



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

TEGNIесе WISKUNDE V2

NOVEMBER 2018

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye en 'n inligtingsblad wat uit 2 bladsye bestaan.

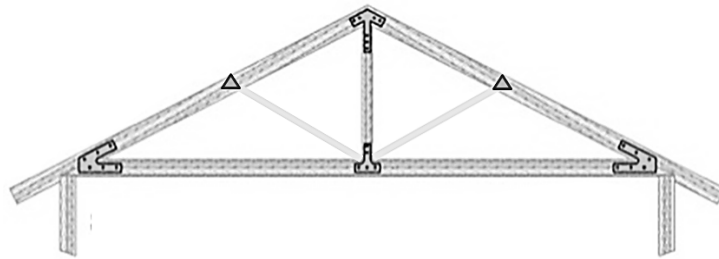
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

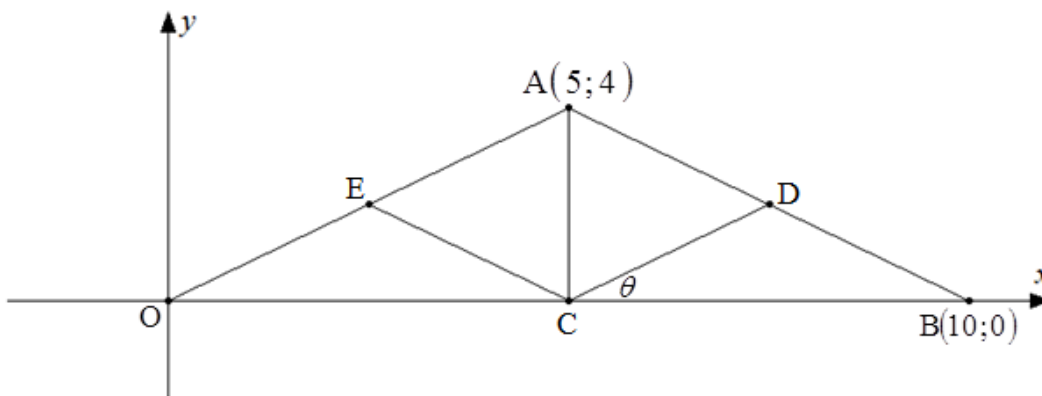
1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die prentjie hier langsaan
toon 'n dakkapontwerp.



Die diagram hieronder, NIE volgens skaal geteken NIE, beeld die dakkapontwerp in 'n Cartesiese vlak uit. $A(5;4)$, $B(10;0)$ en $O(0;0)$ is die hoekpunte van $\triangle ABO$. Punte E en D is middelpunte van OA en AB onderskeidelik. $AC \perp OB$ met C op OB. Die inklinasiehoek wat deur die positiewe x-as en CD gevorm word, is θ .

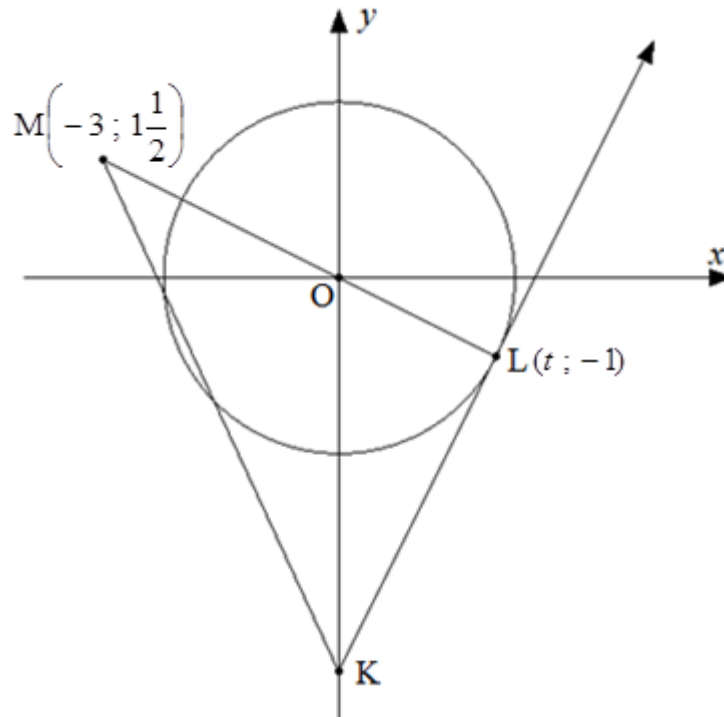


Bepaal:

