basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

NOVEMBER 2011

MOONTLIKE ANTWOORDE

PUNTE: 150

Hierdie memorandum bestaan uit 27 bladsye.

LET WEL:

- As 'n kandidaat'n vraag TWEE keer beantwoord, merk net die EERSTE poging.
- As 'n kandidaat 'n antwoord deurhaal en nie oordoen nie, merk die deurgehaalde antwoord.
- Deurlopende Akkuraatheid moet deurgaans in die memorandum toegepas word.

VRAAG 1

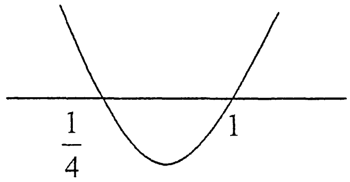
1.1.1	$x(x+1)=6$ $x^2+x=6$ $x^2+x-6=0$ $(x+3)(x-2)=0$ $x=-3$ of 2 **Let wel:** Antwoord deur inspeksie: 3/3 punte **Let wel:** Antwoord van slegs $x = 2$: 1/3 punte	✓ standaardvorm ✓ faktore ✓ antwoorde (3)
	OF $x^2+x-6=0$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(1)(-6)}}{2(1)}$ $x=-3$ or 2 **Let wel:** Indien die kandidaat die vergelyking na lineêr verander: 0/3 punte	✓ standaardvorm ✓ substitusie in die korrekte formule ✓ antwoorde (3)
1.1.2	$3x^2-4x=8$ $3x^2-4x-8=0$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(3)(-8)}}{2(3)}$ $=\frac{4\pm\sqrt{16+96}}{6}$ $=\frac{4\pm\sqrt{112}}{6}$ $=\frac{2\pm2\sqrt{7}}{3}$ $=2{,}43$ of $-1{,}10$ **Let wel:** Indien kandidaat verkeerde formule gebruik: maksimum 1/4 punte .(vir standaardvorm) **Let wel:** Indien verkeerde vervanging die antwoord van $\frac{4\pm\sqrt{-80}}{6}$ gee en aandui dat daar geen oplossing is: maksimum 3/4 punte Indien NIE geen oplossing aandui: Maksimum 2/4 punte	✓ standaardvorm ✓ vervang in korrekte formule ✓ $\sqrt{112}$ ✓ $\frac{4\pm\sqrt{112}}{6}$ of korrekte desimale antwoorde (4)
	OF $3x^2-4x=8$ $3x^2-4x-8=0$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(3)(-8)}}{2(3)}$ $=2{,}43$ of $-1{,}10$ **Let wel:** Penaliseer 1 punt vir verkeerde afronding tot ENIGE getal desimale plekke indien die antwoord in desimale vorm gegee is.	✓ standaardvorm ✓ vervang in korrekte formule ✓ antwoord ✓ antwoord (4)

1.1.3

$$4x^2+1\geq 5x$$
$$4x^2-5x+1\geq 0$$
$$(4x-1)(x-1)\geq 0$$

✓ faktore

+	0	−	0	+
	$\frac{1}{4}$		1	

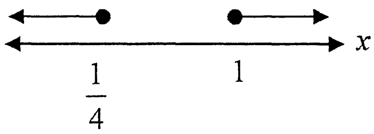


✓ beide kritieke waardes van $\frac{1}{4}$ en 1

$x\leq\frac{1}{4}$ of $x\geq 1$ **OR** $(-\infty;\frac{1}{4}]\cup[1;\infty)$

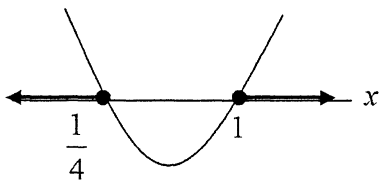
✓ of **OF** $\cup$
✓ antwoord

OF



(4)

OF



Let wel:
Indien kandidaat hierdie korrekte grafiese oplossings gee, maar die verkeerde intervalle neerskryf of **EN** gebruik:
Maksimum 3/4 punte

LET WEL:

Indien kandidaat die antwoord gee as $1\leq x\leq\frac{1}{4}$ maksimum 3/4 punte.

Indien kandidaat die antwoord gee as $\frac{1}{4}\leq x\leq 1$ maksimum 2/4 punte.

Indien kandidaat antwoord gee as $x\leq\frac{1}{4}$ **en** $x\geq 1$ maksimum 3/4 punte.

Indien kandidaat die antwoord gee sonder die gelyk aan tekens penaliseer met 1 punt.

Indien kandidaat antwoord gee as $x\leq\frac{1}{4}$ **;** $x\geq 1$ maksimum 3/4 punte.

Indien kandidaat die antwoord gee as $x\geq\frac{1}{4}$ of/en $x\geq 1$:
WISKUNDIGE REDENERINGSFOUT: maksimum 2/4 punte.

Indien kandidaat slegs

+	0	−	0	+
	$\frac{1}{4}$		1	

as antwoord gee:
maks 3/4 punte

1.2.1	$x^2+5xy+6y^2=0$ $(x+3y)(x+2y)=0$ $x+3y=0$ **OF** $x+2y=0$ $x=-3y$ $x=-2y$ $\frac{x}{y}=-3$ $\frac{x}{y}=-2$ **Let wel:** Indien kandidaat die antwoord gee as $-\frac{x}{y}=3$ of $-\frac{x}{y}=2$ 2/3 punte	✓ faktore ✓✓ antwoorde (3)
	OF Let $k=\frac{x}{y}$ $x^2+5xy+6y^2=0$ $\left(\frac{x}{y}\right)^2+5\left(\frac{x}{y}\right)+6=0$ $k^2+5k+6=0$ $(k+3)(k+2)=0$ $k=-3$ or $k=-2$ $\frac{x}{y}=-3$ or $\frac{x}{y}=-2$	✓ faktore ✓✓ antwoorde (3)
	OF $x^2+5xy+6y^2=0$ $x=\frac{-5y\pm\sqrt{(5y)^2-4(1)(6y^2)}}{2(1)}$ $x=\frac{-5y\pm\sqrt{y^2}}{2}$ $x=\frac{-5y\pm y}{2}$ $x=-3y$ $x=-2y$ $\frac{x}{y}=-3$ of $\frac{x}{y}=-2$	✓ formule ✓✓ antwoorde (3)
	OF $x^2+5xy+6y^2=0$ $x^2+5xy+\left(\frac{5}{2}y\right)^2=-6y^2+\left(\frac{5}{2}y\right)^2$ $\left(x+\frac{5}{2}y\right)^2=\frac{1}{4}y^2$ $x+\frac{5}{2}y=\pm\frac{1}{2}y$ $x=-\frac{5}{2}y\pm\frac{1}{2}y$	✓ vierkantsvoltooing

	$x=-3y \qquad x=-2y$ $\frac{x}{y}=-3$ of $\frac{x}{y}=-2$	✓✓ antwoorde (3)
	OF Let $k=\frac{x}{y}$ $x=ky$ $x^2+5xy+6y^2=0$ $(ky)^2+5y(ky)+6y^2=0$ $k^2y^2+5y^2k+6y^2=0$ $y^2(k^2+5k+6)=0$ $(k^2+5k+6)=0$ $(k+3)(k+2)=0$ $k=-3$ or $k=-2$ $\frac{x}{y}=-3$ or $\frac{x}{y}=-2$ **Let wel:** $(x;y)=(0;0)$ is ook 'n oplossing, maar in die geval is $\frac{x}{y}$ ongedefinieerd.	✓ faktore ✓✓ antwoorde (3)
	OF Laat $y=1$, $x^2+5x+6=0$ $(x+2)(x+3)=0$ $x=-2$ or $x=-3$ $\frac{x}{y}=-2$ or $\frac{x}{y}=-3$	✓ faktore ✓✓ antwoorde (3)

