basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

FEBRUARIE/MAART 2012

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 4 diagramvelle en 1 inligtingsblad.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. Diagramvelle vir VRAAG 2.1, VRAAG 2.3, VRAAG 2.4, VRAAG 3.2, VRAAG 3.3, VRAAG 7.1 en VRAAG 10.4 is aan die einde van die vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsye in die ruimtes voorsien en plaas die bladsye agterin jou ANTWOORDEBOEK.

9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

11. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

'n Groot maatskappy het 9 verkoopspersone in diens. Die kommissie verdien (in rand) deur elke verkoopspersoon in 'n bepaalde maand, word hieronder aangedui:

3 900	5 700	7 300	10 600	13 000	13 600	15 100	15 800	17 100

1.1 Bereken die gemiddelde van die data hierbo. (2)

1.2 Bereken die standaardafwyking van die data. (2)

1.3 Die maatskappy gradeer die verkoopspersoneel volgens die kommissiebedrag verdien. 'n Verkoopspersoon met 'n kommissie van meer as een standaardafwyking bokant die gemiddelde ontvang 'n gradering van 'goed'. Hoeveel verkoopspersone sal 'n gradering van 'goed' ontvang vir daardie maand? (2)
[6]

VRAAG 2

Die tabel toon die geskatte aantal mense aan wat die Internet van 1995 tot 2002 gebruik het.

JAAR	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
N (Getal in miljoene)	8	17	34	67	135	281	552

2.1 Teken 'n spreidiagram van hierdie data op die rooster op DIAGRAMVEL 1. (2)

2.2 Watter van die krommes, lineêr, kwadraties of eksponensieel, sal die data pas? (1)

2.3 Die tabel hieronder word ook op DIAGRAMVEL 2 getoon. Voltooi die waardes vir log N in die tabel op DIAGRAMVEL 2 . (2)

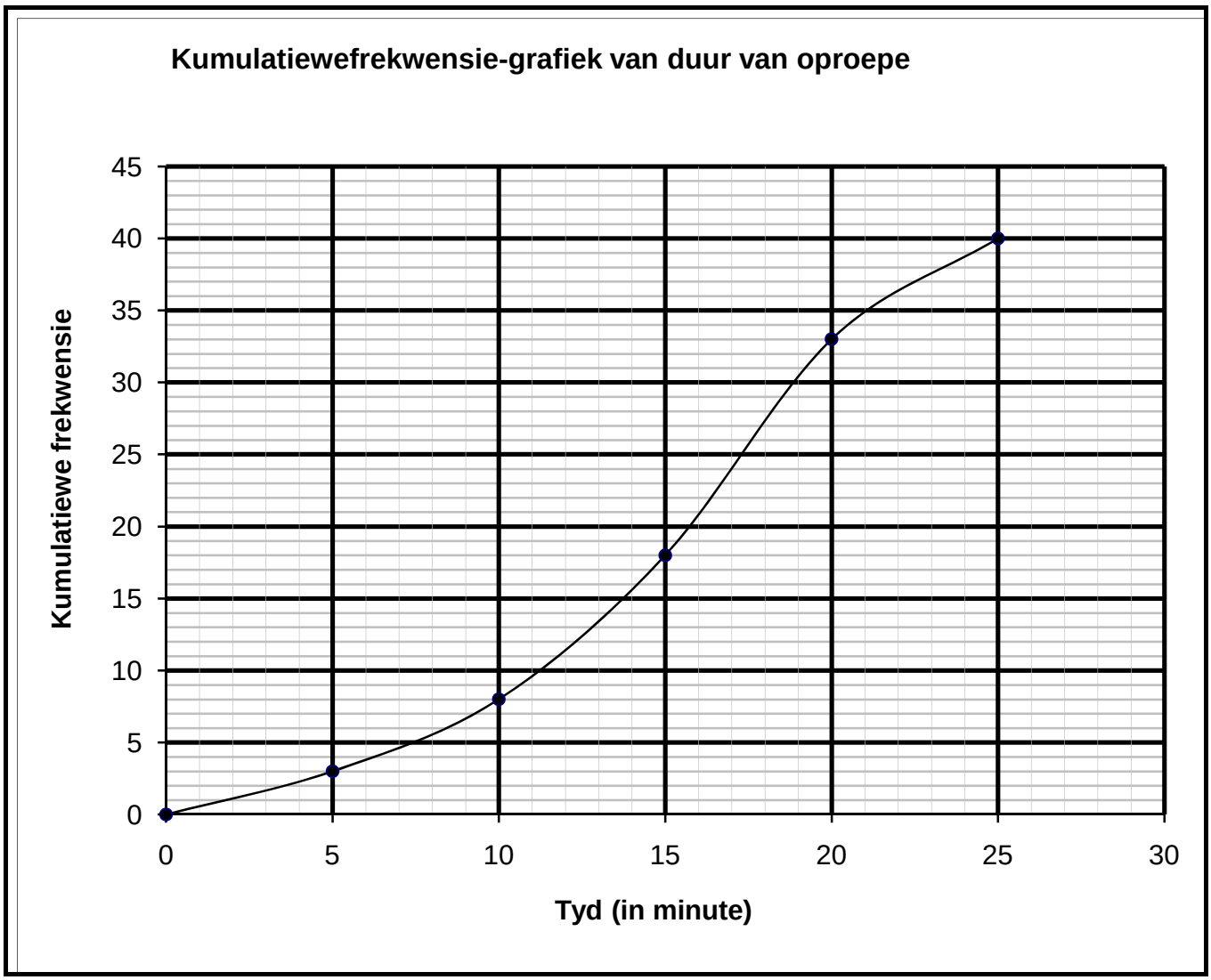
JAAR	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
N (Getal in miljoene)	8	17	34	67	135	281	552
Log N (Korrek tot EEN desimale plek)							

