laaste paaiement. (5)

9.4 Die waarde van die motor verminder teen i % p.j. Na 3 jaar is die waarde R252 000. Bereken i. (3)

[16]

VRAAG 10

10.1 Gegee: $f(x) = -\dfrac{2}{x}$

10.1.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels. (5)

10.1.2 Vir watter waarde(s) van x sal $f'(x) > 0$? Gee redes vir jou antwoord. (2)

10.2 Evalueer $\dfrac{dy}{dx}$ as $y = \dfrac{1}{4}x^2 - 2x$. (2)

10.3 Gegee: $y = 4\left(\sqrt[3]{x^2}\right)$ en $x = w^{-3}$

Bepaal $\dfrac{dy}{dw}$. (4)

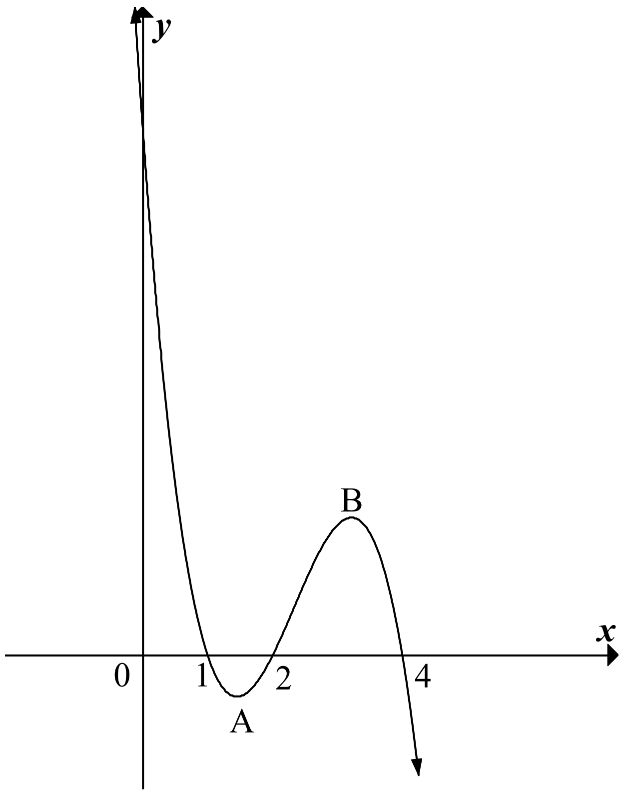
10.4 Gegee: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Teken 'n moontlike skets van $y = f'(x)$ as a, b en c almal NEGATIEWE reële getalle is. (4)

[17]

VRAAG 11

Die grafiek van $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ is hieronder geskets. Die x-afsnitte is aangedui.



11.1 Bereken die waardes van a, b en c. (4)

11.2 Bereken die x-koördinate van A en B, die draaipunte van f. (5)

11.3 Vir watter waardes van x sal $f'(x) < 0$? (3)
[12]

VRAAG 12

'n Klein besigheid verkoop tans 40 horlosies per jaar. Elke horlosies word teen R144 verkoop. Vir elke jaarlikse prysstyging van R4 per horlosie, word daar een minder horlosie per jaar verkoop.

12.1 Hoeveel horlosies word x jaar van nou af verkoop? (1)

12.2 Bepaal die jaarlikse inkomste uit die verkoop van horlosies in terme van x. (3)

12.3 In watter jaar en teen watter prys moet die horlosies verkoop word om vir die besigheid 'n maksimum inkomste uit die verkoop van die horlosies te verseker? (4)
[8]

VRAAG 13

'n Lekkergoedfabriek vervaardig twee tipes toffies, Taffy en Chewy, en stoor hulle in houers.

- Die hoeveelheid botter en suiker (in kilogram) wat in elke houer toffies gebruik word, is soos volg:
  - Taffy-toffies bevat 40 kg botter en 64 kg suiker vir elke houer toffies.
  - Chewy-toffies bevat 50 kg botter en 40 kg suiker vir elke houer toffies.
- Die fabriek het elke week 'n maksimum van 2 000 kg botter en 2 560 kg suiker beskikbaar.
- Die fabriek moet ten minste 15 houers Taffy-toffies per week vervaardig.

Laat x en y die getal houers Taffy- en Chewy-toffies wees wat onderskeidelik elke week vervaardig word.