1.2.2	$x+y=8$ $\quad$ $x+y=8$ $-3y+y=8$ $\quad$ $-2y+y=8$ $-2y=8$ $\quad$ OF $\quad$ $-y=8$ $y=-4$ $\quad$ $y=-8$ $x=12$ $\quad$ $x=16$	✓ substitusie $x=-3y$ ✓ subs $x=-2y$ ✓✓ y-waardes ✓ beide x-waardes korrek (5)
	OF $\frac{8-y}{y}=-3$ $\quad$ OF $\quad$ $\frac{8-y}{y}=-2$ $8-y=-3y$ $\quad$ $8-y=-2y$ $8=-2y$ $\quad$ $8=-y$ $y=-4$ $\quad$ $y=-8$ $x=12$ $\quad$ $x=16$	✓ $x=8-y$ ✓ substitusie ✓✓ y-waardes ✓ beide x-waardes korrek (5)
	OF $x+y=8$ $y=8-x$ $\frac{x}{8-x}=-3$ $\quad$ OF $\quad$ $\frac{x}{8-x}=-2$ $x=-3(8-x)$ $\quad$ $x=-2(8-x)$ $x=-24+3x$ $\quad$ $x=-16+2x$ $-2x=-24$ $\quad$ $-x=-16$ $x=12$ $\quad$ $x=16$ $y=-4$ $\quad$ $y=-8$	✓ $y=8-x$ ✓ subs ✓✓ x-waardes ✓ beide y-waardes korrek (5)
	OF $(x+2y)(x+3y)=0$ $x+y=8$ $x=8-y$ $(y+8)(2y+8)=0$ $y=-8$ of $y=-4$ $x=16$ $\quad$ $x=12$	✓ $x=8-y$ ✓ subs ✓✓ y-waardes ✓ beide x-waardes korrek (5)
	OF $x=8-y$ $(8-y)^2+5(8-y)y+6y^2=0$ $64-16y+y^2+40y-5y^2+6y^2=0$ $2y^2+24y+64=0$ $y^2+12y+32=0$ $(y+8)(y+4)=0$ $y=-8$ OF $y=-4$ $x=16$ $\quad$ $x=12$	✓ $x=8-y$ ✓ subs ✓ faktore ✓ beide y-waardes korrek ✓ beide x-waardes korrek (5)

	OF $x = 8 - y$ $(8-y)^2 + 5(8-y)y + 6y^2 = 0$ $64 - 16y + y^2 + 40y - 5y^2 + 6y^2 = 0$ $2y^2 + 24y + 64 = 0$ $y^2 + 12y + 32 = 0$ $y = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4(1)(32)}}{2(1)}$ $= \frac{-12 \pm \sqrt{16}}{2}$ $y = -8$ OR $y = -4$ $x = 16$ $\quad x = 12$ **Let wel:** Indien kandidaat die formule gebruik en x en y vervang en dan is antwoorde omgeruil: Maksimum 4/5 marks	✓ $y = 8 - x$ ✓ subs ✓ substitusie in korrekte formule ✓ beide y-waardes korrek ✓ beide x-waardes korrek (5)
	OF $y = 8 - x$ $x^2 + 5x(8-x) + 6(8-x)^2 = 0$ $x^2 + 40x - 5x^2 + 6(64 - 16x + x^2) = 0$ $2x^2 - 56x + 384 = 0$ $x^2 - 28x + 192 = 0$ $(x-16)(x-12) = 0$ $x = 12$, $y = -4$ OF $x = 16$, $y = -8$	✓ $y = 8 - x$ ✓ subs ✓ faktore ✓ beide x-waardes korrek ✓ beide y-waardes korrek (5)
	OF $y = 8 - x$ $x^2 + 5x(8-x) + 6(8-x)^2 = 0$ $x^2 + 40x - 5x^2 + 6(64 - 16x + x^2) = 0$ $2x^2 - 56x + 384 = 0$ $x^2 - 28x + 192 = 0$ $x = \frac{-(-28) \pm \sqrt{(-28)^2 - 4(1)(192)}}{2(1)}$ $= \frac{28 \pm \sqrt{416}}{2}$ $x = 12$, $y = -4$ OR $x = 16$, $y = -8$	✓ $y = 8 - x$ ✓ subs ✓ substitusie in korrekte formule ✓ beide x-waardes korrek ✓ beidey-waardes korrek (5) **[19]**

VRAAG 2

2.1.1	$x-4=32-x$ $2x=36$ $x=18$ **Let wel:** Slegs antwoord: 2/2 punte **OF** $a=4$ $a+2d=32$ $2d=28$ $d=14$ $x=14+4$ $x=18$ **Let wel:** Indien kandidaat slegs $x-4 \quad 32-x$ skryf (i.e. geen gelyk aan teken) : 0/2 punte **OF** $x=\frac{4+32}{2}=18$	✓ $T_2-T_1=T_3-T_2$ ✓ antwoord (2) ✓ $a+2d=32$ en $a=4$ ✓ antwoord (2) ✓ vervang korrek in rekenkundige gemiddeld formule i.e. $\frac{4+32}{2}$ ✓ antwoord (2)
2.1.2	$\frac{x}{4}=\frac{32}{x}$ $x^2=128$ $x=\pm\sqrt{128}$ $x=\pm8\sqrt{2}$ of $x=\pm11{,}31$ of $x=\pm2^{\frac{7}{2}}$ **Let wel:** Indien kandidaat slegs $\frac{x}{4} \quad \frac{32}{x}$ skryf (i.e. geen gelyk aan teken) : 0/2 marks **OF** $a=4$ $r=\frac{x}{4}$ $ar^2=4\left(\frac{x}{4}\right)^2$ $32=4\left(\frac{x}{4}\right)^2$ $x^2=128$ $x=\pm\sqrt{128}$ $x=\pm8\sqrt{2}$ of $x=\pm11{,}31$ of $x=\pm2^{\frac{7}{2}}$ **Let wel:** As slegs $x=\sqrt{128}$, penaliseer met 1 punt **OR** $x=\pm\sqrt{4\times32}$ $=\pm\sqrt{128}$ $x=\pm8\sqrt{2}$ of $x=\pm11{,}31$ of $x=\pm2^{\frac{7}{2}}$	✓ $\frac{T_2}{T_1}=\frac{T_3}{T_2}$ ✓ $x^2=128$ ✓beide antwoorde (wortel-of desimale vorm) (3) ✓ $32=4\left(\frac{x}{4}\right)^2$ ✓ $x^2=128$ ✓ beide antwoorde (3) ✓✓ vervang korrek in meetkundige gemiddeld formule i.e. $\pm\sqrt{4\times32}$ ✓ beide antwoorde (3)