- 1.1 Die lengte van AB (Rond tot EEN desimale plek af.) (3)
 - 1.2 Die koördinate van D (2)
 - 1.3 Die gradiënt van CD (3)
 - 1.4 Die grootte van θ (Rond tot die naaste graad af.) (2)
 - 1.5 Die vergelyking van lyn OA (3)
- [13]**

VRAAG 2

- 2.1 In die diagram hieronder is $O(0 ; 0)$ die middelpunt van die sirkel met vergelyking $x^2 + y^2 = 5$. Reguitlyn KL met vergelyking $y - 2x + 5 = 0$ is 'n raaklyn aan die sirkel by punt $L(t ; -1)$. LO word na $M(-3 ; 1\frac{1}{2})$ verleng. K is die y -afsnit van reguitlyne MK en LK .



Bepaal:

- 2.1.1 Die numeriese waarde van t (2)
- 2.1.2 Die koördinate van K (2)
- 2.1.3 Die vergelyking van die reguitlyn wat ewewydig aan KL is en wat ook deur M gaan. Gee die vergelyking in die vorm $y = \dots$ (3)
- 2.1.4 Analities dat $\triangle KLM$ reghoekig is. Gee 'n rede vir jou antwoord. (3)
- 2.2 Teken, op die rooster verskaf, die grafiek gedefinieer deur:

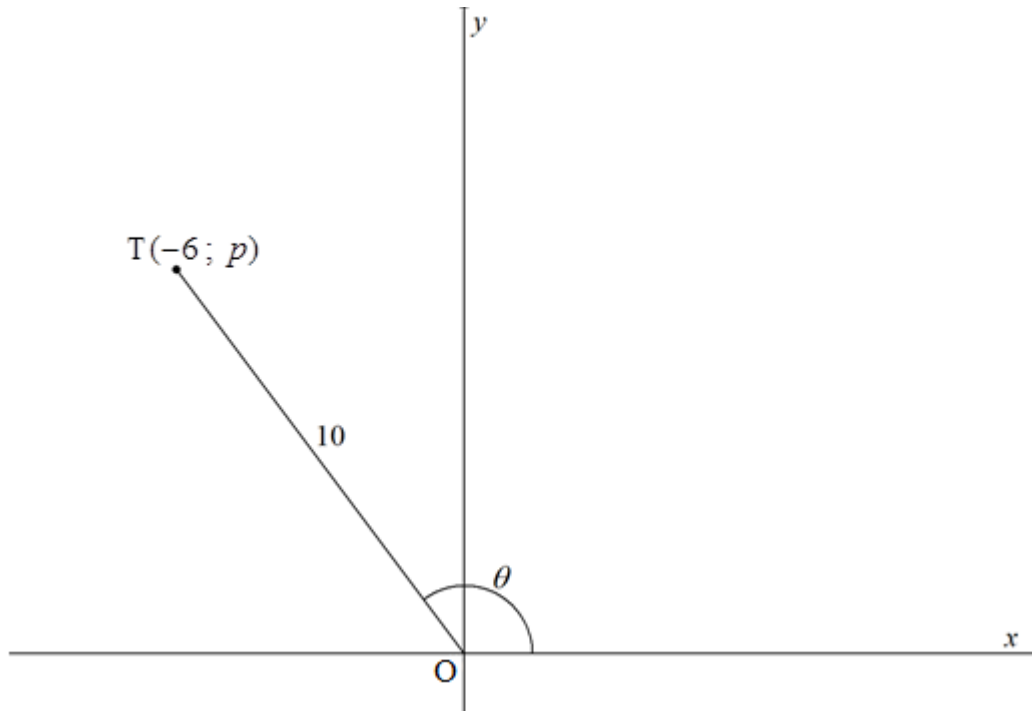
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

