



**WISKUNDE**

**SKOOLGEBASEERDE  
ASSESSERING  
VOORBEELDE – KABV**

**GRAAD 12**

**LEERDERGIDS**



**basic education**

Department:  
Basic Education  
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA





**WISKUNDE**

**SKOOLGEBASEERDE ASSESSERING**

**VOORBEELDE – KABV**

**GRAAD 12**

**LEERDERGIDS**

## INHOUD

<b>Inleiding</b> .....	3
1. <b>Werkstuk</b> .....	4
Rye en reekse	
2. <b>Ondersoek 1</b> .....	6
Funksies en inverse	
3. <b>Ondersoek 2</b> .....	12
Toepassing van differensiaalreken	
4. <b>Projek</b> .....	15
'n Praktiese toepassing van differensiaalreken	

# 1. INLEIDING

Een van die doelwitte van ons kurrikulum is om te verseker dat leerders kennis en vaardighede verwerf en toepas op maniere wat in hulle eie lewens sinvol is. Met die oog hierop, en waar toepaslik, streef die assesseringstake in hierdie dokument daarna om praktiese kennis binne 'n gegewe konteks te toets.

Die tabel hieronder toon die vereistes vir skoolgebaseerde assessering vir die jaar. Let asseblief daarop dat hoewel die projek/ondersoek in die eerste kwartaal aangegee word, dit in die tweede kwartaal afgehandel kan word.

<b>SKOOLGEBASEERDE ASSESSERING</b>		
	<b>TAAK</b>	<b>GEWIGSWAARDE (%)</b>
<b>Kwartaal 1</b>	Toets	10
	Projek/Ondersoek	20
	Werkstuk	10
<b>Kwartaal 2</b>	Toets	10
	Junie-eksamen	15
<b>Kwartaal 3</b>	Toets	10
	Vorbereidende Eksamen	25
<b>Skoolgebaseerde assessering as 'n % van die promosiepunt</b>		<b>25%</b>



## VRAAG 2

Die som van die eerste  $n$  terme van 'n ry word gegee deur:  $S_n = n(23 - 3n)$

2.1 Skryf die eerste DRIE terme van die ry neer. (5)

2.2 Bereken die 15<sup>de</sup> term van die ry. (3)

[8]

## VRAAG 3

Die som van die tweede en die derde term van 'n geometriese ry is 280, en die som van die vyfde en die sesde term is 4 375. Bepaal:

3.1 Die gemeenskaplike verhouding EN die eerste term (6)

3.2 Die som van die eerste 10 terme (2)

[8]

## VRAAG 4

Bepaal die waarde van  $k$  as:

$$\sum_{t=1}^{\infty} 4.k^{t-1} = 5 \quad [6]$$

## VRAAG 5

Gegee die reeks:  $2(5)^5 + 2(5)^4 + 2(5)^3 + \dots$

Toon aan dat die reeks konvergeer. [2]

## VRAAG 6

As 2;  $x$ ; 18; ... die eerste drie terme van 'n geometriese ry is, bepaal die waarde(s) van  $x$ . [4]

## VRAAG 7

Gegee  $T_n = 3^{n+1}$ . Watter term sal eerste 20 000 oorskry? [4]

## VRAAG 8

Die ry 3; 9; 17; 27; ... is 'n kwadratiese ry.

8.1 Skryf die volgende term van die ry neer. (1)

8.2 Bepaal 'n uitdrukking vir die  $n^{\text{de}}$  term van die ry. (4)

8.3 Wat is die waarde van die eerste term van die ry wat groter is as 269? (4)

[9]

TOTAAL: 60

## 2. ONDERSOEK 1: FUNKSIES EN INVERSE

TOTAAL: 50

### INSTRUKSIES

1. Beantwoord al die vrae.
2. Toon alle berekeninge wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. Rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
5. Skryf netjies en leesbaar.