2.2	$P=\sum_{k=1}^{13}3^{k-5}$ $=3^{1-5}+3^{2-5}+3^{3-5}+...+3^{13-5}$ $=3^{-4}+3^{-3}+3^{-2}+...+3^{8}$ $=\dfrac{3^{-4}(3^{13}-1)}{3-1}$ $=9841{,}49$ OF $9841\frac{40}{81}$ OF $\frac{797161}{81}$ **Let wel:** Slegs korrekte antwoord: 1/4 punte.	✓ $a=3^{-4}$ ✓ $r=3$ ✓ vervang in korrekte formule ✓ antwoord (4)
	OF $P=\sum_{k=1}^{13}3^{k-5}$ $=3^{1-5}+3^{2-5}+3^{3-5}+...+3^{13-5}$ $=3^{-4}+3^{-3}+3^{-2}+...+3^{8}$ $=\frac{1}{81}+\frac{1}{27}+\frac{1}{9}+.....6561$ $=9841{,}49$ OR $9841\frac{40}{81}$ OR $\frac{797161}{81}$ **Let wel:** Indien kandidaat afrond en die antwoord as 9841,46(i.e. korrek tot een desimale plek) gee: GEEN penalisering vir afronding.	✓✓ korrekte uitbreiding ✓ 13 terme in die reeks ✓ antwoord (4)
2.3	$S_n=a+[a+d]+[a+2d]+...+[a+(n-2)d]+[a+(n-1)d]$ $S_n=[a+(n-1)d]+[a+(n-2)d]+...+[a+d]+a$ $2S_n=[2a+(n-1)d]+[2a+(n-1)d]+...+[2a+(n-1)d]+[2a+(n-1)d]$ $=n[2a+(n-1)d]$ $S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$	✓ skryf S_n uit ✓ 'omgedraaide' S_n ✓uitskryf van $2S_n$ ✓ groepeer om te kry $2S_n=n[2a+(n-1)d]$ (4)
	OF $S_n=a+[a+d]+[a+2d]+...+(T_n-d)+T_n$ $S_n=T_n+(T_n-d)+...+[a+d]+a$ $2S_n=a+T_n+a+T_n+a+T_n+...+a+T_n$ $=n[a+a+(n-1)d]$ $=[2a+(n-1)d]$ $S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ **Let wel:** Indien kandidaat 'n wederkerende argument gebruik(bv $S_{n+1}=S_n+T_n$: Maksimum 1/4 punte (vir uitskryf van S_n) **Note:** If a candidate uses a specific linear sequence, then NO marks.	✓skryf uit S_n ✓ 'omgedraaide' S_n ✓uitskryf van $2S_n$ ✓ groepeer om te kry $2S_n=n[a+a+(n-1)d]$ (4) **[13]**

VRAAG 3

3.1	21; 24 **Let wel:** Indien kandidaat $T_8 = 21$ $T_7 = 24$ as antwoord gee: Maksimum 1/2 punte	✓ 21 ✓ 24 (2)
3.2	$T_{2k} = 3.2^{k-1}$ en dus $T_{52} = 3.2^{26-1} = 100663296$ $T_{2k-1} = 6k-3$ en dus $T_{51} = 6(26)-3 = 153$ **Let wel:** Indien kandidaat die 52 terme uitskryf en die korrekte antwoord kry: 5/5 $T_{52} - T_{51} = 100663296 - 153$ $= 100663143$ **Let wel:** Indien kandidaat $k =$ 52 gebruik: Maksimum 2/5 **OF** Oorweeg ry P: 3 ; 6 ; 12 … $P_n = 3.2^{n-1}$ $P_{26} = 3.2^{26-1} = 100663296$ **Let wel:** Indien kandidaat die 52 terme uitskryf en $T_{51} - T_{52}$ doen: Maksimum 4/5 punte Oorweeg ry Q: 3; 9; 15 … $Q_n = 6n-3$ $Q_{26} = 6(26)-3 = 153$ $T_{52} - T_{51} = P_{26} - Q_{26}$ $= 100663296 - 153$ $= 100663143$ **Let wel:** Indien kandidaat die orde omruil i.e. doen $T_{51} - T_{52}$: Maksimum 4/5 marks	✓ $T_{2k} = 3.2^{k-1}$ ✓ T_{52} ✓ $T_{2k-1} = 6k-3$ ✓ T_{51} ✓ antwoord (5) ✓ $P_n = 3.2^{n-1}$ ✓ P_{26} ✓ $Q_n = 6n-3$ ✓ Q_{26} ✓ antwoord (5)
3.3	Vir alle $n \in \mathbf{N}$, $n = 2k$ of $n = 2k-1$ vir $k \in \mathbf{N}$ As $n = 2k$: $T_n = T_{2k} = 3.2^{k-1}$ As $n = 2k-1$: $T_n = T_{2k-1}$ $= 6k-3$ $= 3(2k-1)$ In beide gevalle is 3 'n faktor van T_n, en dus deelbaar deur 3. **Let wel:** Indien kandidaat deling deur 3 slegs vir 'n gekose gedeelte van die ry bewys en nie deur van die algemene term gebruik te maak nie: 0/2 punte **OF** $P_n = 3.2^{n-1}$ 'n Veelvoud van 3 $Q_n = 6n-3$ $= 3(2n-1)$ Ook 'n veelvoud van 3	✓ faktore 3.2^{k-1} ✓ faktore $3(2k-1)$ (2) ✓ faktore 3.2^{k-1} ✓ faktore $3(2k-1)$

	Omdat $T_n = Q_{2k-1}$ of $T_n = P_{2k}$ vir alle $n \in \mathbf{N}$, sal T_n altyd deelbaar wees deur 3	(2)
	OF Die onewe terme is onewe veelvoude van 3 en die ewe terme is 3 maal 'n mag van 2. Dit beteken al die terme is veelvoude van 3 en dus deelbaar deur 3.	✓ onewe veelvoude van 3 ✓ 3 maal 'n mag van 2 (2) **[9]**

VRAAG 4

4.1	Die tweede, derde, vierde en vyfde termyne is 1 ; – 6 ; T_4 en – 14 Eerste Verkille is: – 7, + 6; T_4; – 14 – T_4 $T_4 + 6 + 7 = -14 - 2T_4 - 6$ $T_4 = -11$ $d = -11 + 6 + 7 = 2$ or $-14 + 22 - 6 = 2$ **Let wel:** Slegs antwoord(i.e d = 2) met geen bewys van uitwerking: 3 /5 **Let wel:** Kandidaat gebruik probeer en verbeter metode **en** wys die metode: 5/5 punte **Let wel:** Kandidaat gee slegs $T_4 = -11$ en $d = 2$: 5/5 punte	✓ – 7 ✓ $T_4 + 6$ ✓ $-14 - T_4$ ✓ uiteensetting van $T_5 - T_2 = (T_5 - T_4) + (T_4 - T_3) + (T_3 - T_2)$ ✓ antwoord (5)
	OF T_2 T_3 T_4 T_5 1 -6 -14 -7 -7+d -7+2d d d	✓ – 7 ✓ $-7 + d$ ✓ $-7 + 2d$
	$T_5 - T_2 = (T_5 - T_4) + (T_4 - T_3) + (T_3 - T_2)$ $-15 = (-7 + 2d) + (-7 + d) + -7$ $-15 = -21 + 3d$ $6 = 3d$ $d = 2$	✓ uiteensetting van $T_5 - T_2 = (T_5 - T_4) + (T_4 - T_3) + (T_3 - T_2)$ ✓ antwoord (5)
	OF $4a + 2b + c = 1$ $9a + 3b + c = -6$ $5a + b = -7$	✓ $4a + 2b + c = 1$ ✓ $9a + 3b + c = -6$
	$25a + 5b + c = -14$ $16a + 2b = -8$ $10a + 2b = -14$ $6a = 6$ $a = 1$ $d = 2a = 2$	✓ $25a + 5b + c = -14$ ✓ gelyktydige vergelyking ✓ antwoord