Toon duidelik AL die afsnitte met die asse aan. (3)

[13]

VRAAG 3

- 3.1 In die diagram hieronder is $T(-6; p)$ 'n punt op die Cartesiese vlak. $OT = 10$ eenhede en die hoek wat deur OT met die positiewe x -as gevorm word, is θ .



Bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die numeriese waarde van:

- 3.1.1 p (2)
- 3.1.2 $\cos \theta$ (1)
- 3.1.3 $\operatorname{cosec}^2 \theta - 4 \tan \theta$ (4)
- 3.2 Indien $\hat{P} = 78,5^\circ$ en $\hat{Q} = 86^\circ$, bereken die numeriese waarde van die volgende (rond tot TWEE desimale syfers af):
- $$\frac{1}{\sec^2(Q + P)}$$
- (3)
- 3.3 Gegee: $\sin \beta = -0,752$ vir $\beta \in [0^\circ; 360^\circ]$
- 3.3.1 Noem in watter kwadrant hoek β lê. (2)
- 3.3.2 Bepaal vervolgens, of andersins, die grootte van hoek β . (3)

[15]

VRAAG 4

4.1 Vereenvoudig die volgende as 'n enkele trigonometriese verhouding:

$$\frac{\sec x \cdot \cos(360^\circ - x) - \tan^2(180^\circ + x) \cdot \cos^2 x}{\sin^2 x} \quad (7)$$

4.2 Voltooi die volgende identiteit: $\operatorname{cosec}^2 2x - \cot^2 2x = \dots$ (1)

4.3 Vereenvoudig die volgende:

$$\sin^2 A \cdot \cot^2 A - \cos^2 A \cdot \cos \pi \quad (4)$$

[12]

VRAAG 5

Gegee: $f(x) = \tan x$ en $g(x) = \sin 2x$ vir $x \in [0^\circ; 180^\circ]$

5.1 Teken 'n sketsgrafiek van f en g op dieselfde assestelsel op die rooster verskaf. Dui duidelik AL die draaipunte, eindpunte en afsnitte met die asse aan. (6)

5.2 Skryf die waardeversameling (terrein) van g neer. (1)

5.3 Gee die periode van f . (1)

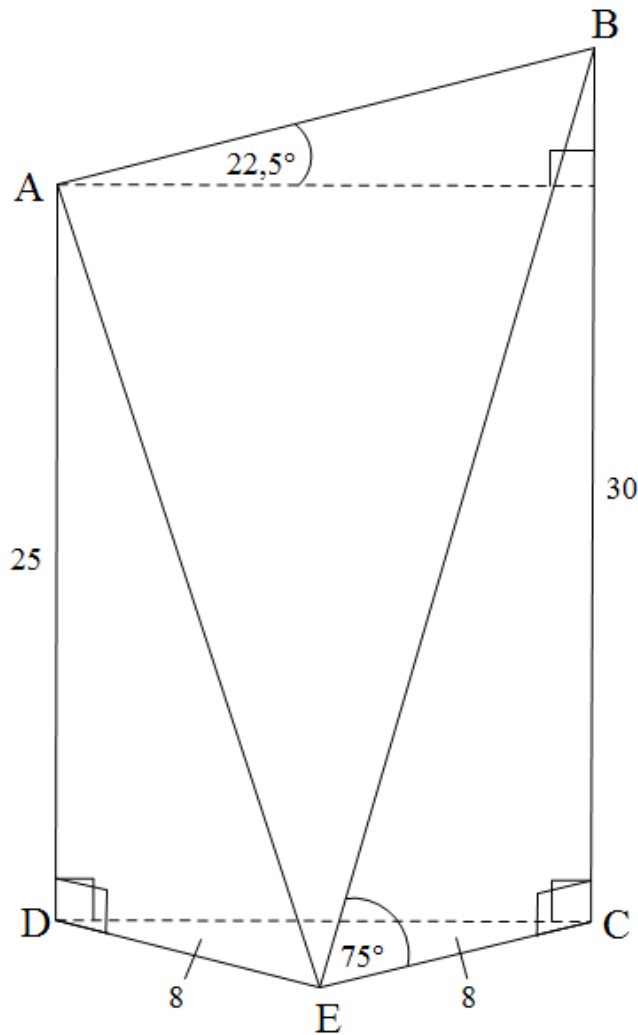
5.4 Bepaal die waardes van x waarvoor $g(x) \geq f(x)$ vir $x \in [0^\circ; 180^\circ]$ (4)

