basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V1

NOVEMBER 2023

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 'n 2 bladsy-inligtingsblad en 2 antwoordblaaie.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit NEGE vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Beantwoord VRAAG 4.3 en 7.5 op die ANTWOORDBLAAIE wat verskaf is. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer in die ruimtes wat op die ANTWOORDBLAAIE verskaf is en lewer die ANTWOORDBLAAIE saam met jou ANTWOORDEBOEK in.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
5. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
6. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
9. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
10. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $(7-3x)(-8-x)=0$ (2)

1.1.2 $3x^2-4x=\frac{1}{3}$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $-x^2+16>0$ (3)

1.2 Los op vir x en y indien:

$x-y=1$ en $x+2xy+y^2=9$ (6)

1.3 Die diagram hieronder toon 'n RCL-stroombaan wat vir spanningsverhoging gebruik word. Die formule vir die berekening van die resonante frekwensie (f_r) van 'n RCL-stroombaan word hieronder gegee.

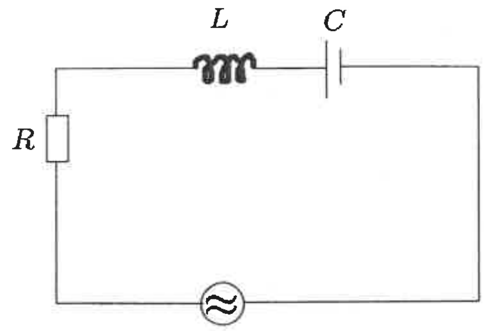


Diagram van RCL-stroombaan

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Waar:

f_r = resonante frekwensie in Hz (hertz)
L = induktansie in H (henry)
C = kapasitansie in F (farad)

1.3.1 Maak L die onderwerp van die formule. (3)

1.3.2 Bereken vervolgens die numeriese waarde van L indien $C=0{,}65\times10^{-6}$ F en $f_r=1{,}59$ Hz (2)

1.4 Druk 24 uit as 'n binêre getal. (1)

1.5 Evalueer $144\div110_2$ en laat jou antwoord as 'n desimale getal. (2)

[23]

VRAAG 2

2.1 Gegee die vergelyking: $x^2 - 4x + q = 0$

2.1.1 Bepaal die numeriese waarde van die diskriminant indien $q = 4$ (2)

2.1.2 Beskryf vervolgens die aard van die wortels van die vergelyking. (1)

2.2 Bepaal die numeriese waarde(s) van p waarvoor die vergelyking $x^2 - 4x + p = 0$ nie-reële wortels sal hê. (3)

[6]

VRAAG 3

3.1 Vereenvoudig die volgende **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**:

3.1.1 $\log_a a^{\frac{1}{2}}$ (1)

3.1.2 $\sqrt{5x}\left(\sqrt{45x} + 2\sqrt{80x}\right)$ (3)

3.1.3 $\left(\dfrac{4^{3n-2}}{2^{3n+2} \cdot 8^{n-3}}\right) \times 8$ (3)