(5)

OF

T_1 1 -6 T_4 -14

$1-T_1$ -7 T_4+6 $-14-T_4$

T_1-8 T_4+13 $-20-2T_4$

$T_4+13=-20-2T_4$

$3T_4=-33$

$T_4=-11$

$d=-11+13$

$d=2$

✓ -7
✓ T_4+6
✓ $-14-T_4$

✓uiteensetting van vergelyking
✓ antwoord

(5)

OF

T_1 T_2 T_3 T_4 T_5

x 1 -6 y -14

$1-x$ -7 $y+6$ $-14-y$

$-8+x$ $y+13$ $-20-2y$

$y+13=-20-2y$

$3y=-33$

$y=-11$

Tweede verskil = $y+13=-11+13=2$

✓ -7
✓ $y+6$
✓ $-14-y$

✓uiteensetting van vergelyking
✓ antwoord

(5)

4.2

T_1 1 -6

-9 -7

2

$T_1=10$

Let wel: Slegs antwoord: 2/2 punte

✓ metode
✓ $T_1=10$

(2)

Let wel: Verkeerde d-waarde in 4.1: 2/2 DA punte
$T_1=d+8$
(siende dat $1-T_1=-7-d$)

OF

$a=1$

$5a+b=-7$

$5(1)+b=-7$

$b=-12$

$a+b+c=1$

$4(1)+2(-12)+c=1$

$c=21$

$T_n=n^2-12n+21$

$T_1=(1)^2-12(1)+21$

$=10$

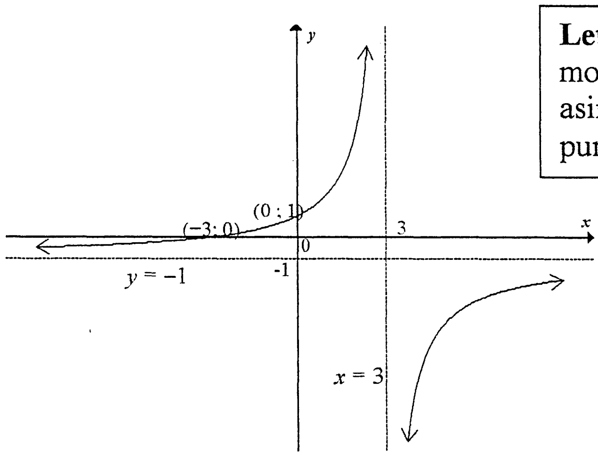
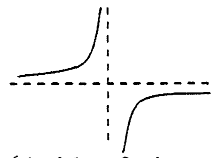
✓ metode
✓ $T_1=10$

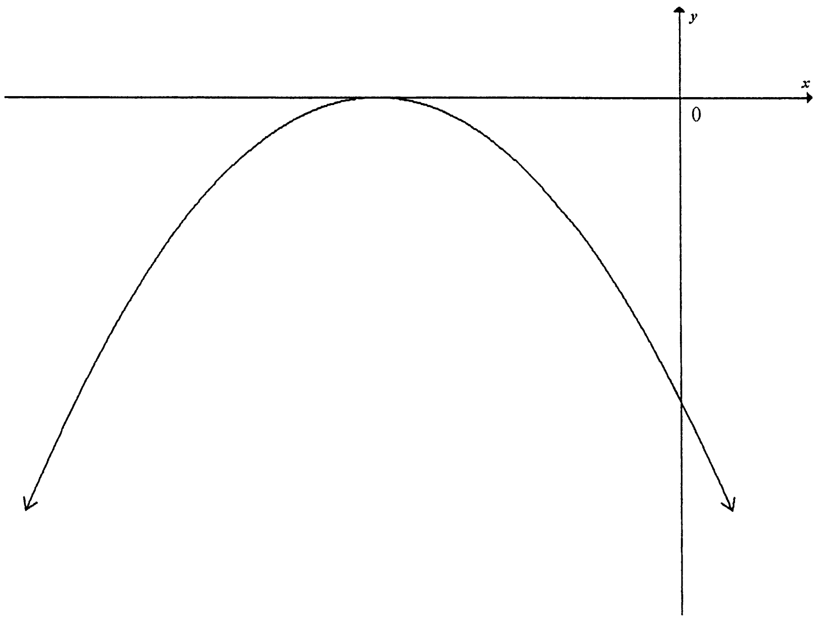
(2)

OF

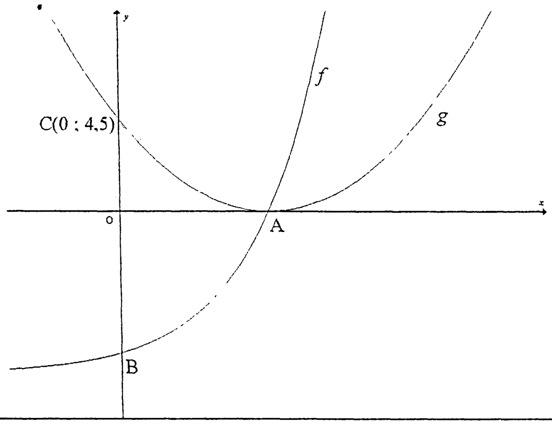
	$T_4 + 13 = -8 + T_1$ $-11 + 13 = -8 + T_1$ **OF** $T_1 = 10$ $y + 13 = -8 + x$ $-11 + 13 = -8 + x$ $x = 10$	✓ metode ✓ $T_1 = 10$ (2) [7]

VRAAG 5

5.1.1	$y = f(0)$ $= \frac{-6}{0-3} - 1$ $= 1$ $(0\ ;\ 1)$ **OF** $x = 0$ en $y = 1$ **Let wel:** Merk 5.1.1 en 5.1.2 as 'n eenheid. Indien die afsnitte omgeruil is: Maksimum 3/5 punte	✓ $y = 1$ ✓ $x = 0$ (2)
5.1.2	$0 = \frac{-6}{x-3} - 1$ $1 = \frac{-6}{x-3}$ $x - 3 = -6$ $x = -3$ $(-3\ ;\ 0)$	✓ $y = 0$ ✓ $x - 3 = -6$ ✓ antwoord (3)
5.1.3	 **Let wel:** Die grafiek moet neig na die asimptoot ten einde die punt vir die vorm te kry **Let wel:** As kandidaat slegs een 'arm' geteken het,word die 'vorm' punt verbeur. Maksimum 2/3	✓ vorm  ✓ beide afsnitte ✓ horisontale asimptoot ✓ vertikale asimptoot (4)
5.1.4	$-3 < x < 3$ **OF** (-3 ; 3) **OF** $x > -3$ and $x < 3$ **Let wel:** As kandidaat slegs $x > -3$ gee: 1/ 2 punte **Let wel**: As kandidaat slegs $x < 3$ gee: 1/2 punte	✓−3 en 3 ✓ongelykheid of interval notasie (2)
5.1.5	$y = \frac{-6}{-2-3} - 1$ $= \frac{1}{5}$ $m = \frac{1 - \frac{1}{5}}{0 - (-2)}$ $= \frac{2}{5}$ **OF**	✓ $\frac{1}{5}$ ✓ formule ✓ substitusie ✓ antwoord (4)