13.1 Skryf al die beperkings neer wat die vervaardigingsproses hierbo beskryf. (5)

13.2 Skets die stelsel van beperkings (ongelykhede) op die grafiekpapier op DIAGRAMVEL 1 en dui die gangbare gebied duidelik aan. (4)

13.3 Skryf die maksimum getal houers met Taffy-toffies neer wat onder hierdie omstandighede vervaardig kan word. (2)

13.4 Indien die wins wat die fabriek per week verdien, R1 400 per houer Taffy-toffies en R1 000 per houer Chewy-toffies is, watter hoeveelheid van elke soort toffie moet vervaardig word om 'n maksimum wins per week te verdien? (3)
[14]

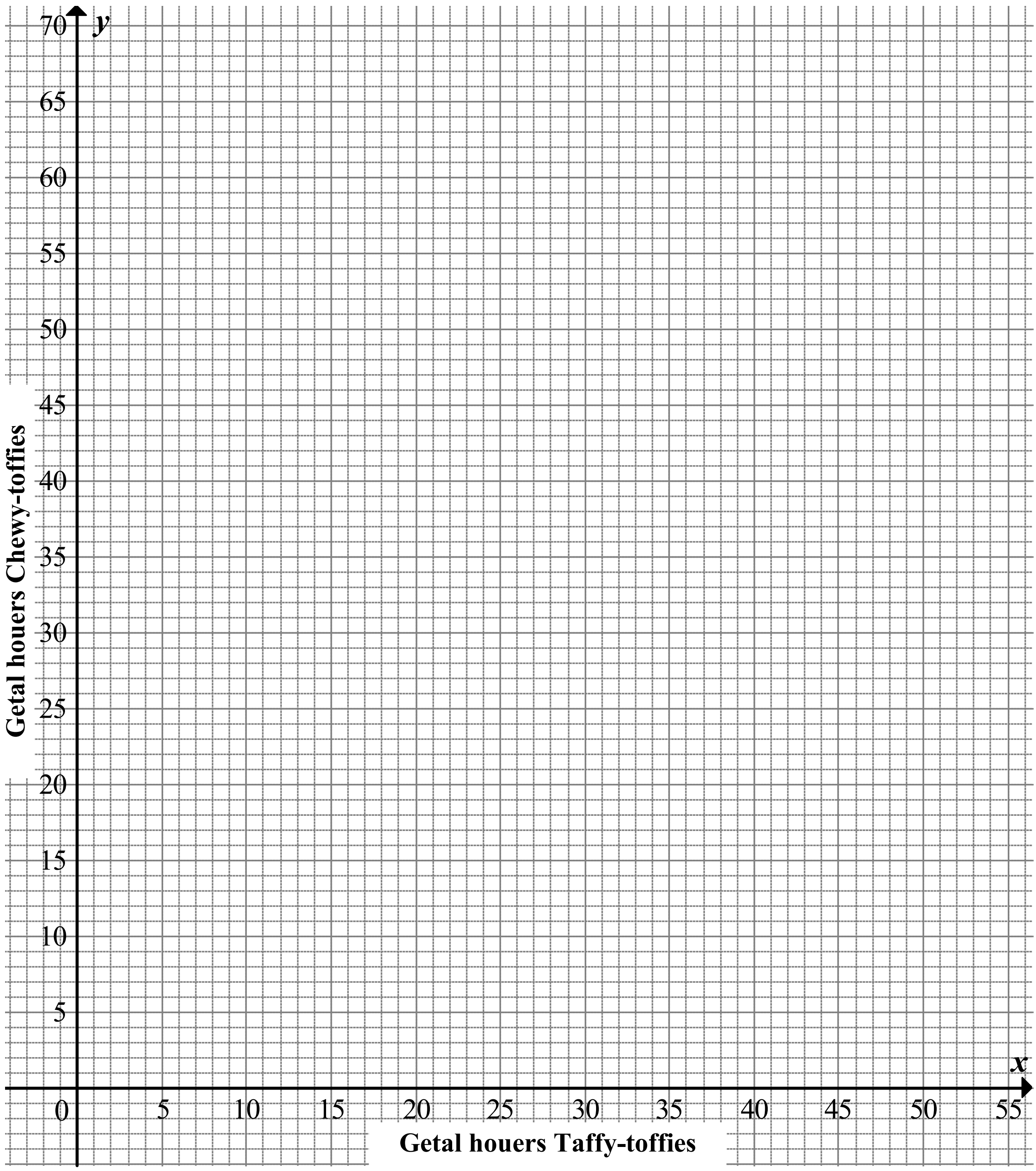
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 13.2



INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$$(x ; y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta ; y\cos\theta + x\sin\theta)$$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A\ of\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ en\ B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$