### DEEL 1: WATTER VERHOUDINGS MAAK FUNKSIES UIT?

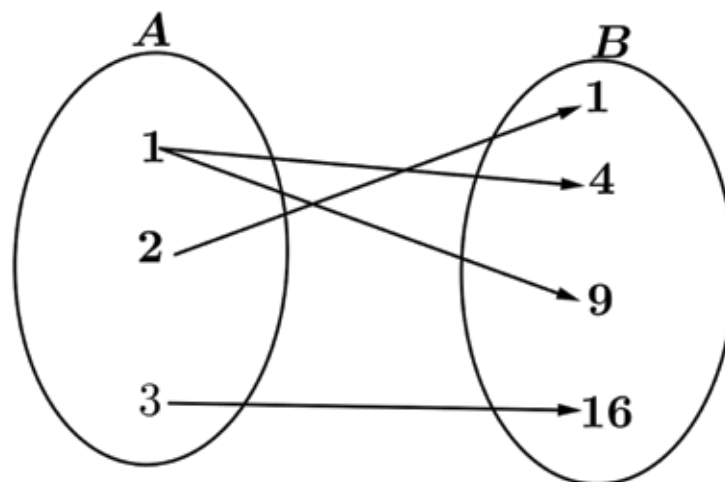
Een-tot-een-verhouding: 'n Verhouding is een-tot-een indien daar vir elke insetwaarde slegs een uitsetwaarde is.

Baie-tot-een-verhouding: 'n Verhouding is baie-tot-een indien daar vir meer as een insetwaarde slegs een uitsetwaarde is.

Een-tot-baie-verhouding: 'n Verhouding is een-tot-baie indien daar vir een insetwaarde meer as een uitsetwaarde is.

1.1 Bepaal die tipe verhouding in elke geval en verstrek 'n rede.

1.1.1



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

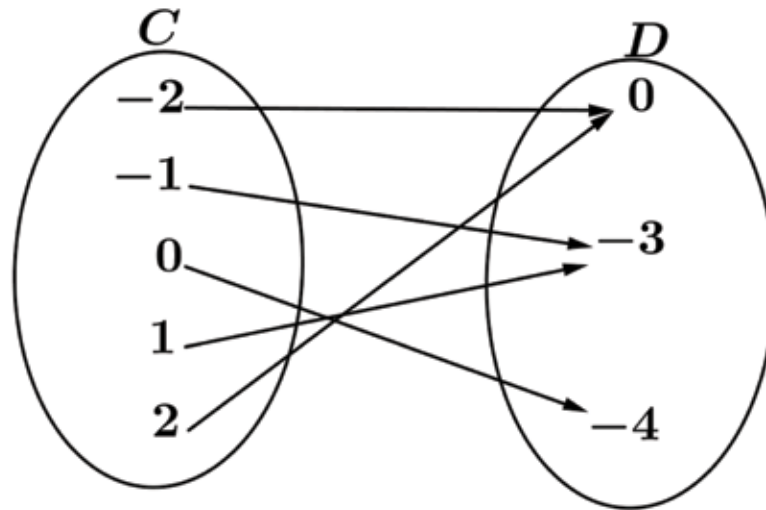
(1)

1.1.2  $\{(1 ; 3), (2 ; 5), (6 ; 13), (7 ; 15)\}$

\_\_\_\_\_

(1)






---



---

(1)

'n Funksie is 'n stel geordende getalpare waar geen twee geordende pare dieselfde x-koördinaat het nie, of, anders gestel: 'n funksie is 'n stel geordende pare waar daar vir elke waarde van  $x$  een en slegs een waarde van  $y$  is. Vir dieselfde waarde van  $y$  kan daar egter verskillende waardes van  $x$  wees.

1.2 Watter verhoudings (in VRAAG 1.1.1 tot 1.1.3) is funksies? Waarom?

(a) \_\_\_\_\_

(2)

(b) \_\_\_\_\_

(1)