	$m = \dfrac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)}$ $= \dfrac{1 - \frac{1}{5}}{0 + 2}$ $= \dfrac{2}{5}$	✓ formule ✓ $f(-2) = \frac{1}{5}$ ✓ substitusie ✓ antwoord (4)
5.2	$x = -\dfrac{b}{2a} < 0$ want $b < 0$ en $a < 0$  	✓y-afsnit negatief ✓ draaipunt op x-as ✓ draaipunt links van die y-as ✓ **maksimum** draaipunt en kwadratiese vorm (4) **[19]**

VRAAG 6



6.1	$0 = 2^x - 8$ $8 = 2^x$ $2^3 = 2^x$ $x = 3$ A(3 ; 0) $f(0) = 2^0 - 8$ $= 1 - 8$ $= -7$ B(0 ; –7)	✓ $y = 0$ ✓ antwoord vir A ✓ $x = 0$ ✓ antwoord vir B (4)
6.2	$y = -8$ **OF** $y + 8 = 0$ **Let wel:** geen DA punte	✓ antwoord (1)
6.3	$h(x) = f(2x) + 8$ $= (2^{2x} - 8) + 8$ $= 4^x$ of 2^{2x} **Let wel:** slegs antwoord : 2/2 punte	✓ $(2^{2x} - 8)$ ✓ antwoord van $h(x) = 4^x$ of 2^{2x} (2)
6.4	$x = 4^y$ $y = \log_4 x$ **Let wel:** slegs antwoord: 2/2 punte **OF** $x = 2^{2y}$ $2y = \log_2 x$ $y = \frac{1}{2}\log_2 x$ or $y = \log_2 \sqrt{x}$ **Let wel:** kandidaat werk f^{-1} uit en kry $y = \log_2(x+8)$: 1/2 punte	✓ ruil van x en y ✓ antwoord in die vorm $y = \ldots$ (2)
6.5	$p(x) = -\log_4 x$ **OF** $p(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ **OF** $p(x) = \log_4 \frac{1}{x}$ **OF** $p(x) = -\frac{1}{2}\log_2 x$ **OF** $y = -\log_2 \sqrt{x}$	✓antwoord (1)

6.6

$$\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k)$$
$$= g(0) + g(1) + g(2) + g(3) - g(4) - g(5)$$

$x = 3$ is die simmetrie- as van g:
Deur simmetrie
$g(2) = g(4)$ en $g(1) = g(5)$
Antwoord $= g(0) + g(3)$
$= 4{,}5 + 0$
$= 4{,}5$

✓ $= g(0) + g(1) + g(2) + g(3) - g(4) - g(5)$
✓ $g(2) = g(4)$ en $g(1) = g(5)$
✓ $g(0) + g(3)$
✓ antwoord

(4)

OF

$$\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k)$$
$$\sum_{k=0}^{3} g(k) = g(0) + g(1) + g(2) + g(3)$$
$$\sum_{k=4}^{5} g(k) = g(4) + g(5)$$

✓ uitbreiding

$x = 3$ is die simmetrie - as van g:
Deur simmetrie
$g(4) = g(2)$
$g(5) = g(1)$

✓ $g(2) = g(4)$ en
$g(1) = g(5)$

$$\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k)$$
$= g(0) + g(3)$
$= 4{,}5 + 0$
$= 4{,}5$

✓ $g(0) + g(3)$
✓ antwoord

(4)

OF

$g(x) = a(x-3)^2 + 0$
$4{,}5 = a(0-3)^2 + 0$
$4{,}5 = 9a$
$a = \frac{1}{2}$
$g(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2$

✓ $g(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2$

$$\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k)$$
$$\sum_{k=0}^{3} g(k) = g(0) + g(1) + g(2) + g(3)$$
$= 4{,}5 + 2 + 0{,}5 + 0$
$= 7$

✓ uitbreiding

	$\sum_{k=4}^{5} g(k) = g(4) + g(5)$ $= 0,5 + 2$ $= 2,5$ $\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k)$ $= 7 - 2,5$ $= 4,5$	✓ $7 - 2,5$ ✓ antwoord (4)
	OF $g(x) = ax^2 + bx + c$ $g(k) = ak^2 + bk + c$ $g(0) = c$ $g(1) = a + b + c$ $g(2) = 4a + 2b + c$ $g(3) = 9a + 3b + c$ $\sum_{k=0}^{3} g(k) = 14a + 6b + 4c$ $g(4) = 16a + 4b + c$ $g(5) = 25a + 9b + c$ $\sum_{k=4}^{5} g(k) = 41a + 9b + 2c$ $\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k) = -27a - 3b + 2c$ $g(x) = a(x-3)^2 + 0$ $4,5 = a(0-3)^2 + 0$ $4,5 = 9a$ $a = \frac{1}{2}$ $g(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2$ $= \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$ $\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k) = -27a - 3b + 2c$ $= -27\left(\frac{1}{2}\right) - 3(-3) + 2\left(\frac{9}{2}\right)$ $= 4,5$	✓✓ $-27a - 3b + 2c$ ✓ $g(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2$ ✓ answer (4)
		[14]

VRAAG 7

7.1	$A = P(1-i)^n$ $\frac{P}{2} = P(1-0{,}07)^n$ $\frac{1}{2} = 0{,}93^n$ $\log\frac{1}{2} = n\log 0{,}93$ $n = \frac{\log\frac{1}{2}}{\log 0{,}93}$ $= 9{,}55$ jaar **OF** $A = P(1-i)^n$ $\frac{P}{2} = P(1-0{,}07)^n$ $\frac{1}{2} = 0{,}93^n$ $\log_{0{,}93}\frac{1}{2} = n$ $n = 9{,}55$ **years** **Let wel:** Indien kandidaat A en P omruil en dus $P = \frac{A}{2}$ gebruik: maksimum 2/4 **Let wel:** Indien kandidaat verkeerde formule gebruik: Maksimum 1/4 punte vir $A = \frac{P}{2}$	✓ $A = \frac{P}{2}$ ✓ subs in korrekte formule ✓ log ✓ antwoord (4)
7.2	**Radesh:** $A = P(1+in)$ $= 6\ 000(1+0{,}085\times 5)$ $= 8\ 550$ **OF** $A = 6\ 000 + 8{,}5\%$ van 6000×5 $= 6000 + 510\times 5$ $= 6000 + 2550$ $= 8\ 550$ $\text{Bonus} = 0{,}05\times 6\ 000$ $= 300$ $\text{Ontvang} = 8\ 550 + 300$ $= \text{R}8\ 850$ **Thandi:** $A = P(1+i)^n$ $= 6\ 000\left(1+\frac{0{,}08}{4}\right)^{20}$ $= \text{R}8\ 915{,}68$ Thandi se belegging is groter.	✓ 8 550 ✓ antwoord ✓ $i = \frac{0{,}08}{4}$ ✓ $n = 20$ ✓ antwoord ✓ keuse gemaak (6)