[12]

VRAAG 6

Die diagram hieronder toon twee vertikale pale AD en BC. Punt E lê op dieselfde horisontale vlak as basis D en C van pale AD en BC sodanig dat $DE = EC = 8$ m. Die hoogtehoek van B vanaf A is $22,5^\circ$.

- $\hat{BEC} = 75^\circ$
- $AD = 25$ m
- $BC = 30$ m



- 6.1 Toon dat die lengte van $AB \approx 13$ m. (3)
 - 6.2 Bepaal, tot die naaste meter, die lengte van BE. (2)
 - 6.3 Bepaal, tot die naaste graad, die grootte van \hat{AEB} indien $AE = \sqrt{689}$ m. (4)
- [9]

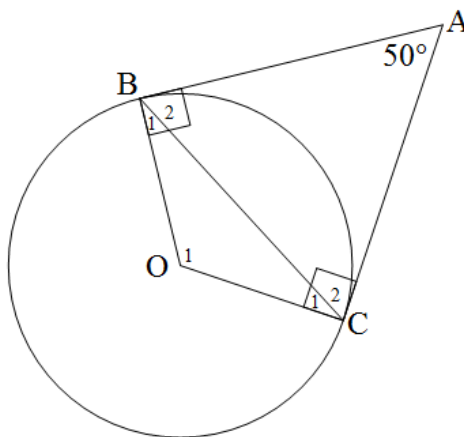
VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

Die raaklyn van 'n sirkel is ... die radius van die sirkel by die raakpunt. (1)

7.2 Die diagram hieronder toon 'n sirkel met middelpunt O .

AB en AC is raaklyne aan die sirkel met $OC \perp AC$, $AB \perp OB$ en $\hat{A} = 50^\circ$.



7.2.1 Gee 'n rede waarom $AB = AC$ (1)

7.2.2 Bepaal die grootte van \hat{C}_2 . (2)

7.2.3 Watter spesiale tipe vierhoek is $ABOC$? (1)

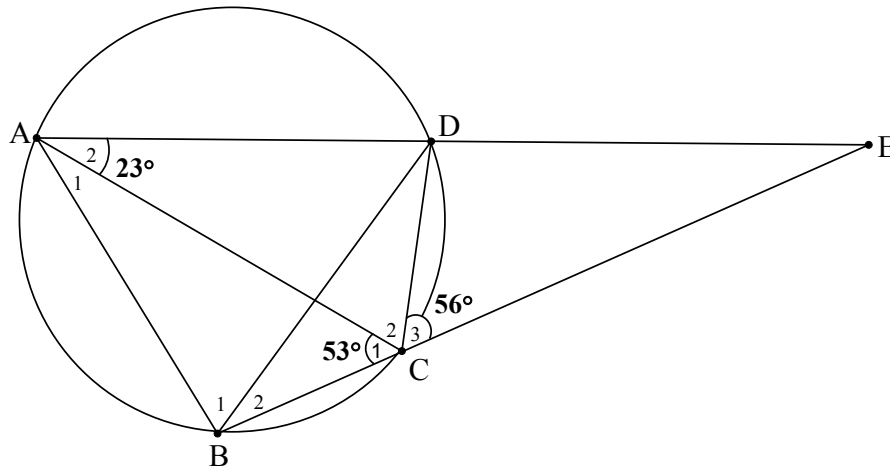
7.2.4 Bepaal, met 'n rede, die grootte van \hat{O}_1 . (2)