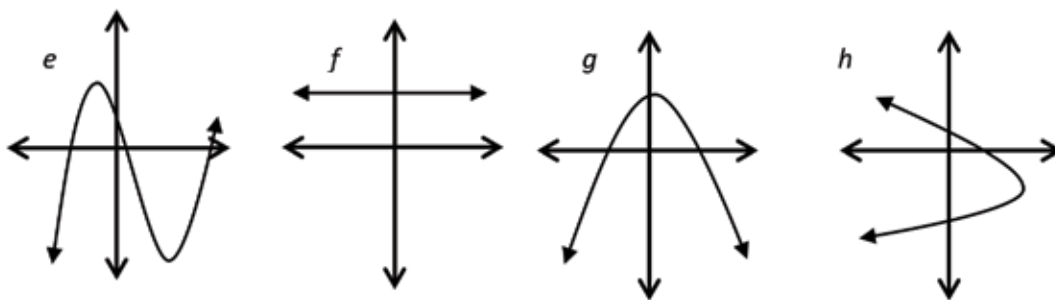
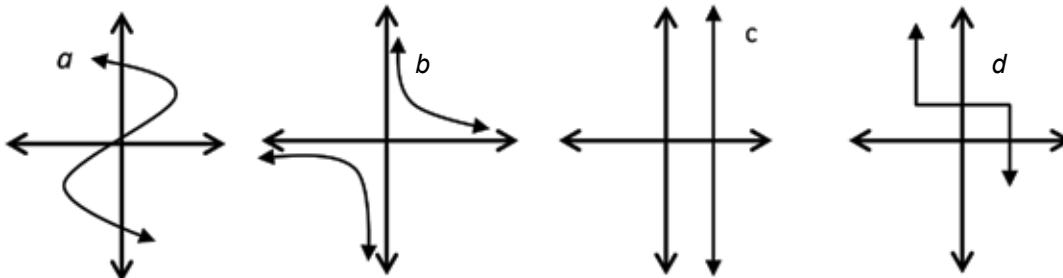
(c) \_\_\_\_\_

(1)

Die vertikale lyn toets word gebruik om te bepaal of 'n gegewe grafiek 'n funksie is of nie.

Om te bepaal of 'n grafiek 'n funksie is, moet jy die vertikale lyn toets doen. Indien enige vertikale lyn die grafiek van  $f$  slegs een keer sny, is  $f$  'n funksie; en indien enige vertikale lyn die grafiek van  $f$  meer as een keer sny, is  $f$  nie 'n funksie nie.

1.3 Bepaal of die volgende grafieke funksies is of nie. Gee 'n rede vir jou antwoord.



- (a) \_\_\_\_\_ (1)
- (b) \_\_\_\_\_ (1)
- (c) \_\_\_\_\_ (1)
- (d) \_\_\_\_\_ (1)
- (e) \_\_\_\_\_ (1)
- (f) \_\_\_\_\_ (1)
- (g) \_\_\_\_\_ (1)
- (h) \_\_\_\_\_ (1)

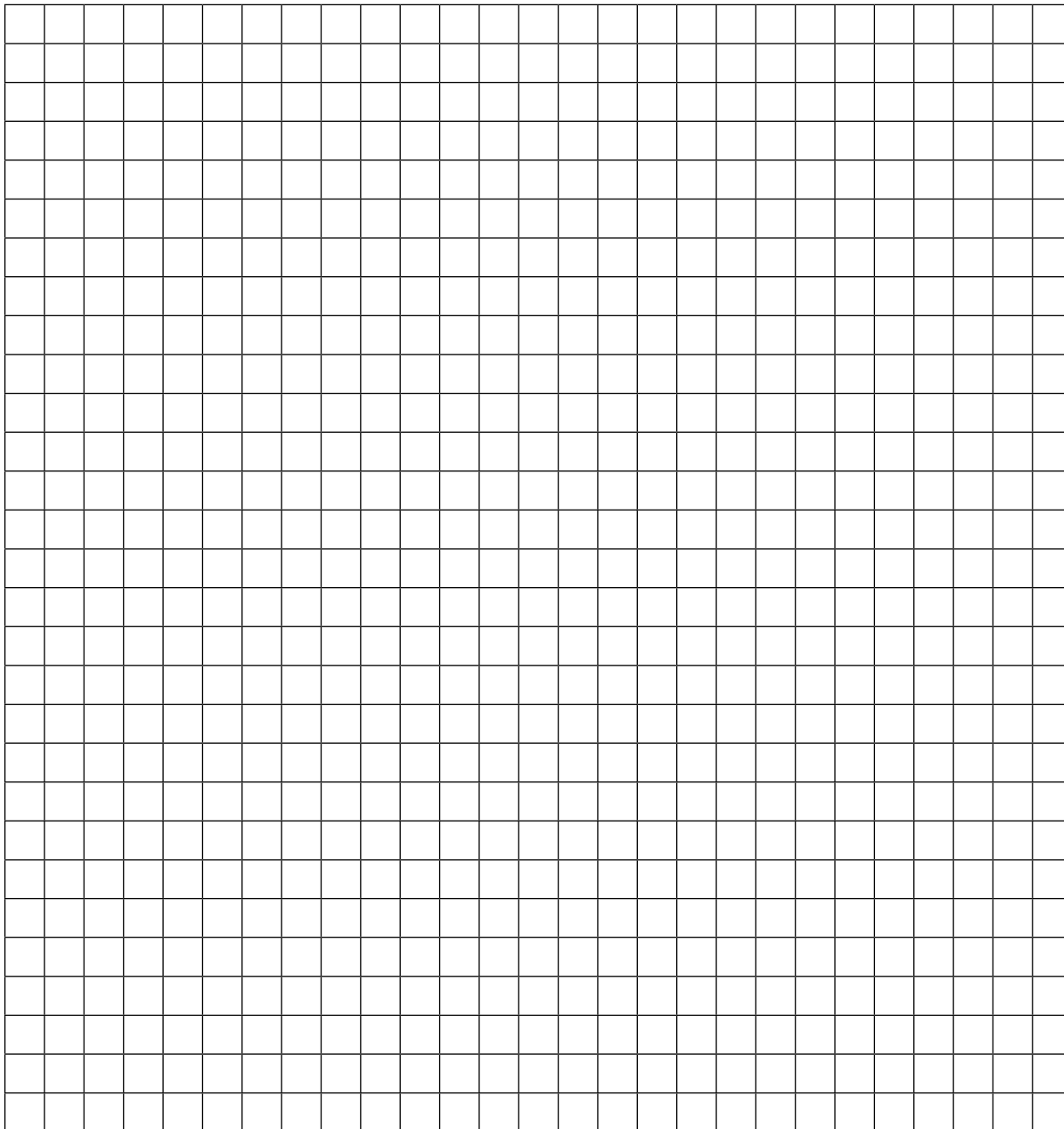
**DEEL 2: DIE INVERS VAN 'N EKSPONENSIALE FUNKSIE**