7.3	F_v = aanvanklike deposito met rente + annuïteit $=1\,000\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}+700\left(\frac{\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}-1}{\frac{0,15}{12}}\right)$ $=1\,250,58+1\,4032,33$ $=R15\,282,91$	✓ $i=\frac{0,15}{12}$ or $\frac{1}{80}$ or 0,0125 ✓ $n=18$ ✓ $n=18$ ✓ $1\,000\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}$ ✓ $700\left(\frac{\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}-1}{\frac{0,15}{12}}\right)$ ✓antwoord (6)
	OF F_v = aanvanklike deposito met rente + annuïteit $=1\,000\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}+700\left(\frac{1-\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{-18}}{\frac{0,15}{12}}\right)\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}$ $=1\,250,58+11220,68\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}$ $=1\,250,58+1\,4032,33$ $=R15\,282,91$	✓ $i=\frac{0,15}{12}$ or $\frac{1}{80}$ or 0,0125 ✓ $n=18$ ✓ $n=18$ ✓ $1\,000\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}$ ✓ $700\left(\frac{1-\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{-18}}{\frac{0,15}{12}}\right)\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}$ ✓antwoord (6)
	OF $F_v=300\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}+700\left(\frac{\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{19}-1}{\frac{0,15}{12}}\right)$ $=375,17+14\,907,74$ $=R15\,282,91$	✓ $i=\frac{0,15}{12}$ or $\frac{1}{80}$ or 0,0125 ✓ $n=19$(ten opsigte van 700) EN ✓ $n=18$ (ten opsigte van 300) ✓ $300\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{18}$ ✓ $700\left(\frac{\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{19}-1}{\frac{0,15}{12}}\right)$ ✓ antwoord (6) **[16]**

VRAAG 8

8.1	$f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}\frac{-4(x+h)^2-(-4x^2)}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}\frac{-4(x^2+2xh+h^2)+4x^2}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}\frac{-4x^2-8xh-4h^2+4x^2}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}\frac{-8xh-4h^2}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}\frac{h(-8x-4h)}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}(-8x-4h)$ $=-8x$	**Let wel:** Verkeerde notasie: Geen lim geskryf: penaliseer 2 punte lim voor gelyk aan teken: penaliseer 1 punt **Let wel:** As kandidaat slegs -8x as antwoord gee 0/5 punte	✓ formule ✓ substitusie ✓ uitbreiding ✓ $-8x-4h$ ✓ antwoord (5)
	OF $f(x)=-4x^2$ $f(x+h)=-4(x+h)^2$ $=-4x^2-8xh-4h^2$ $f(x+h)-f(x)=-8xh-4h^2$ $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\frac{-8xh-4h^2}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}\frac{h(-8x-4h)}{h}$ $=\lim\limits_{h\to 0}(-8x-4h)$ $=-8x$	**Let wel:** As kandidaat die hakkies uitlaat in $\lim\limits_{h\to 0}(-8x-4h)$ Geen penalisering	✓ substitusie ✓ uitbreiding ✓ formule ✓ $-8x-4h$ ✓ antwoord (5)
8.2.1	$y=\frac{3}{2x}-\frac{x^2}{2}$ $=\frac{3}{2}x^{-1}-\frac{1}{2}x^2$ $\frac{dy}{dx}=-\frac{3}{2}x^{-2}-x$ $=-\frac{3}{2x^2}-x$	**Let wel:** Verkeerde notasie in 8.2.1 en/of 8.2.2: Penaliseer 1 punt	✓ $\frac{3}{2}x^{-1}$ ✓ $-\frac{3}{2}x^{-2}$ ✓ $-x$ (3)

8.2.2	$f(x)=(7x+1)^2$ $=49x^2+14x+1$ $f'(x)=98x+14$ $f'(1)=98(1)+14$ $=112$ **Let wel:** Verkeerde notasie in 8.2.1 en/of 8.2.2: Penaliseer 1 punt **OF** $f(x)=(7x+1)^2$ $f'(x)=2(7x+1).(7)$ Deur die kettingreël $f'(x)=98x+14$ $f'(1)=98(1)+14$ $=112$	✓vermenigvuldiging ✓ $98x$ ✓14 ✓ antwoord (4) ✓✓ kettingreël ✓ ✓antwoord (4) **[12]**

VRAAG 9

9.1	$f(x) = -2x^3 + ax^2 + bx + c$ $f'(x) = -6x^2 + 2ax + b$ $= -6(x-5)(x-2)$ $= -6(x^2 - 7x + 10)$ $= -6x^2 + 42x - 60$ **Let wel:** Indien kandidaat die waardes van a, b en c vervang en dan toets (deur vervanging) dat $T(2;-9)$ en $S(5;18)$ op die kurwe lê : Maks 2/7 punte $2a = 42$ $a = 21$ $b = -60$ $f(5) = -2(5)^3 + 21(5)^2 - 60(5) + c$ $18 = -25 + c$ $c = 43$ **OF** $f(2) = -2(2)^3 + 21(2)^2 - 60(2) + c$ $-9 = -52 + c$ $c = 43$ $a = 21$; $b = -60$; $c = 43$	✓ $f'(x) = -6x^2 + 2ax + b$ ✓✓ $-6(x-5)(x-2)$ ✓ $2a = 42$ ✓ $b = -60$ ✓ subs (5 ; 18) of (2; -9) ✓ $c = 43$ (7)

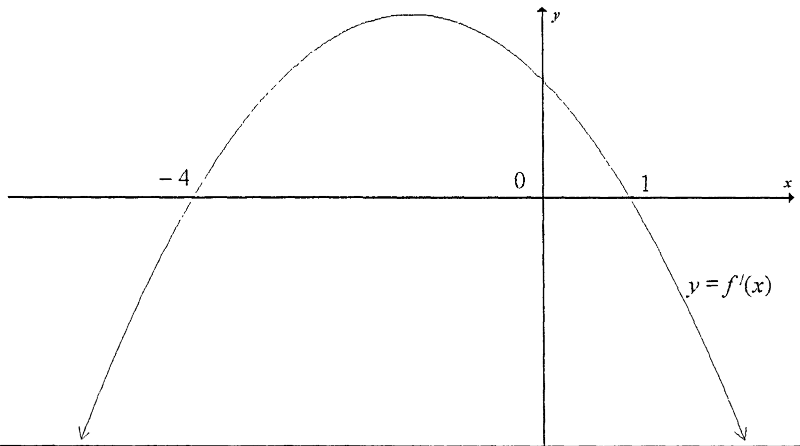
waardes van a, b en c in die funksie vervang en die volgende kry $f(x) = -2x^3 - 21x^2 - 60x + 43$ en deur substitusie wys dat $T(2;-9)$ and $S(5;18)$ op die grafiek lê **en** dan die afgeleide uitwerk en $f'(x) = -6x^2 - 42x - 60$ kry en deur vervanging in die afgeleide wys dat die draaipunte by $x = 2$ en $x = 5$ is (neem aan wat hy moet bewys en bewys wat gegee is):
Maksimum 4/7 punte soos aangedui:
✓ $x = 2$ van $f'(x) = 0$ OF vervang $x = 2$ in die afgeleide en 0 kry
✓ $x = 5$ van $f'(x) = 0$ OF vervang $x = 5$ in die afgeleide en 0 kry
✓vervang $x = 2$ in f en kry -9
✓ vervang $x = 5$ in f en kry -9