2.4 Stip die punte wat log N verteenwoordig op die rooster voorsien op DIAGRAMVEL 2. (2)

2.5 Gebruik jou diagram in VRAAG 2.4 om die antwoord vir VRAAG 2.2 te voorspel. (2)
[9]

VRAAG 3

Die tydsduur, in minute, van 'n sekere getal telefoonoproepe is aangeteken. Geen oproep was 25 minute of langer nie. 'n Kumulatiewefrekwensie-grafiek van dié data word hieronder getoon.



3.1 Bepaal die totale getal oproepe wat aangeteken is. (1)

3.2 Voltooi die frekwensietabel vir die data op DIAGRAMVEL 3. (3)

3.3 Teken gevolglik 'n histogram op die rooster op DIAGRAMVEL 3. (3)
[7]

VRAAG 4

In die rooster hieronder stel a, b, c, d, e, f en g waardes in 'n datastel voor wat in toenemende orde geskryf is. Geen waarde in die stel word herhaal nie.

a	b	c	d	e	f	g

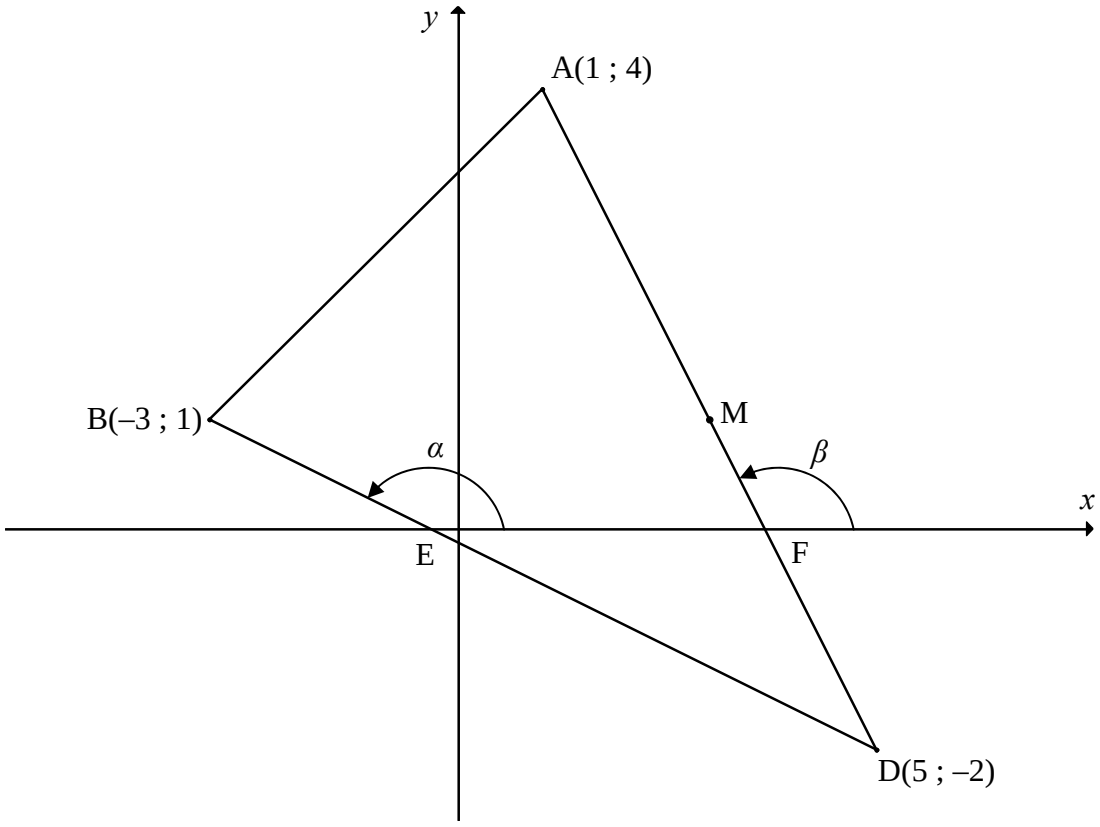
Bepaal die waarde van a, b, c, d, e, f en g indien:

- Die maksimum waarde 42 is
- Die variasiewydte 35 is
- Die mediaan 23 is
- Die verskil tussen die mediaan en die boonste kwartiel 14 is
- Die interkwartielvariasiewydte 22 is
- $e = 2c$
- Die gemiddelde 25 is **[7]**

VRAAG 5

In die figuur hieronder is A(1 ; 4), B(–3 ; 1) en D(5 ; –2) die koördinate van die hoekpunte van ΔABD.

- BD en AD sny die *x*-as by E en F onderskeidelik.
- Die inklinasiehoek van BD met die *x*-as by E is α.
- Die inklinasiehoek van AD met die *x*-as by F is β.