2.1 Beskou die vergelyking  $g(x) = 2^x$ . Voltooi nou die volgende tabel:

$x$	-3	-2	-1	0	1	2
$y$						

(1)

2.2 Skets die grafiek van  $g$ .



2.3 Skets die grafiek van  $f(x) = x$  as 'n stippellyn op dieselfde assestelsel as  $g$ . (1)

2.4 Voltooi die tabel hieronder vir  $h$ , indien  $h$  gelyk is aan  $g$  wanneer die  $x$ - en  $y$ -waardes omgeruil word.

$x$						
$y$						

Skets  $h$  op dieselfde assestelsel as  $g$ . (4)

2.5 Skryf vervolgens die  $x$ -afsnit van elke grafiek neer.

$$y = 2^x$$

$$x = 2^y$$

2.5.1 \_\_\_\_\_

2.5.2 \_\_\_\_\_ (2)

2.6 Skryf die definisieversameling (gebied) en waardeversameling neer van:

2.6.1  $y = 2^x$

Definisieversameling: \_\_\_\_\_

Waardeversameling: \_\_\_\_\_ (2)

2.6.2  $x = 2^y$

Definisieversameling: \_\_\_\_\_

Waardeversameling : \_\_\_\_\_ (2)

2.6.3 Wat is die verhouding tussen die definisieversameling en die waardeversameling van die twee grafieke?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ (1)

2.6.4 Is beide grafieke funksies? Gee redes.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ (2)

2.6.5 Skryf die vergelyking van  $x = 2^y$  neer in die vorm  $y =$

\_\_\_\_\_ (1)

2.6.6 Merk jy enige simmetrielyn in jou skets op? Wat is die vergelyking van hierdie lyn?

\_\_\_\_\_ (1)

2.6.7 In wiskunde noem ons  $h$  die invers van  $g$ . Maak 'n veronderstelling omtrent die grafiek en sy invers.

\_\_\_\_\_ (3)

**DEEL 3: WANNEER IS DIE INVERS VAN 'N KWADRATIESE FUNKSIE OOK 'N FUNKSIE?**

3.1 Gegee: , vir

3.1.1 Skryf die vergelyking neer van die invers van  $f$ .

\_\_\_\_\_ (1)

3.1.2 Skryf die draaipunte neer van beide  $f$  en sy invers.

\_\_\_\_\_ (2)

3.1.3 Skets die grafieke van  $f$  en sy invers op dieselfde assestelsel.

(2)

3.1.4 Besluit of die invers van  $f$  'n funksie is of nie, en gee 'n rede vir jou antwoord.

\_\_\_\_\_ (2)