7.3 Die diagram hieronder toon sirkel ABCD. Koorde BC en AD verleng ontmoet by E.

$$\hat{A}_2 = 23^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 53^\circ$$

$$\hat{C}_3 = 56^\circ$$



Bepaal, met redes, die groottes van die volgende hoeke:

7.3.1 \hat{A}_1 (2)

7.3.2 \hat{B}_2 (2)

7.3.3 \hat{B}_1 (3)

7.3.4 \hat{ADC} (2)
[16]

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

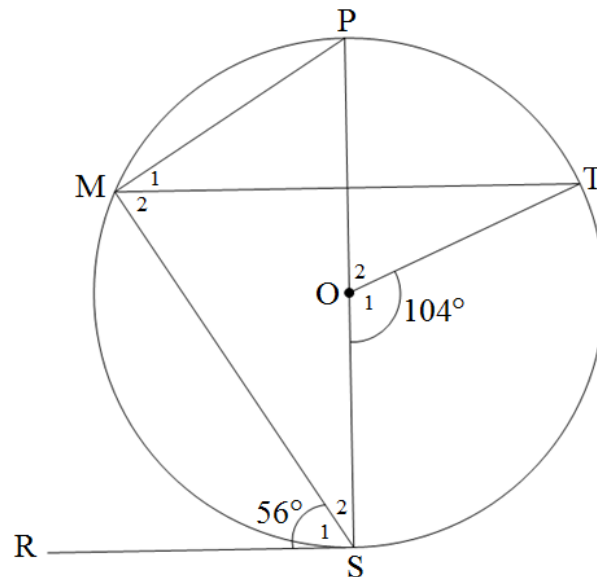
Die hoek onderspan deur 'n boog by die middelpunt van 'n sirkel is ... die grootte van die hoek onderspan deur dieselfde boog by die sirkel (aan dieselfde kant van die boog as die middelpunt).

(1)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel $PMST$.
 RS is 'n raaklyn by S .

$$\hat{S}_1 = 56^\circ$$

$$\hat{O}_1 = 104^\circ$$



8.2.1 Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

(a) \hat{S}_2 (2)

(b) \hat{PMS} (2)

(c) \hat{P} (2)

(d) \hat{M}_1 (3)

8.2.2 Toon, met redes, waarom $MPTO$ NIE 'n koordevierhoek is NIE. (3)
[13]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die volgende stelling:

Indien twee driehoeke gelykhoekig is, dan is die ... eweredig (en gevolglik is die driehoeke gelykvormig). (1)

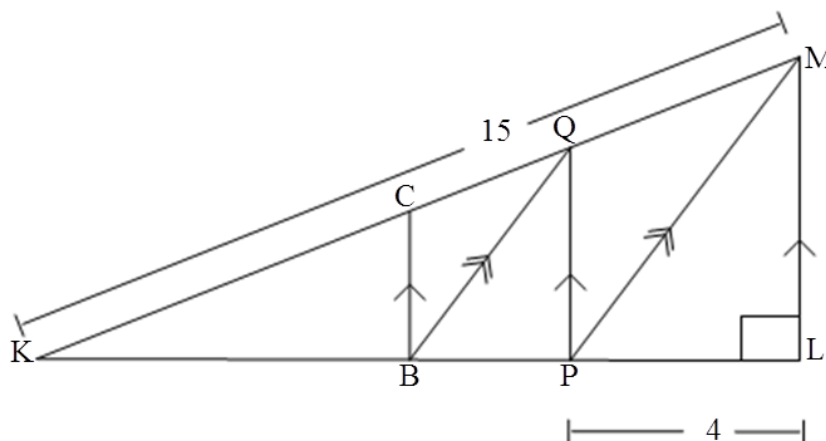
9.2 In die diagram hieronder is $\triangle KLM$ getrek. C en Q is punte op KM. B en P is punte op KL.