5.1 Bereken die gradiënt van AD. (2)

5.2 Bepaal die lengte van die lynsegment AD.
(Los jou antwoord in wortelvorm, indien nodig.) (2)

5.3 Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van AD. (2)

5.4 C is 'n punt sodanig dat lyn BC parallel aan AD is. Bepaal die vergelyking van lyn BC in die vorm $ax + by + c = 0$. (3)

5.5 5.5.1 Bereken die grootte van β. (2)

5.5.2 Bereken AL die hoeke van ΔDEF. (5)

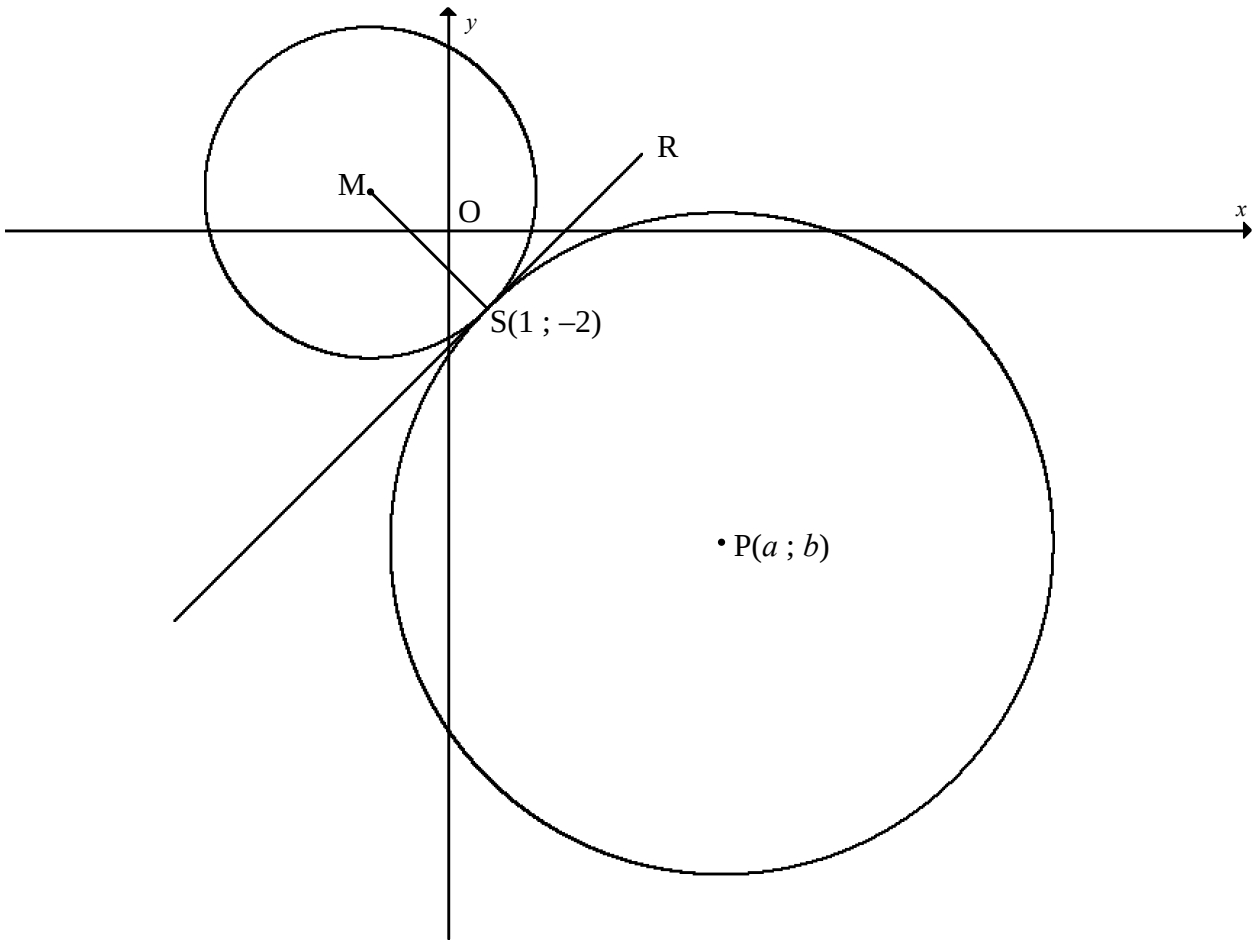
5.6 Bepaal die vergelyking van 'n sirkel, met middelpunt M, wat deur punt A en D gaan. Gee jou antwoord in die vorm: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. (2)

5.7 Lê die punt B binne, buite of op die sirkel in VRAAG 5.6? Wys ALLE berekeninge om jou antwoord te regverdig. (2)

[20]

VRAAG 6

In die figuur hieronder is 'n sirkel met middelpunt M geteken. Die vergelyking van die sirkel is $(x + 2)^2 + (y – 1)^2 = r^2$.
S(1 ; –2) is 'n punt op die sirkel.
SR is 'n raaklyn aan die sirkel.