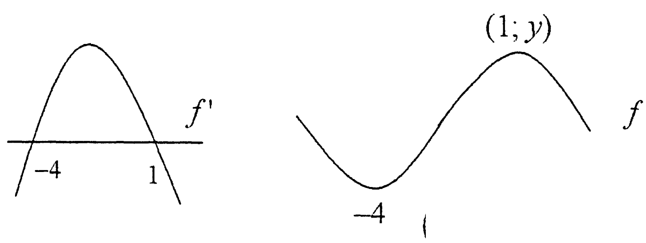
	OF $f'(x) = -6x^2 + 2ax + b$ $f'(2) = -6(2)^2 + 2a(2) + b$ $0 = -24 + 4a + b$ $b = 24 - 4a$ **Let wel:** Indien afgeleide gelyk aan 0 nie aangedui, penaliseer slegs een keer $f'(5) = -6(5)^2 + 2a(5) + b$ $0 = -150 + 10a + b$ $0 = -150 + 10a + (24 - 4a)$ $0 = -126 + 6a$ $6a = 126$ $a = 21$ $b = -60$	✓ $f'(x) = -6x^2 + 2ax + b$ ✓ $f'(2) = 0$ ✓ $f'(5) = 0$ ✓ $6a = 126$ ✓ $b = -60$

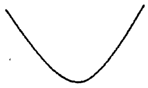
	$f(5) = -2(5)^3 + 21(5)^2 - 60(5) + c$ $18 = -25 + c$ $c = 43$ **OF** $f(2) = -2(2)^3 + 21(2)^2 - 60(2) + c$ $-9 = -52 + c$ $c = 43$ $a = 21$; $b = -60$; $c = 43$ **OR** $f(2) = -9$ i.e. $-16 + 4a + 2b + c = -9$ $4a + 2b + c = 7$ $f(5) = 18$ i.e. $-250 + 25a + 5b + c = 18$ $25a + 5b + c = 268$ $21a + 3b = 261$ $f'(x) = -6x^2 + 2ax + b$ en $f'(2) = 0$ OF $f'(5) = 0$ $4a + b = 24$ $10a + b = 150$ $12a + 3b = 72$ $9a = 189$ $a = \frac{189}{9}$ $a = 21$ OF $30a + 3b = 450$ $9a = 189$ $a = \frac{189}{9}$ $a = 21$ $12(21) + 3b = 72$ $3b = -180$ $b = -60$ $4a + 2b + c = 7$ $4(21) + 2(-60) + c = 7$ $c = 43$ OF $25a + 5b + c = 268$ $25(21) + 5(-60) + c = 268$ $c = 43$	✓ subs (5 ; 18) of (2; -9) ✓ $c = 43$ (7) ✓ $-16 + 4a + 2b + c = -9$ en $-250 + 25a + 5b + c = 18$ ✓ $f'(x) = -6x^2 + 2ax + b$ ✓ $f'(2) = 0$ of $f'(5) = 0$ ✓ $9a = 189$ ✓ $b = -60$ ✓ subs (5 ; 18) of (2 ; -9) ✓ $c = 43$ (7)
9.2	$f'(x) = -6x^2 + 42x - 60$ $m_{raaklyn} = -6(1)^2 + 42(1) - 60$ $= -24$ $f(1) = -2(1)^3 + 21(1)^2 - 60(1) + 43$ $= 2$ Raakpunt is (1 ; 2) $y - 2 = -24(x - 1)$ $y = -24x + 26$ **OF** $y = -24x + c$ $2 = -24(1) + c$ $c = 26$ $y = -24x + 26$	✓ $f'(x) = -6x^2 + 42x - 60$ ✓ subs $f'(1)$ ✓ $m_{raaklyn} = -24$ ✓ $f(1) = 2$ ✓ $y - 2 = -24(x - 1)$ OF $y = -24x + 26$ (5)

9.3	$f'(x) = -6x^2 + 42x - 60$ $f''(x) = -12x + 42$ $0 = -12x + 42$ $x = \frac{7}{2}$ **OF** $x = \frac{2+5}{2}$ $x = \frac{7}{2}$ **OF** $x = \frac{-21}{3(-2)}$ $= \frac{7}{2}$	✓ $f''(x) = -12x + 42$ ✓ $x = \frac{7}{2}$ (2) ✓ $x = \frac{2+5}{2}$ ✓ $x = \frac{7}{2}$ (2) ✓ $x = \frac{-21}{3(-2)}$ ✓ $x = \frac{7}{2}$ **[14]**

VRAAG 10



10.1	x-waarde van die draaipunt: $x = \frac{-4+1}{2}$ $= -\frac{3}{2}$ $\therefore x > -\frac{3}{2}$ **OF** $x \in \left(-\frac{3}{2}; \infty\right)$	✓ $x > -\frac{3}{2}$ **OF** $x \in \left(-\frac{3}{2}; \infty\right)$ (1)
10.2	f het lokale minimum by $x = -4$ omdat:  	✓ $x = -4$ ✓✓ graph (3)

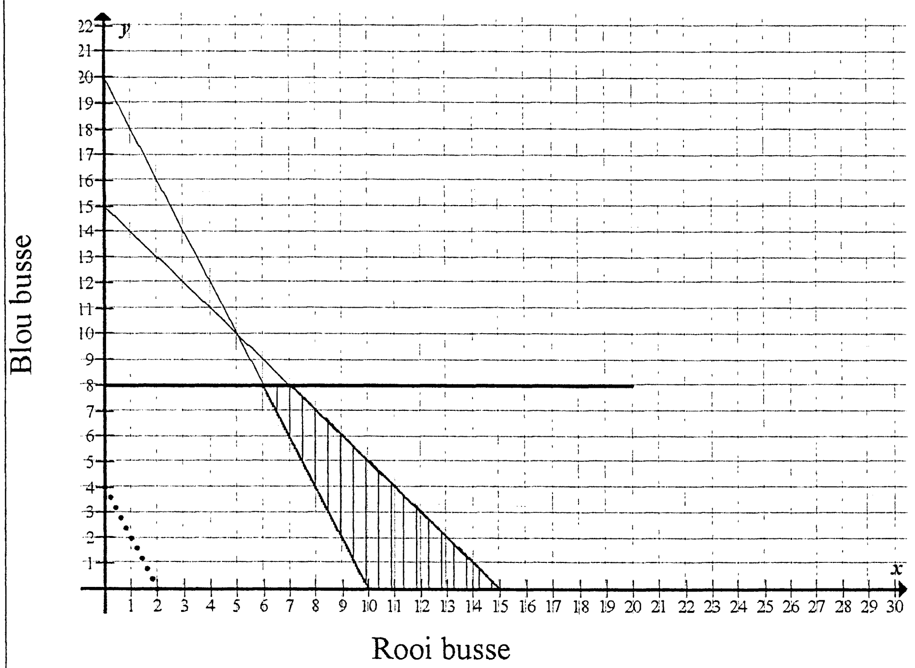
	OF $f^{/}(x) < 0$ vir $x < -4$, so f is dalend vir $x < -4$. $f^{/}(x) > 0$ vir $-4 < x < 1$, so f is stygend vir $-4 < x < 1$. i.e.  -4 $\therefore f$ het 'n lokale minimum by $x = -4$	✓ $x = -4$ ✓ $f^{/}(x) < 0$ vir $x < -4$ ✓ $f^{/}(x) > 0$ vir $-4 < x < 1$ (3)
	OF Gradiënt van f verander van negatief na positief by $x = -4$	✓ $x = -4$ ✓gradient negatief vir $x < -4$ ✓ gradient positief vir $-4 < x < 1$ (3)
	OF $f'(-4) = 0$ $f''(-4) > 0$ grafiek is konkaaf na bo by $x = -4$, so f het 'n lokale minimum by $x = -4$.	✓ $f'(-4) = 0$ ✓ $f''(-4) > 0$ ✓ $x = -4$ (3) **[4]**