$BC \parallel PQ \parallel LM$ en $BQ \parallel PM$.

KM = 15 eenhede

PL = 4 eenhede

$KQ : QM = 3 : 2$



9.2.1 Bepaal, met redes, die lengtes van die volgende:

(a) QM (2)

(b) KP (3)

(c) KB (3)

9.2.2 (a) Gee TWEE redes waarom $\triangle KBQ \parallel \triangle KPM$. (2)

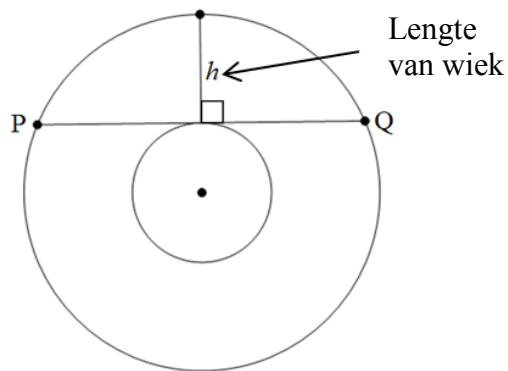
(b) Bepaal gevolglik, of andersins, die lengte van BQ indien $PM = \sqrt{141}$ eenhede. Laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (3)

[14]

VRAAG 10

10.1

'n Windpomp, wat gebruik word om ondergrondse water te onttrek, het wieke wat gekombineer is om 'n sirkel te vorm. Die middellyn, D , van die sirkelvorm is 2 m. Die prentjies en diagram hieronder beeld die situasie hierbo uit.

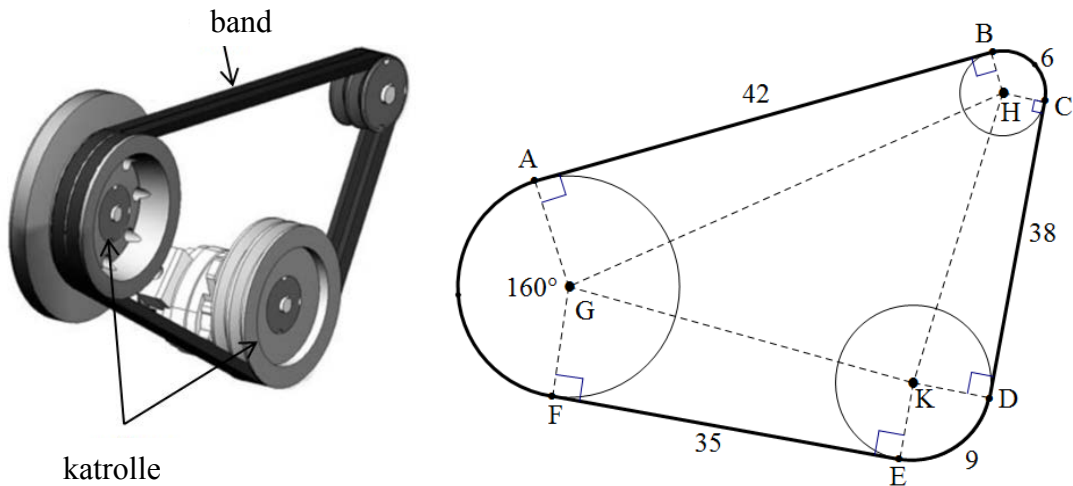


Bepaal:

- 10.1.1 Die omtreksnelheid (in meter per sekonde) van die roterende wieke as die wieke teen 165 omwentelinge per minuut roteer (draai) (4)
- 10.1.2 Die lengte van die wiek (hoogte van segment) indien die lengte van koord PQ, 1,8 m is. (Rond tot EEN desimale plek af.) (4)

10.2

Die prentjie en diagram hieronder toon een van die meganismes van 'n masjien waar drie katrolle, met middelpunte G, H en K, met 'n band gekonnekteer is. AB, CD en EF is raaklyne aan die sirkels by punte A, B, C, D, E en F.