3.1.5 Verduidelik hoe jy die definisieversameling van  $f$  sodanig sal beperk dat sy invers 'n funksie sal wees.

\_\_\_\_\_ (2)

3.1.6 Skryf vervolgens die ooreenstemmende waardeversameling neer van die invers van  $f$  indien:

(a) \_\_\_\_\_ (1)

(b) \_\_\_\_\_ (1)

3.1.7 Op afsonderlike assestelsels, skets die grafieke van die invers van  $f$  met beperkte definisieversamelings soos in VRAAG 3.1.6. Dui die definisieversameling en waardeversameling van elk aan.

(2)

3.1.8 Is die twee grafieke in VRAAG 3.1.7 funksies? Gee 'n rede of redes vir jou antwoord.

\_\_\_\_\_ (2)

**TOTAAL: 50**

### 3. ONDERSOEK 2: TOEPASSING VAN DIFFERENSIAALREKENE TOTAAL: 50

#### INSTRUKSIES

1. Beantwoord al die vrae.
2. Toon alle berekeninge wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. Rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
5. Skryf netjies en leesbaar.

**DOEL:** Om ondersoek in te stel aangaande die infleksiepunt van 'n kubiese grafiek en sy verhouding met die grafiek van die eerste en tweede afgeleide.

#### GEVAL 1

Gegee:  $f(x) = x^3 - 7x^2 + 36$

- 1.1 Skets die grafiek van  $f$  netjies op grafiekpapier. Dui alle afsnitte en die koördinate van draaipunte duidelik aan. (8)
- 1.2 Bepaal die eerste afgeleide van  $f$  en noem dit  $g$ . (1)
- 1.3 Skets die grafiek van  $g$  op dieselfde assestelsel as  $f$ . Dui alle afsnitte en die draaipunt duidelik aan. (3)
- 1.4 Bepaal die tweede afgeleide van  $f$  en noem dit  $h$ . Skets dan die grafiek van  $h$  op dieselfde assestelsel as  $f$  en  $g$ . Toon al die afsnitte van die grafiek met die asse duidelik aan. (3)
- 1.5 Wat merk jy op aangaande die  $x$ -afsnitte van die kwadratiese funksie en die  $x$ -koördinate van die draaipunte van die kubiese funksie? (1)
- 1.6 Die infleksiepunt kan bepaal word deur  $f''(x) = 0$  op te los. Dit kan ook bepaal word deur die middelpunt van die draaipunte van die kubiese grafiek te bereken. Bepaal vervolgens die infleksiepunt van  $f$ . (3)
- 1.7 Wat merk jy op aangaande die simmetrie-as van  $g$ , die  $x$ -afsnit van  $h$  en die  $x$ -koördinate van die infleksiepunt van  $f$ ? (1)

[20]

## GEVAL 2

Gegee  $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 4x + 8$

- 2.1 Skets die grafiek van  $f$  netjies op grafiekpapier. Toon al die afsnitte en koördinate van die draaipunte duidelik aan. (7)
- 2.2 Bepaal die eerste afgeleide van  $f$ , en noem dit  $g$ . (1)
- 2.3 Skets die grafiek van  $g$  op dieselfde assestelsel as  $f$ . Toon al die afsnitte en die draaipunt duidelik aan. (4)
- 2.4 Bepaal die tweede afgeleide van  $f$  en noem dit  $h$ . Skets dan die grafiek van  $h$  op dieselfde assestelsel as  $f$  en  $g$ . Toon al die afsnitte van die grafiek met die asse duidelik aan. (3)
- 2.5 Wat merk jy op aangaande die  $x$ -afsnitte van die kwadratiese funksie en die  $x$ -koördinate van die draaipunte van die kubiese funksie? (1)
- 2.6 Die infleksiepunt kan bepaal word deur  $f''(x) = 0$  op te los. Dit kan ook bepaal word deur die middelpunt van die draaipunte van die kubiese grafiek te bereken. Bepaal vervolgens die infleksiepunt van  $f$ . (3)
- 2.7 Wat merk jy op aangaande die simmetrie-as van  $g$ , die  $x$ -afsnit van  $h$  en die  $x$ -koördinate van die infleksiepunt van  $f$ ? (1)