VRAAG 11

11.1	$V(0) = 100 - 4(0)$ $= 100$ liter	✓ antwoord (1)
11.2	Tempo in – tempo uit $= 5 - k$ l/min $V'(t) = -4$ l/min	✓ $5 - k$ ✓ -4 ✓ eenhede een keer aangedui (3)
11.3	$5 - k = -4$ $k = 9$ l/min **Let wel:** Slegs antwoord: 2/2 punte	✓ $5 - k = -4$ ✓ $k = 9$ (2)
	OF Volume vir enige gegewe t = aanvanklike volume + inkomende totaal – uitgaande totaal $100 + 5t - kt = 100 - 4t$ $5t - kt = -4t$ $9t - kt = 0$ $t(9 - k) = 0$ As t = 1 minuut vanaf die begin, $t = 1$, $9 - k = 0$, so $k = 9$	✓ $100 + 5t - kt = 100 - 4t$ ✓ $k = 9$ (2)
	OF Aangesien $\frac{dV}{dt} = -4$, verminder die volume van die water in die tenk met 4 liters per minuut. Dus moet k, 4 meer wees as 5: $k = 9$.	✓✓ $k = 9$ (2) **[6]**

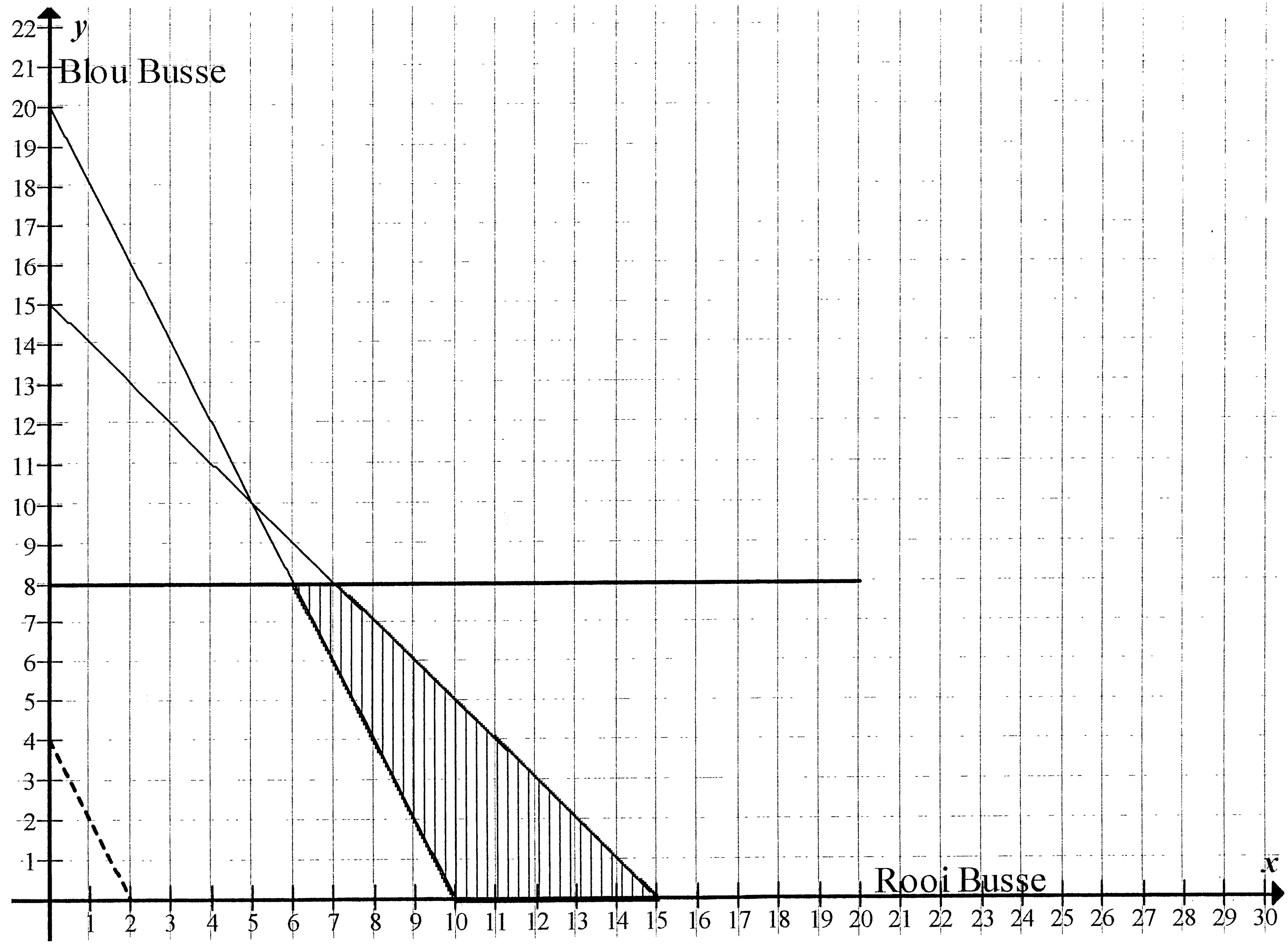
VRAAG 12

Let wel: Indien die verkeerde ongelykheid $50x+25y \leq 500$ gebruik word, het die kandidaat verkeerdelik gesê dat daar meer leerlinge is as beskikbare sitplekke. 'n Maksimum van **10** punte vir die hele vraag kan dan toegeken word:

12.1	$x, y \in \mathbf{N}$ $x + y \leq 15$ **OF** $y \leq -x + 15$ $50x + 25y \geq 500$ **OF** $y \geq -2x + 20$ $y \leq 8$ **OF** $y \leq 8$ **Let wel:** Indien die kandidaat $50x + 25y = 500$ het: Maksimum 5/6 punte **Let wel:** Die punt vir die ongelykheid kan slegs toegeken word indien beide LK en RK korrek is	✓✓ $x + y \leq 15$ ✓✓ $y \leq 8$ ✓✓ $50x + 25y \geq 500$ (6)
12.2		✓ $x + y \leq 15$ ✓ $50x + 25y \geq 500$ ✓ $y \leq 8$ ✓ gangbare gebied (4)
12.3	$C = 600x + 300y$	✓ antwoord (1)
12.4.1	(6 ; 8) ; (7 ; 6) ; (8 ; 4) ; (9 ; 2) en (10 ; 0) **LET WEL:** Die gradiënt van die soeklyn is $m = -\frac{2}{1}$	3 punte indien al die oplossings korrek 2 punte indien 3 of 4 oplossings korrek 1 punte indien 1 of 2 oplossings korrek (3)
12.4.2	$C = 6(600) + 8(300) = \text{R}6\,000$ of $C = 7(600) + 6(300) = \text{R}6\,000$ of $C = 8(600) + 4(300) = \text{R}6\,000$ of $C = 9(600) + 2(300) = \text{R}6\,000$ of $C = 10(600) + 0(300) = \text{R}6\,000$	✓ subs ✓ antwoord (2)
12.5	8 rooi ; 4 blou	✓ antwoord (1)

TOTAAL: 150

VRAAG 12.2


y
Blou Busse
x
Rooi Busse
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30