AB = 42 cm, CD = 38 cm en EF = 35 cm. Daar word verder gegee dat $\hat{AGF} = 160^\circ$ en die lengtes van boë BC en DE is 6 cm en 9 cm onderskeidelik.

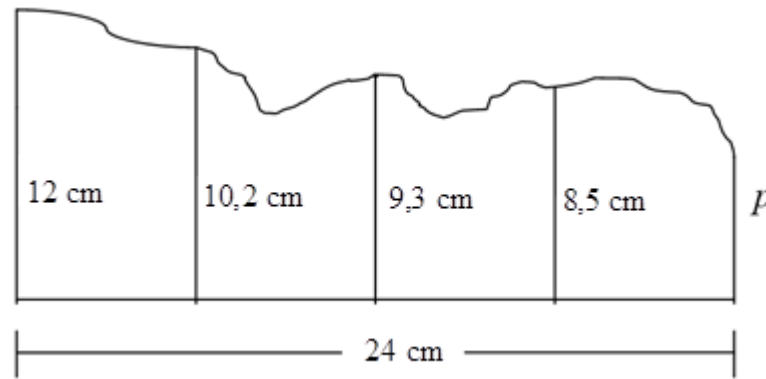
- 10.2.1 Watter spesiale tipe vierhoek is KGFE? (1)
- 10.2.2 (a) Bepaal die lengte van FG, die radius van die grootste katrol indien die afstand van E na G, 35,4 cm is. (Rond tot EEN desimale plek af.) (2)
- (b) Herlei 160° na radiale. (Rond tot EEN desimale plek af.) (2)
- (c) Bereken die totale lengte van die band. (Rond tot die naaste sentimeter af.) (4)
- [17]

VRAAG 11

11.1

Die onreëlmatige figuur hieronder het een reguit kant, 24 cm lank, wat in 4 gelyke dele verdeel is. Die ordinaat wat die dele verdeel, is:

12 cm ; 10,2 cm ; 9,3 cm ; 8,5 cm en p . Die lengte van p is die helfte van die lengte van die eerste ordinaat.

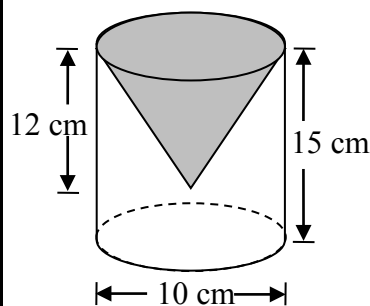


11.1.1 Skryf die waarde van p neer. (1)

11.1.2 Bepaal gevolglik die oppervlakte van die onreëlmatige figuur deur gebruik van die middelordinaatreël. (4)

11.2

'n Soliede hol vorm is gekonstrueer uit 'n silindriese staaf met 'n keëlagtige gedeelte (gearsseer) wat verwyder is, soos in die figuur hieronder getoon. Die deursnee van beide die silinder en die keël is 10 cm. Die hoogte van die silinder is 15 cm, die hoogte van die keël is 12 cm en die skuinshoogte van die keël is 13 cm.



Geboë oppervlakte van keël = $\pi r s$
 waar s die skuinshoogte is

Totale oppervlakte van silinder = $2\pi r^2 + 2\pi r h$

Volume van keël = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

Volume van silinder = $\pi r^2 h$

11.2.1 Bereken die totale oppervlakte van die hol vorm. (6)

11.2.2 Bepaal of die volume van die hol vorm meer as $280\pi \text{ cm}^3$ is. (5)
[16]

TOTAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0,$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{oppervlakte van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrle hoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van 'n sektor} = \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2} \dots\dots\dots \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte en}$$

$$\theta = \text{sentrle hoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en}$$

$$x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$$

$$\text{en } n = \text{aantal ordinate}$$

OF

$$A_T = a \left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } o_i = i^{\text{de}} \text{ ordinaat en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$