3.2 Los op vir x: $\log(2x-5) + \log 2 = 1$ (4)

3.3 Gegee die komplekse getal: $z = 2+2i$

3.3.1 In watter kwadrant van die komplekse vlak lê z? (1)

3.3.2 Bepaal die waarde van die modulus van z. (2)

3.3.3 Druk vervolgens z in polêre vorm uit (gee die hoek in grade). (3)

3.4 Los op vir x en y indien $x - 3yi = 6 + 9i$ (2)

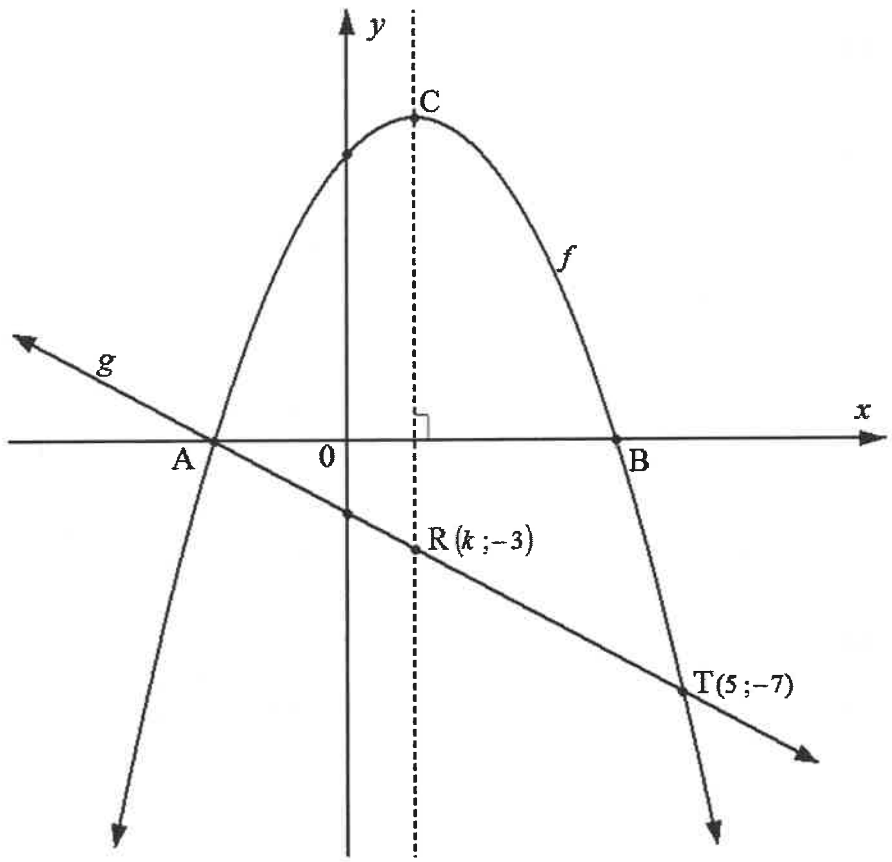
[19]

VRAAG 4

4.1 Geskets hieronder is die grafieke van funksies f en g gedefinieer deur:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ en $g(x) = -x - 2$

- A is die x-afsnit van beide f en g.
- B is die ander x-afsnit van f.
- A en $T(5\,;-7)$ is die snypunte van f en g.
- C is die draaipunt van f.
- $R(k\,;-3)$ is 'n punt op reguitlyn g.
- CR is loodreg op die x-as.



4.1.1 Bepaal die x-koördinaat van A. (2)

4.1.2 Toon dat $k = 1$ (1)

4.1.3 Skryf vervolgens die x-koördinaat van B neer. (1)

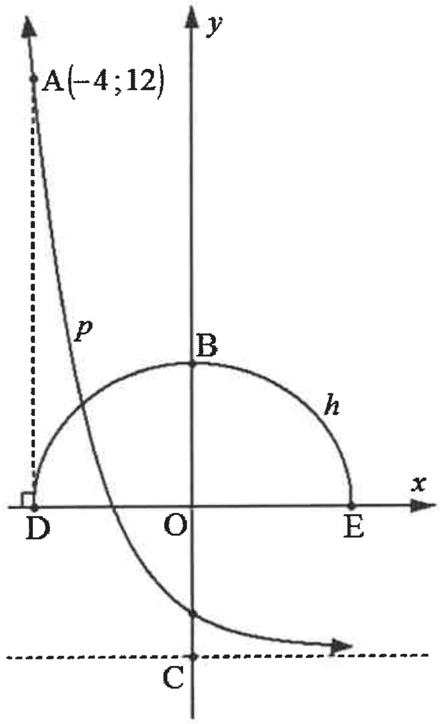
4.1.4 Toon dat $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ (4)

4.1.5 Bepaal die waardeversameling (terrein) van f. (3)

4.1.6 Skryf die waarde(s) van x neer waarvoor $f(x) \geq g(x)$ (2)

4.2 Die grafieke hieronder verteenwoordig funksies p gedefinieer deur $p(x) = a^x - 4$ en halfsirkel h gedefinieer deur $h(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$

- O is die oorsprong.
- B is die y-afsnit van h.
- Funksie p het 'n horisontale asimptoot wat deur C gaan.
- D en E is die x-afsnitte van h.
- $A(-4\,;12)$ is 'n punt op p.
- AD is loodreg op die x-as.



4.2.1 Skryf neer:

(a) Die lengte van OD (1)

(b) Die definiërende vergelyking van funksie h (2)

4.2.2 Bepaal die numeriese waarde van a. (3)

4.2.3 Bepaal die y-afsnit van p. (2)

4.2.4 'n Nuwe grafiek gedefinieer deur $f(x) = p(x) + t$ word gegee.