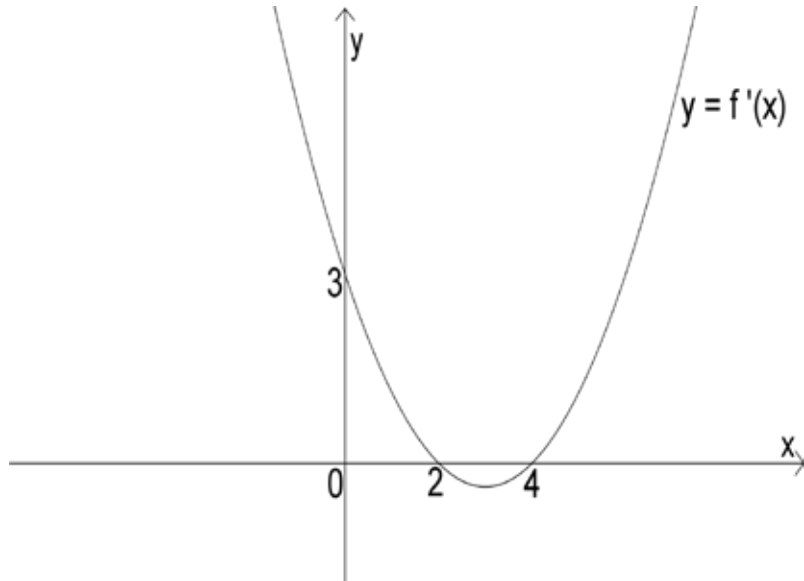
[20]

## 3. GEVOLGTREKKING

Op grond van die twee gevalle, watter gevolgtrekking kan jy maak omtrent die infleksiepunt van 'n kubiese funksie in verhouding met die grafieke van die eerste en tweede afgeleides? [2]

#### 4. TOEPASSING

Die parabool hieronder is die grafiek van die afgeleide van 'n funksie  $f$ .



4.1 Vir watter waarde(s) van  $x$  sal  $f$ :

4.1.1 Toeneem (2)

4.1.2 Afneem (2)

4.2 Gee die absisse van die draaipunt(e) van  $y = f(x)$ . (2)

4.3 Klassifiseer die stasionêre punt(e). (2)

[8]

**TOTAAL: 50**



## 4. PROJEK: 'N PRAKTIESE TOEPASSING VAN DIFFERENSIAALREKENE

TOTAAL: 50

### INSTRUKSIES

1. Beantwoord al die vrae.
2. Toon alle berekeninge wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. Rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
5. Skryf netjies en leesbaar.
6. Skets die houers volgens die gegewe spesifikasies.
7. Wiskundige metodes en formules moet gebruik word om die houers te beplan en te skets.
8. Alle berekeninge en die beplanning van die sylengtes en oppervlakte moet netjies en duidelik in geskrewe dele en sketse aangebied word.

### HOUERS

- A: 'n Houer met 'n reghoekige basis
- B: 'n Houer met 'n sirkelvormige basis
- C: 'n Houer met 'n driehoekige basis

### SPEKIFIKASIES

- Elke houer moet presies een liter vloeistof kan bevat.
- Elke houer moet 'n minimum oppervlakte hê.
- Die oppervlakte van elke houer moet die deksel insluit.
- Die lengte van die reghoekige basis moet twee maal die breedte wees.
- Die driehoekige houer moet 'n gelyksydige basis hê.

## VERDERE VERGELYKING

Afgesien van jou gevolgtrekking op grond van die drie opsies, watter ander vorm sou jy gebruik vir 'n koeldrinkhouer in die vervaardiging van koelrankblikkies? Gee 'n rede vir jou antwoord.

**WENK:** Die betrokke vorm kan die mees ekonomiese een wees om te vervaardig maar nie die mees praktiese keuse nie.

### RUBRIEK

KRITERIA	MAKSIMUM PUNT	PUNTE TOEGEKEN		
		A	B	C
Korrekte wiskundige formules	3 x 3			
Korrekte berekeninge:				
Afmetings van basisse	4 x 3			
Hoogte van die houers	2 x 3			
Logiese redenering en aanbieding	3 x 3			
Tydige inlewering	2			
Gevolgtrekking oor die minste materiaal gebruik	1 x 3			
Laaste verdere vergelyking	1 x 3			
Sketse	2 x 3			
<b>TOTAAL</b>	<b>50</b>			