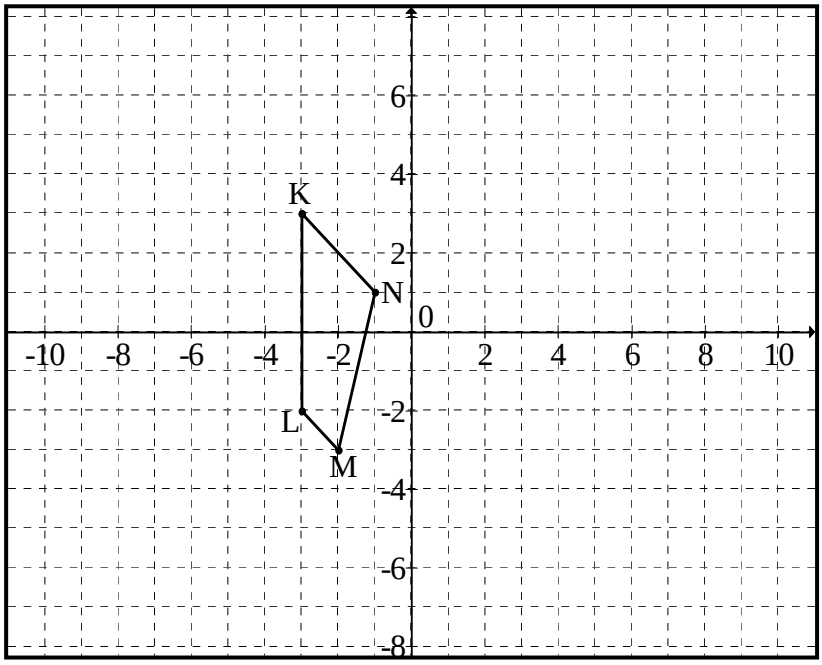
6.1 Skryf die koördinate van M en die radius van die sirkel met middelpunt M neer. (4)

6.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn RS in die vorm $y = mx + c$. (4)

6.3 Die sirkels met middelpunt P en M raak uitwendig by punt S. SR is 'n raaklyn aan beide hierdie sirkels. Indien MS : MP = 1 : 3, bepaal die koördinate $(a ; b)$ van punt P. (8)
[16]

VRAAG 7

Die koördinate van die hoekpunte van 'n vierhoek KLMN is K(–3 ; 3); L(–3 ; –2); M(–2 ; –3) en N(–1 ; 1).



7.1 Die vierhoek word geroteer deur 90° in 'n antikloksgewyse rigting om die oorsprong om vierhoek $K'L'M'N'$ te vorm. Teken en benoem vierhoek $K'L'M'N'$ op die rooster op DIAGRAMVEL 4. (4)

7.2 Vierhoek $K'L'M'N'$ is vergroot met 'n skaalfaktor van 2 om vierhoek $K''L''M''N''$ te vorm.

7.2.1 Dui aan of die transformasie rigied is of nie. Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

7.2.2 Bepaal die koördinate van N''. (2)

7.3 'n Punt $P(x\ ;\ y)$ is getransformeer na $P''(x''\ ;\ y'')$ nadat die twee transformasies, beskryf in VRAAG 7.1 en VRAAG 7.2 onderskeidelik toegepas is. Skryf die algemene reël neer vir die transformasies in die vorm: $(x\ ;\ y) \rightarrow (\ldots\ ;\ \ldots) \rightarrow (\ldots\ ;\ \ldots)$ (4)

7.4 Bepaal die verhouding: oppervlakte van KLMN : oppervlakte van $K''L''M''N''$ (2)

7.5 Vierhoek KLMN word vergroot met 'n faktor p. Vind die grootste waarde van p sodat die beeld van KLMN in die sirkel met middelpunt (0 ; 0) en radius 1 sal pas. (3)
[17]

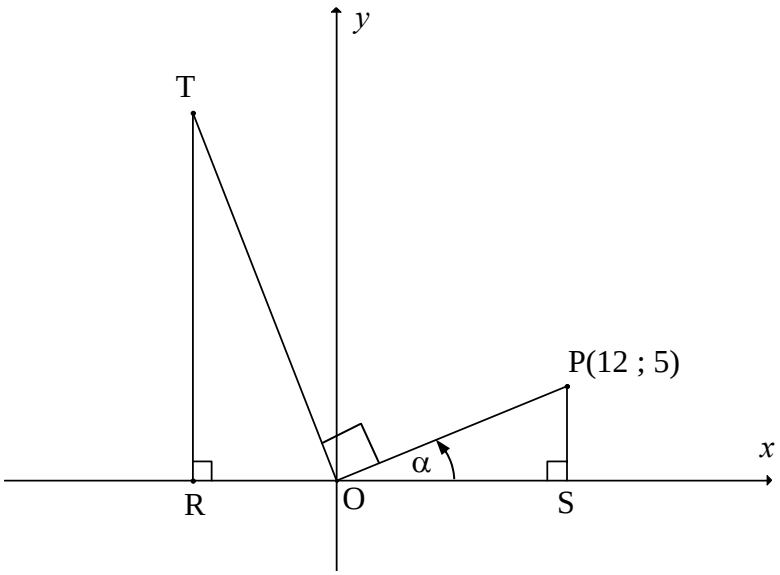
VRAAG 8

Indien $Q'(-2 ; -3)$ die beeld is van Q na rotasie deur 135° in 'n antikloksgewyse rigting om die oorsprong, bereken die koördinate van Q. (Los jou antwoord in wortelvorm.) **[5]**

VRAAG 9

9.1 **Beantwoord hierdie vraag sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.**

In die diagram is P die punt (12 ; 5). OT ⊥ OP. PS en TR is loodreg op die *x*-as. $P\hat{O}S = \alpha$ en OR = 7,5 eenhede.