Bepaal die vergelyking van die asimptoot van f indien $(0\,;0)$ die y-afsnit van f is. (2)

4.3 Gegee: $g(x) = \dfrac{k}{x} + q$ waar $q > 0$ en $g(6) = 0$

Skets die grafiek van funksie g op die ANTWOORDBLAD wat verskaf is. Toon duidelik die afsnitte met die asse en die asimptote. (3)

[26]

VRAAG 5

5.1 Die nominale rentekoers wat gehef word, is 8% per jaar, maandeliks saamgestel.

Bereken die jaarlikse effektiewe rentekoers wat gehef word. (3)

5.2 R25 000 word teen 'n rentekoers van $9{,}6\%$ per jaar belê, kwartaalliks saamgestel.

Bepaal die waarde van die belegging aan die einde van 7 jaar. (4)

5.3 Die temperatuur van 'n baie warm metaalstaaf word bepaal deur 'n termometer te gebruik wat slegs temperature tot 200 °C kan meet. Die temperatuur van die gegewe metaalstaaf is meer as 200 °C by kamertemperatuur. Onder gekontroleerde omstandighede neem die temperatuur van die metaalstaaf af teen 'n tempo van $r\%$ per minuut deur die verminderdesaldo-metode te gebruik.

- Na ses minute het die metaalstaaf genoeg afgekoel en die temperatuur gemeet, is 80 °C.
- Twee minute later daal die temperatuur tot 50 °C.

5.3.1 Toon dat $r \approx 21$ (4)

5.3.2 Bereken vervolgens die aanvanklike temperatuur van die metaalstaaf. (3)
[14]

VRAAG 6

6.1 Gegee: $f(x) = x - 5$

Bepaal $f'(x)$ deur EERSTE BEGINSELS te gebruik. (5)

6.2 Bepaal:

6.2.1 $D_x\left[-3x^9 - 7x\right]$ (2)

6.2.2 $f'(x)$ indien $f(x) = \dfrac{3}{2x} + \sqrt[5]{x^{-2}}$ (4)

6.2.3 $\dfrac{dy}{dt}$ indien $y^3 t^2 = 64t^{11}$ (3)

6.3 Gegee: $h(x) = -2x^2 + x - 5$

6.3.1 Bereken $h(1)$. (1)

6.3.2 Bepaal vervolgens die gemiddelde gradiënt van h tussen die punte $(1\,;\,h(1))$ en $(-3\,;\,-26)$. (3)

6.4 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die kromme gedefinieer deur $f(x) = x^3 + 2$ by $x = 4$ (5)

[23]

VRAAG 7

Gegee funksie g gedefinieer deur $g(x) = -x^3 + 5x^2 + 8x - 12$

7.1 Skryf die y-afsnit van g neer. (1)

7.2 Bepaal $g(-2)$. (1)

7.3 Bepaal vervolgens die x-afsnitte van g. (4)

7.4 Bepaal die koördinate van die draaipunte van g. (5)

7.5 Skets die grafiek van g op die ANTWOORDBLAD wat verskaf is. Toon ALLE afsnitte met die asse asook die draaipunte duidelik aan. (4)

7.6 Gebruik jou grafiek en skryf die waardes van x neer waarvoor $g(x) < 0$ (3)

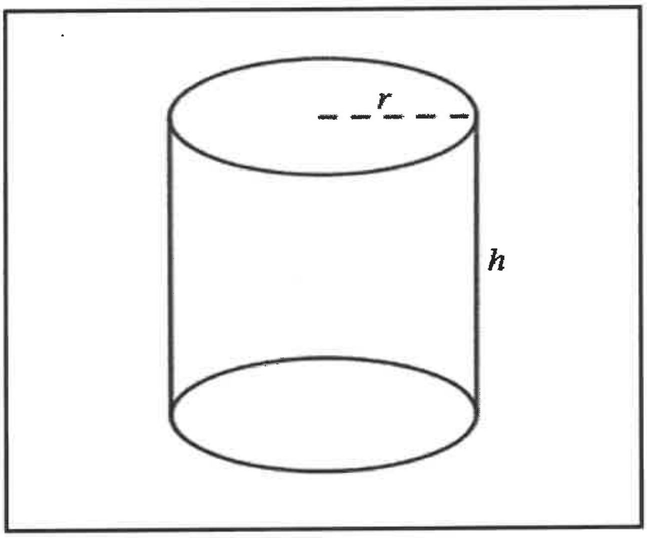
[18]

VRAAG 8

'n Maatskappy is gekontrakteer om regte silindervormige blikkies te vervaardig om sousbone te verpak.

Die volume van 'n blikkie is 350 mℓ.

Die diagram hieronder toon 'n blikkie met 'n radius van r cm en 'n hoogte van h cm.