Bepaal:

9.1.1 $\cos\alpha$ (2)

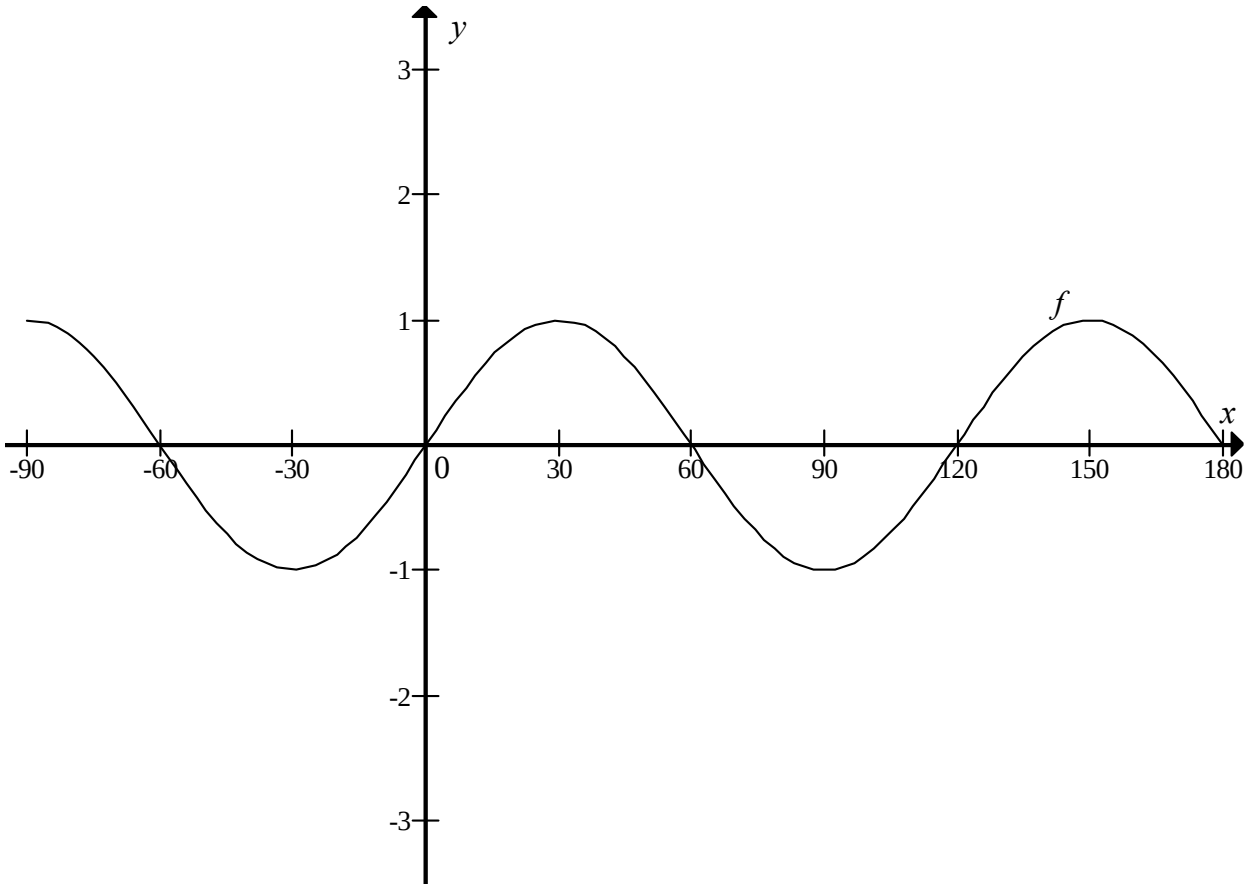
9.1.2 $T\hat{O}R$, in terme van α (2)

9.1.3 Die lengte van OT (4)

9.2 Dui aan dat $\dfrac{\sin(90° + x).\cos x.\tan(-x)}{\cos(180° + x)} = \sin x$. (4)
[12]

VRAAG 10

Die grafiek van $f(x) = \sin 3x$ is hieronder geteken vir $x \in [-90° ; 180°]$.



10.1 Skryf die periode van f neer. (1)

10.2 Skryf die oplossings vir $\sin 3x = -1$ in die interval $[-90° ; 180°]$ neer. (2)

10.3 Gee die maksimum waarde van h indien $h(x) = f(x) - 1$. (2)

10.4 Teken die grafiek van $g(x) = 3\cos x$ vir $x \in [-90° ; 180°]$ op die rooster op DIAGRAMVEL 4. (3)

10.5 Gebruik die grafieke om te bepaal hoeveel oplossings daar vir die vergelyking $\frac{\sin 3x}{3} - \cos x = 0$ in die interval $[-90° ; 180°]$ is. (2)

10.6 Gebruik die grafieke en los op: $f(x).g(x) < 0$. (4)

[14]

VRAAG 11

11.1 Indien $\sin 61° = \sqrt{p}$, bepaal die volgende in terme van p:

11.1.1 $\sin 241°$ (2)

11.1.2 $\cos 61°$ (2)

11.1.3 $\cos 122°$ (3)

11.1.4 $\cos 73° \cos 15° + \sin 73° \sin 15°$ (3)

11.2 11.2.1 Bewys die identiteit:

$$\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} - \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = 2\tan 2x$$ (6)

11.2.2 Bepaal 'n waarde van x in die interval $[0° ; 180°]$ waarvoor die identiteit nie geldig is nie. (2)

11.3 11.3.1 Gegee: $\sin x = \cos 2x - 1$. Dui aan dat $2\sin^2 x + \sin x = 0$. (1)

11.3.2 Bepaal die algemene oplossing van die vergelyking: $\sin x = \cos 2x - 1$. (6)

11.4 Bepaal die waarde van:

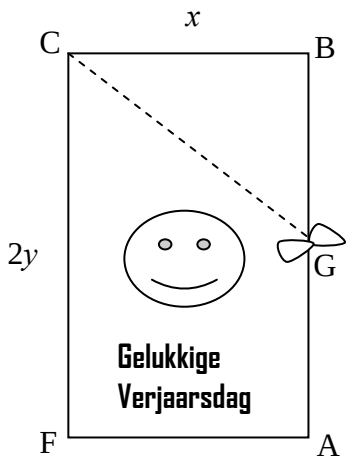
$$\tan 1° \times \tan 2° \times \tan 3° \times \tan 4° \times ... \times \tan 87° \times \tan 88° \times \tan 89°.$$ (4)

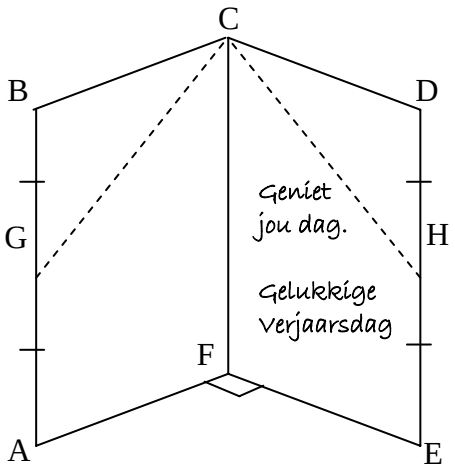
[29]

VRAAG 12

'n Reghoekige verjaarsdagkaartjie word by die middelpunte, G en H, van die langer sye met 'n lint vasgebind. Die kaartjie word oopgemaak om die boodskap te lees en word dan op so 'n manier op die tafel geplaas dat $A\hat{F}E$ tussen die voorblad en die agterblad van die kaartjie $90°$ is. Die punte, G en H, word met reguitlyne na punt C aan die binnekant van die kaartjie verbind soos aangetoon in die skets.

Laat die korter sy van die kaartjie BC = x, en die langer sy CF = $2y$.