Die volgende formules kan gebruik word:

Volume = (oppervlakte van die basis) × hoogte = $\pi r^2 h$

Totale buite-oppervlakte = 2× (oppervlakte van die basis) + (omtrek van die basis) × hoogte
$= 2\pi r^2 + 2\pi r h$

LET WEL: 1 mℓ = 1 cm^3

8.1 Toon dat die hoogte as $h = \dfrac{350}{\pi r^2}$ uitgedruk kan word. (1)

8.2 Toon vervolgens aan dat die totale buite-oppervlakte (A) uitgedruk kan word as:

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{700}{r}$$

(2)

8.3 Bepaal vervolgens die afmetings van die blikkie indien die totale buite-oppervlakte 'n minimum moet wees. (5)

[8]

VRAAG 9

9.1 Bepaal die volgende integrale:

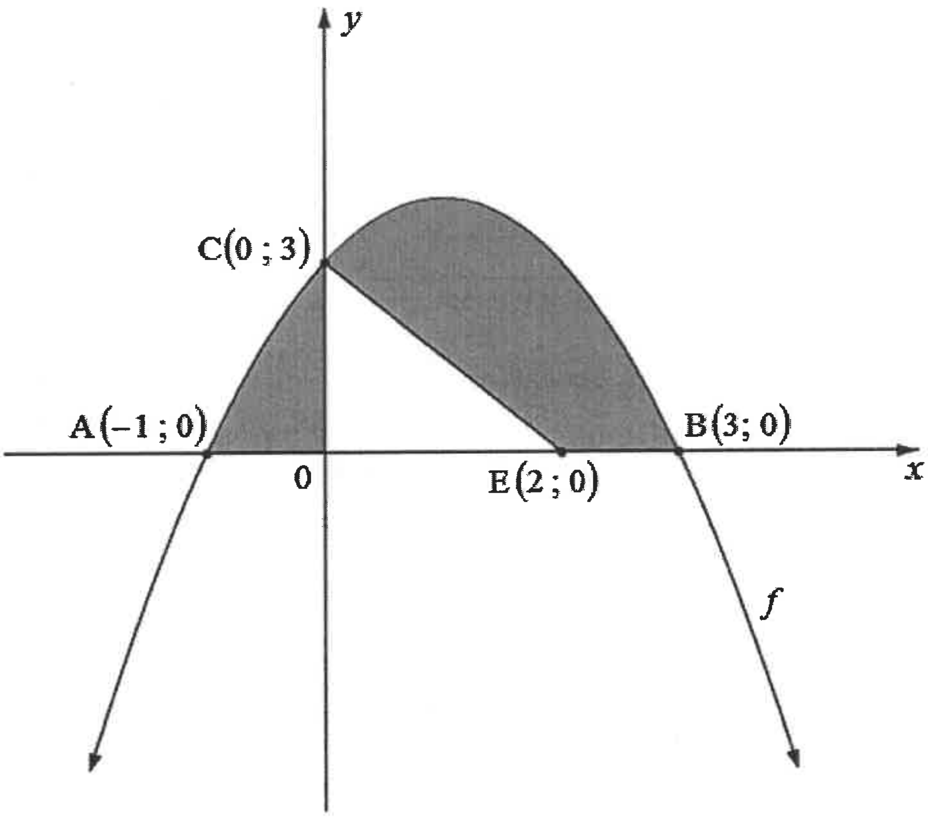
9.1.1 $\int -4 \ dt$ (2)

9.1.2 $\int x^5 \left(x^3 - 9x^{-6}\right) dx$ (3)

9.2 Die diagram hieronder toon funksie f gedefinieer deur $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

Die grafiek van f sny die x-as by $A(-1\,;0)$ en $B(3\,;0)$ en die y-as by punt $C(0\,;3)$.

$E(2\,;0)$ is 'n punt op die x-as.



Bepaal die totale gearseerde oppervlakte wat in die diagram hierbo verteenwoordig word.

Toon ALLE berekeninge duidelik aan. (8)
[13]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni) \qquad A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , \ n \neq -1 \qquad \int kx^n \, dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , \ n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \ x > 0 \qquad \int \frac{k}{x} dx = k \cdot \ln x + C, \ x > 0$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \ , \ a > 0 \qquad \int k a^{nx} \, dx = k \cdot \frac{a^{nx}}{n \ln a} + C \ , \ a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2} ; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \tan \theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Oppervlakte van Δ ABC $= \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \qquad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \qquad 1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$\pi \, rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Hoeksnelheid $= \omega = 360° n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi D n$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \omega r$ waar ω = hoeksnelheid en r = radius

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{rs}{2}$ waar r = radius, s = booglengte

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)$ waar a = wydte van gelyke dele, $m_1 = \dfrac{o_1 + o_2}{2}$

$o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

OF

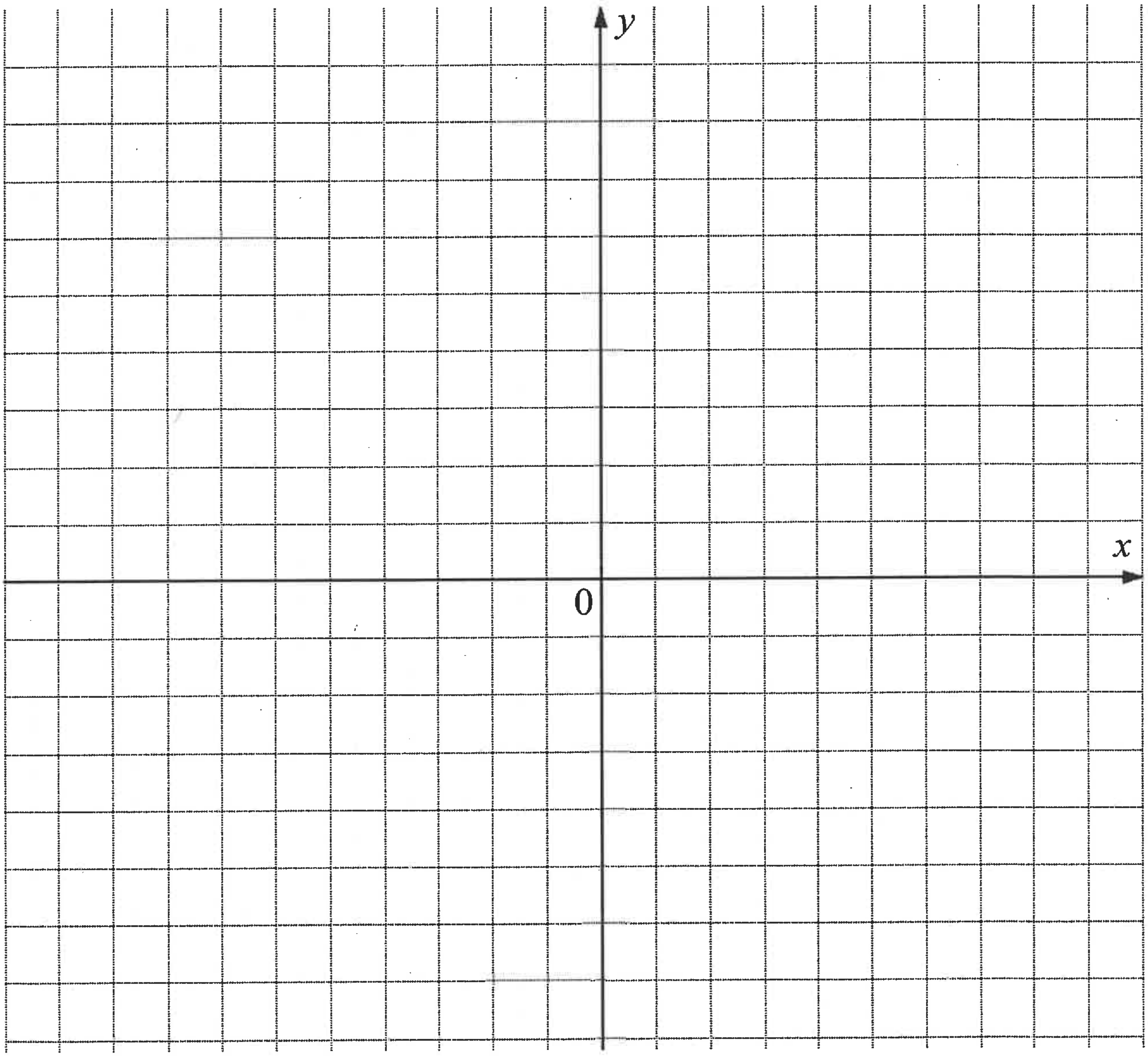
$A_T = a\left(\dfrac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + \ldots + o_{n-1}\right)$ waar a = wydte van gelyke dele, $o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

ANTWOORDBLAD

SENTRUMNOMMER							

EKSAMENNOMMER													

VRAAG 4.3



ANTWOORDBLAD

SENTRUMNOMMER							

EKSAMENNOMMER													

VRAAG 7.5