Bewys dat $\cos G\hat{C}H = \dfrac{y^2}{x^2 + y^2}$. **[8]**

TOTAAL: 150

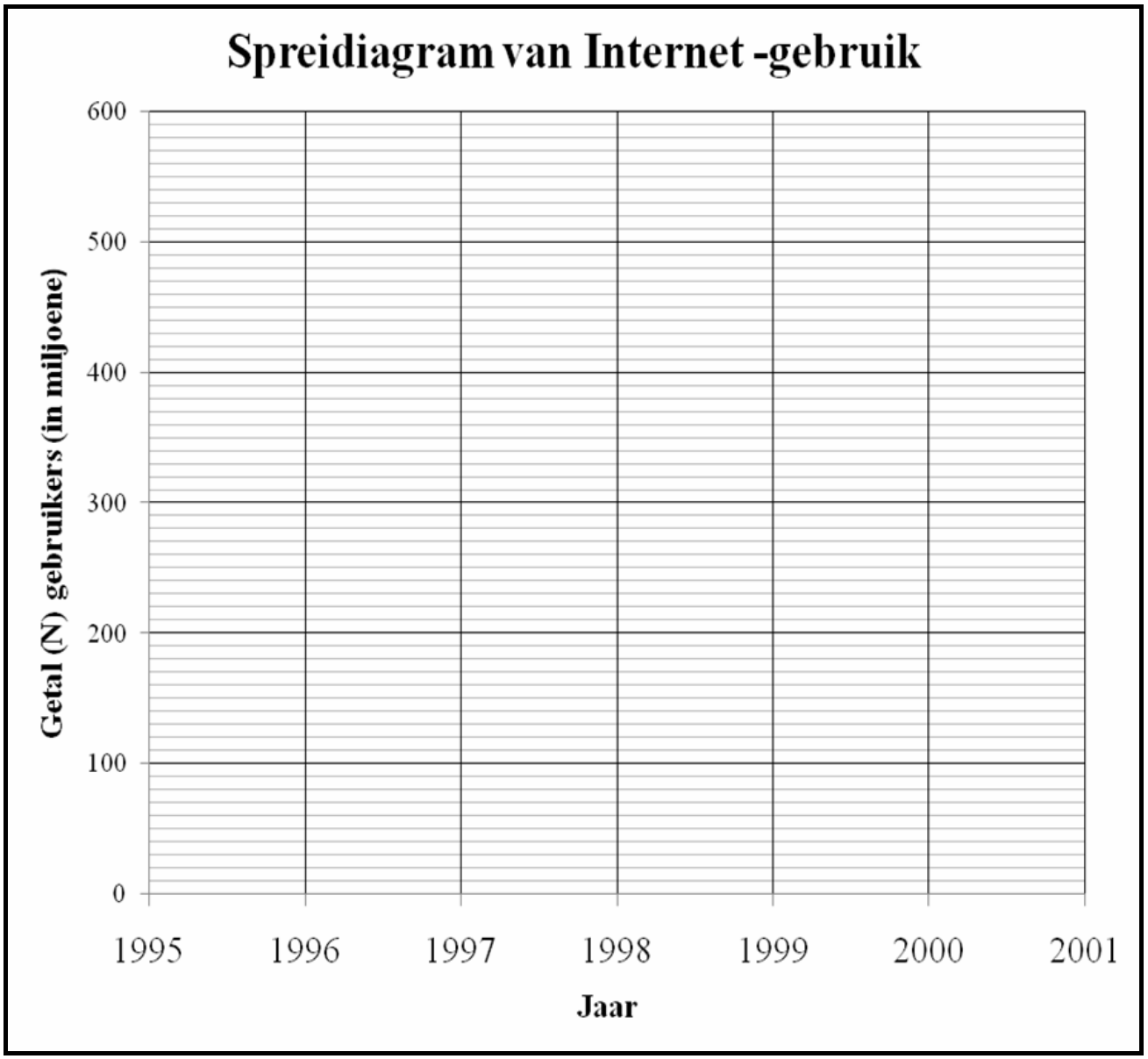
Kopiereg voorbehou

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | |

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 2.1



Kopiereg voorbehou

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | |

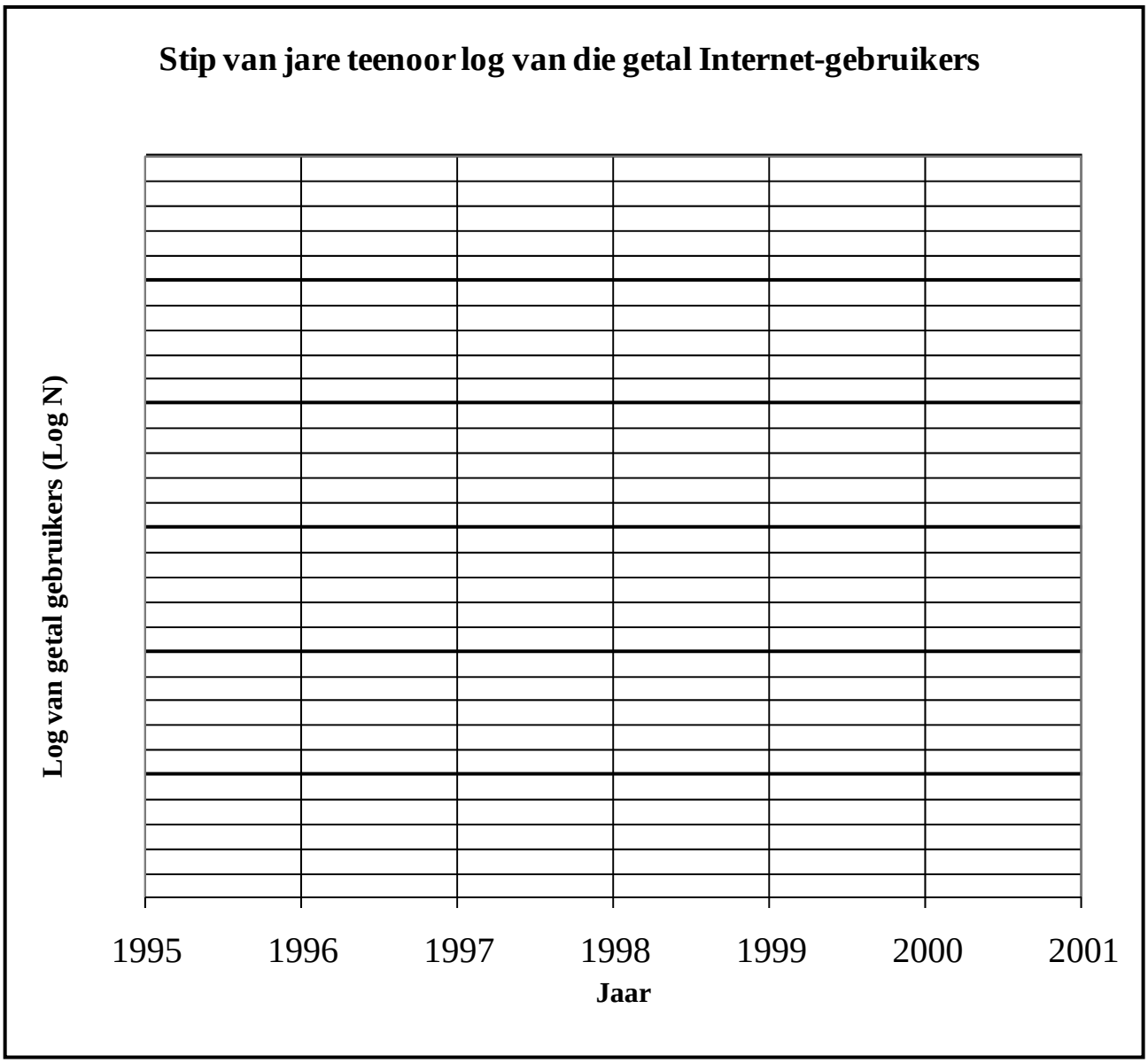
EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 2.3

JAAR	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
N (Getal in miljoene)	8	17	34	67	135	281	552
Log N (Korrek tot EEN desimale plek)							

VRAAG 2.4



Kopiereg voorbehou

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 3

VRAAG 3.2

Tyd, t, in minute	Frekwensie
$0 \leq t < 5$	
$5 \leq t < 10$	
$10 \leq t < 15$	
$15 \leq t < 20$	
$20 \leq t < 25$	

VRAAG 3.3

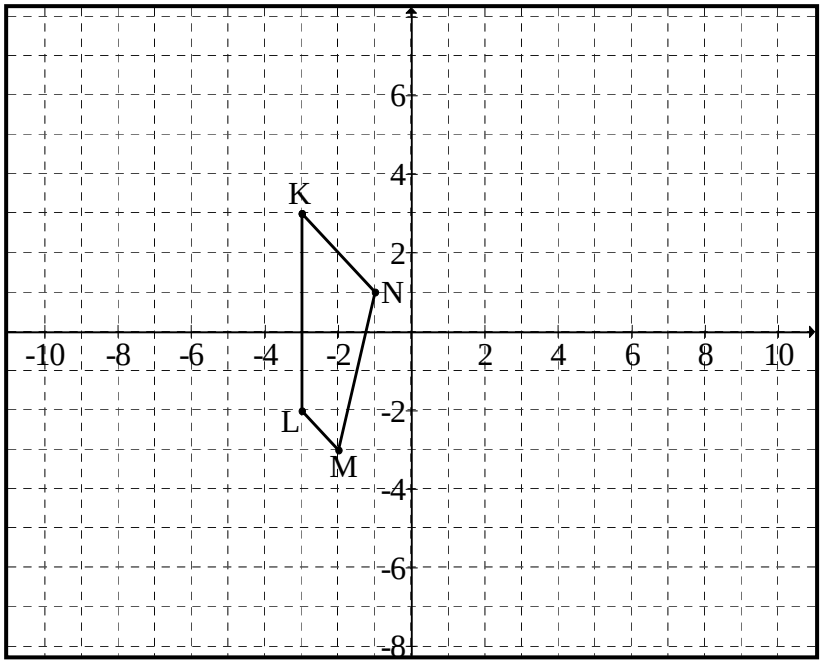
Kopiereg voorbehou

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | |

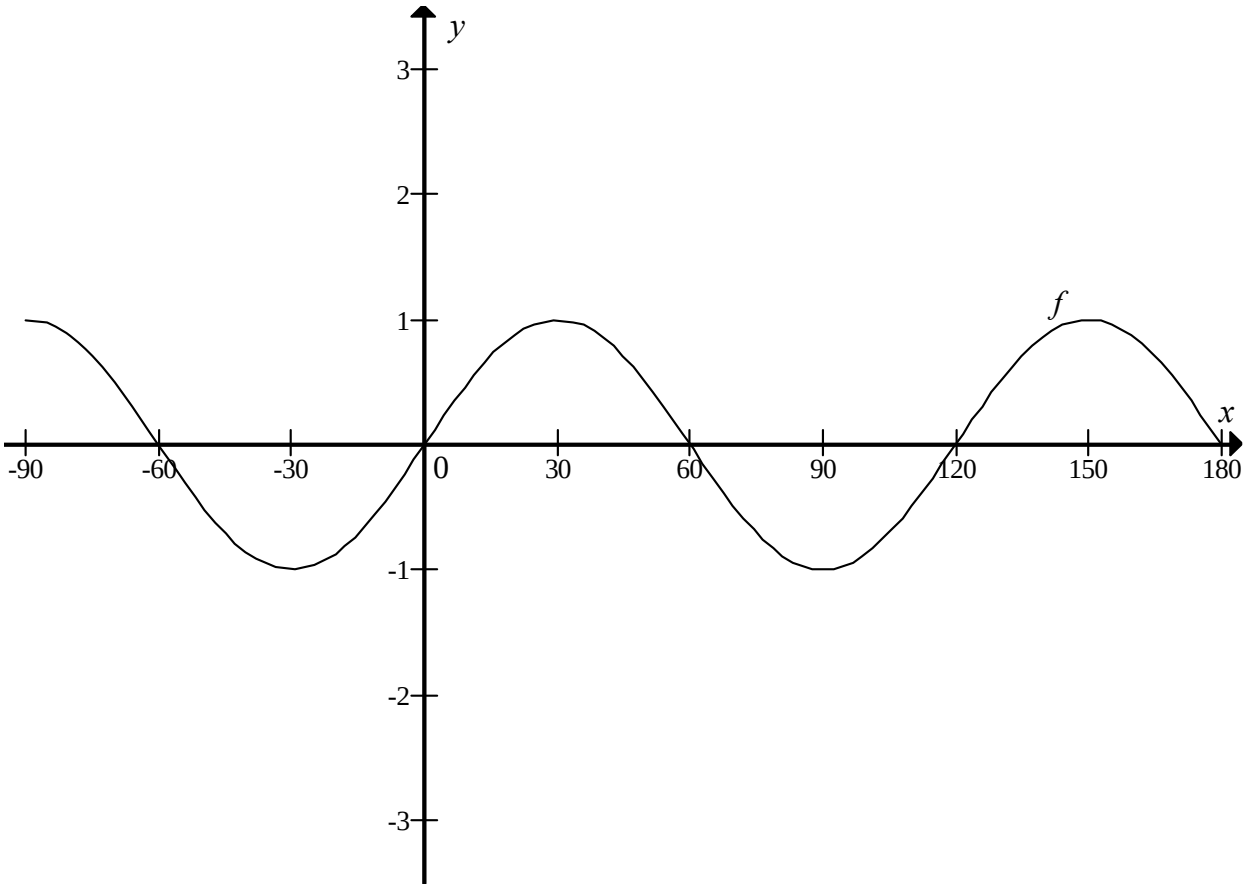
EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

DIAGRAMVEL 4

VRAAG 7.1



VRAAG 10.4



Kopiereg voorbehou

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $A = P(1-ni)$ $A = P(1-i)^n$ $A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$(x\,;\,y) \to (x\cos\theta + y\sin\theta\,;\, y\cos\theta - x\sin\theta)$ $(x\,;\,y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta\,;\, y\cos\theta + x\sin\theta)$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou