basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

FEBRUARIE/MAART 2018

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 27 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf is.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

'n Organisasie het besluit om bloedskenkklinieke by verskeie kolleges op te stel. Studente sou oor 'n tydperk van 10 dae bloed skenk. Die getal eenhede bloed wat per dag deur studente van kollege X geskenk is, word in die tabel hieronder getoon.

DAE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EENHEDE BLOED	45	59	65	73	79	82	91	99	101	106

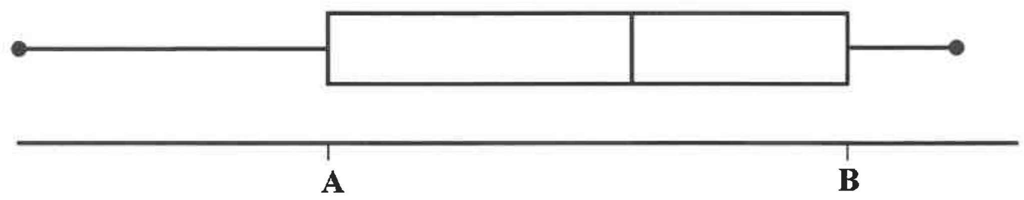
1.1 Bereken:

1.1.1 Die gemiddelde van die eenhede bloed wat per dag oor die tydperk van 10 dae geskenk is (2)

1.1.2 Die standaardafwyking van die data (2)

1.1.3 Hoeveel dae is die getal eenhede bloed wat by kollege X geskenk is, buite een standaardafwyking van die gemiddelde? (3)

1.2 Die aantal eenhede bloed wat deur die studente van kollege X geskenk is, word in die mond-en-snordiagram hieronder voorgestel.



1.2.1 Beskryf die skeefheid van die data. (1)

1.2.2 Skryf die waardes van **A** en **B**, die onderste kwartiel en die boonste kwartiel onderskeidelik, van die datastel neer. (2)

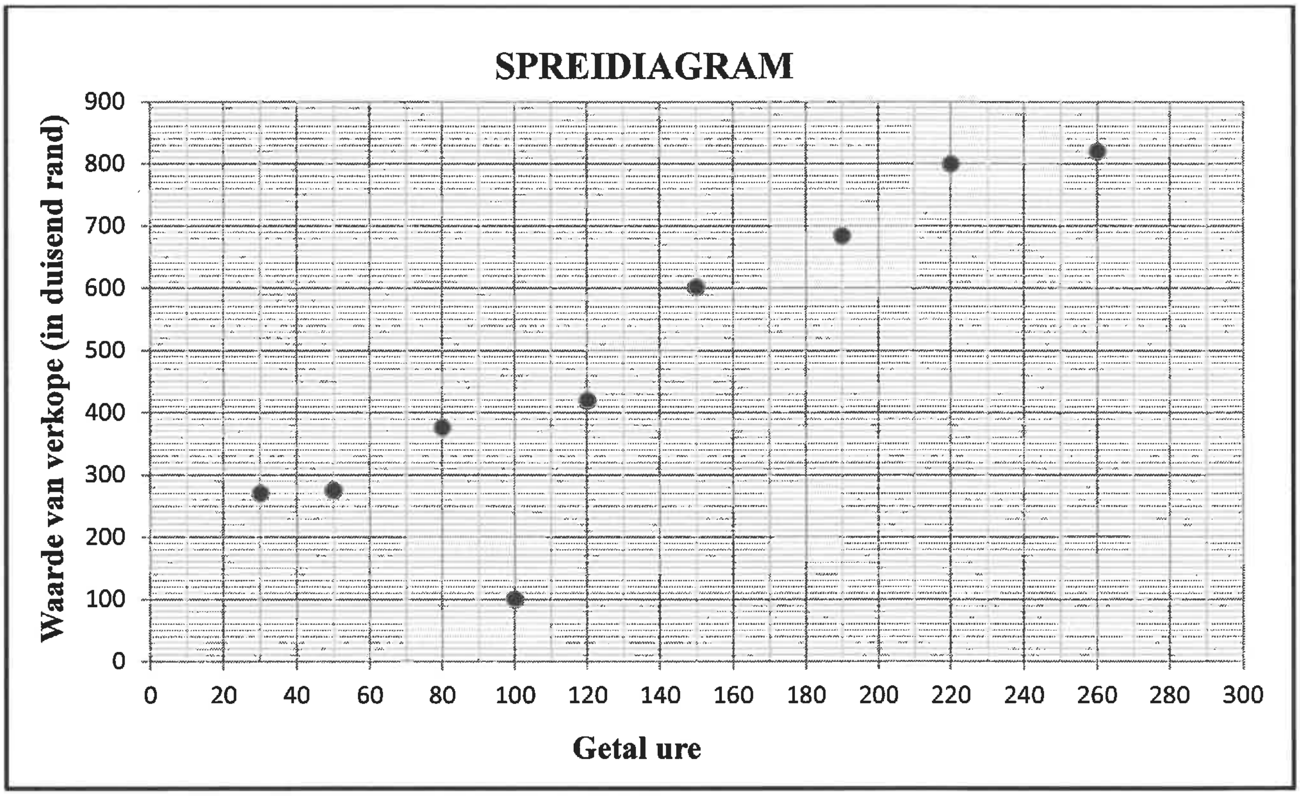
1.3 Daar is vasgestel dat die getal eenhede bloed wat elke dag deur kollege X geskenk is, verkeerd getel is. Die korrekte gemiddelde van die data is 95 eenhede bloed. Hoeveel eenhede bloed is NIE oor die 10 dae getel NIE? (1)

[11]

VRAAG 2

Die tabel hieronder toon die getal ure wat 'n verkoopsverteenwoordiger van 'n maatskappy saam met elkeen van sy nege kliënte in een jaar bestee het en die waarde van die verkope (in duisende rand) vir daardie kliënt.

GETAL URE	30	50	80	100	120	150	190	220	260
WAARDE VAN VERKOPE (IN DUISENDE RAND)	270	275	376	100	420	602	684	800	820



2.1 Identifiseer 'n uitskieter in die data hierbo. (1)

2.2 Bereken die vergelyking van die kleinste-kwadrate-regressielyn van die data. (3)

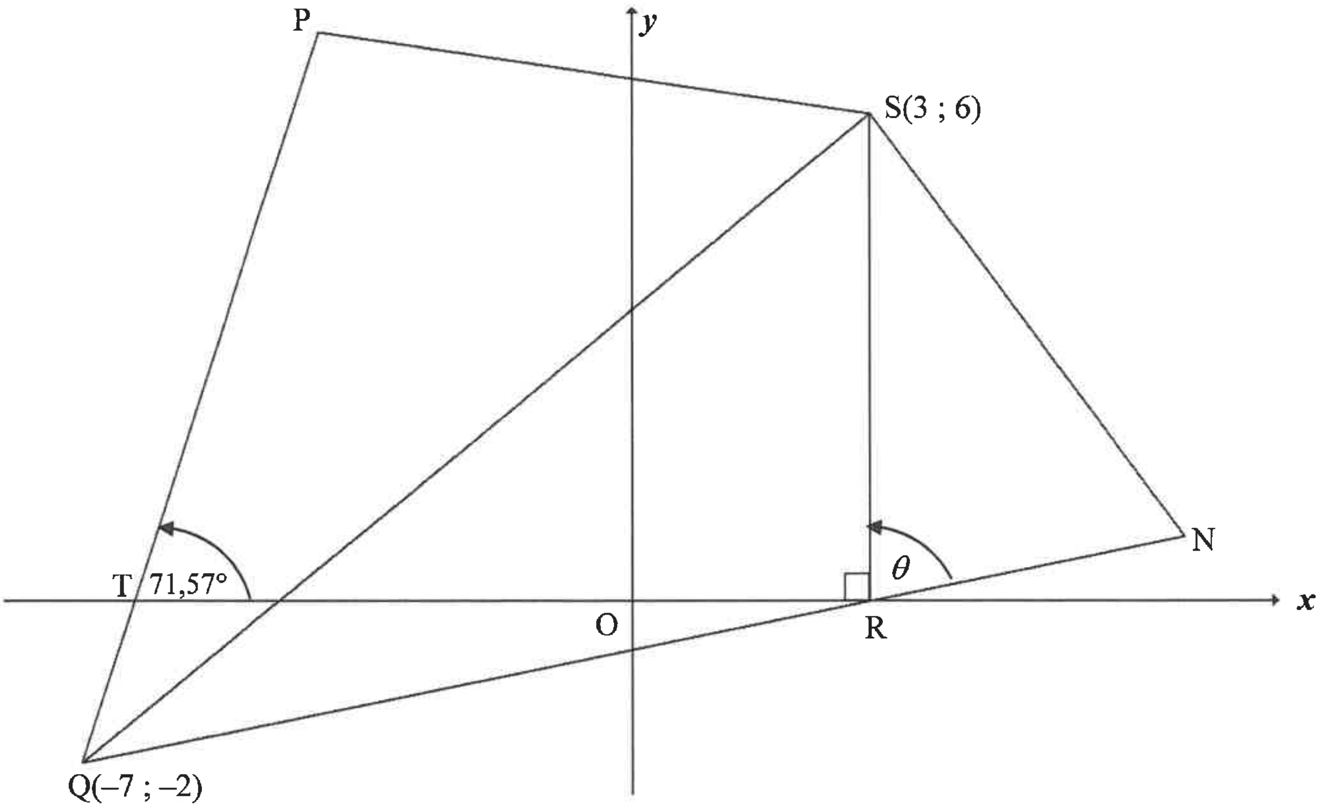
2.3 Die verkoopsverteenwoordiger het vergeet om die verkope van een van sy kliënte aan te teken. Voorspel die waarde van hierdie kliënt se verkope (in duisende rand) as hy gedurende die jaar 240 uur saam met hom bestee het. (2)

2.4 Wat is die verwagte toename in verkope vir ELKE ekstra uur wat met 'n kliënt bestee is? (2)

[8]

VRAAG 3

In die diagram is P, Q(–7 ; –2), R en S(3 ; 6) hoekpunte van 'n vierhoek. R is 'n punt op die x-as. QR word verleng na N sodat QR = 2RN. SN word getrek. $P\hat{T}O = 71{,}57°$ en $S\hat{R}N = \theta$.



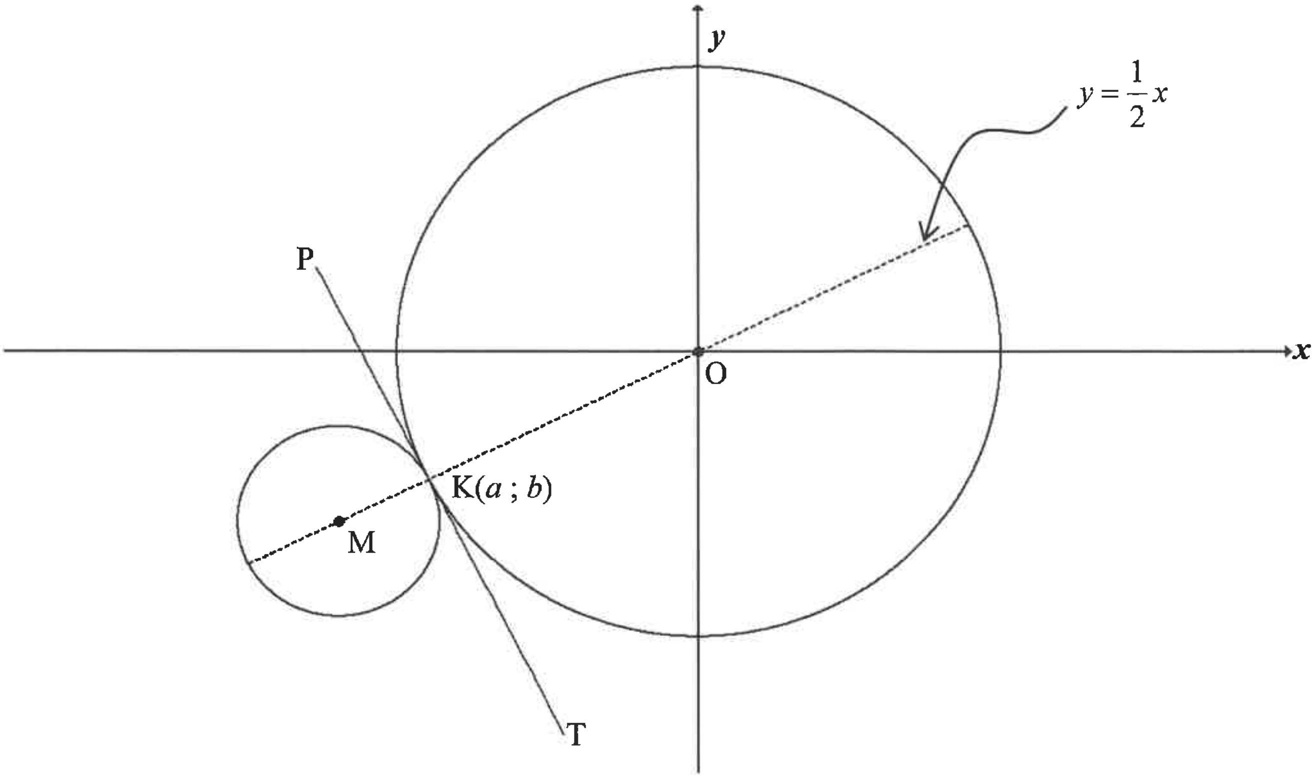
Bepaal:

3.1	Die vergelyking van SR	(1)
3.2	Die gradiënt van QP tot die naaste heelgetal	(2)
3.3	Die vergelyking van QP in die vorm $y = mx + c$	(2)
3.4	Die lengte van QR. Laat jou antwoord **in wortelvorm.**	(2)
3.5	$\tan(90° - \theta)$	(3)
3.6	Die oppervlakte van ΔRSN, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**	(6)

[16]

VRAAG 4

In die diagram is PKT 'n gemeenskaplike raaklyn aan beide sirkels by $K(a\,;\,b)$. Albei sirkels se middelpunte lê op die lyn $y = \frac{1}{2}x$. Die vergelyking van die sirkel met middelpunt O is $x^2 + y^2 = 180$. Die sirkel se radius is drie keer die radius van die sirkel met middelpunt M.



4.1 Skryf die lengte van OK **in wortelvorm** neer. (1)

4.2 Toon dat K die punt $(-12\,;\,-6)$ is. (4)

4.3 Bepaal:

4.3.1 Die vergelyking van die gemeenskaplike raaklyn, PKT, in die vorm $y = mx + c$ (3)

4.3.2 Die koördinate van M (6)

4.3.3 Die vergelyking van die kleiner sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (2)

4.4 Vir watter waarde(s) van r sal 'n ander sirkel, met vergelyking $x^2 + y^2 = r^2$, die sirkel met middelpunt M by twee afsonderlike punte sny? (3)

4.5 'n Ander sirkel, $x^2 + y^2 + 32x + 16y + 240 = 0$, word getrek. Bewys deur middel van berekening dat hierdie sirkel NIE die sirkel met middelpunt $M(-16\,;\,-8)$ sny NIE. (5)

[24]

VRAAG 5

5.1 As $\cos 2\theta = -\frac{5}{6}$, waar $2\theta \in [180°;270°]$, bereken, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waardes in eenvoudigste vorm van:

5.1.1 $\sin 2\theta$ (4)

5.1.2 $\sin^2 \theta$ (3)

5.2 Vereenvoudig $\sin(180° - x).\cos(-x) + \cos(90° + x).\cos(x - 180°)$ tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (6)

5.3 Bepaal die waarde van $\sin 3x.\cos y + \cos 3x.\sin y$ as $3x + y = 270°$. (2)

5.4 Gegee: $2\cos x = 3\tan x$

5.4.1 Toon dat die vergelyking as $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$ herskryf kan word. (3)

5.4.2 Bepaal die algemene oplossing van x as $2\cos x = 3\tan x$. (5)

5.4.3 Bepaal vervolgens twee waardes van y, $144° \leq y \leq 216°$, wat oplossings van $2\cos 5y = 3\tan 5y$ is. (4)

5.5 Beskou: $g(x) = -4\cos(x + 30°)$

5.5.1 Skryf die maksimum waarde van $g(x)$ neer. (1)

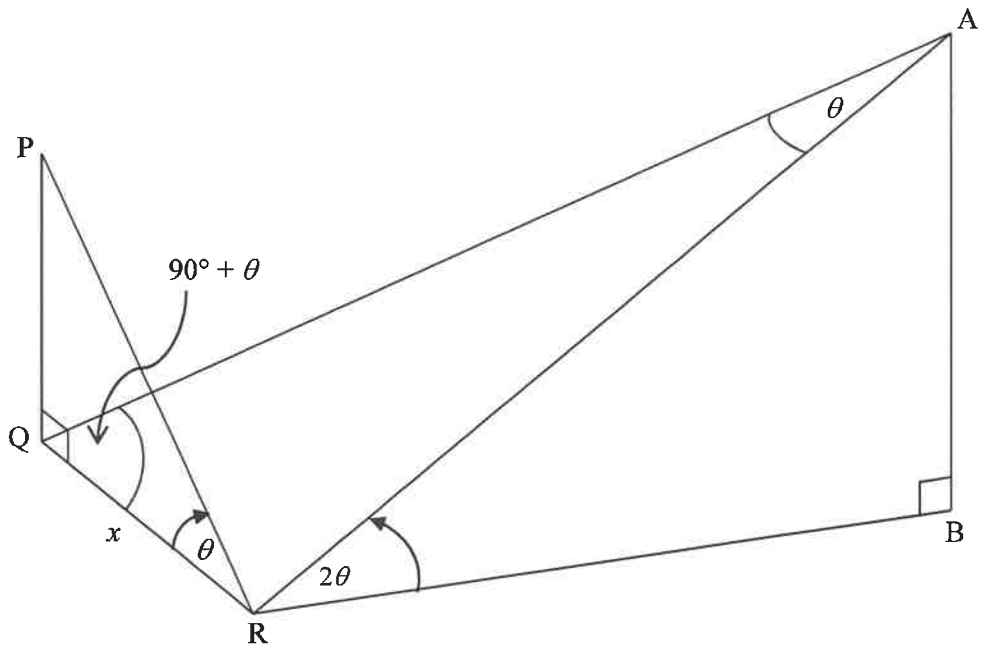
5.5.2 Bepaal die waardeversameling van $g(x) + 1$. (2)

5.5.3 Die grafiek van g word $60°$ na links geskuif en dan om die x-as gereflekteer om 'n nuwe grafiek h te vorm. Bepaal die vergelyking van h in sy eenvoudigste vorm. (3)

[33]

VRAAG 6

PQ en AB is twee vertikale torings.
Vanaf 'n punt R in dieselfde horisontale vlak as Q en B is die hoogtehoeke na P en A onderskeidelik θ en 2θ.
$A\hat{Q}R = 90° + \theta$, $Q\hat{A}R = \theta$ en $QR = x$.



6.1 Bepaal in terme van x en θ:

6.1.1 QP (2)

6.1.2 AR (2)

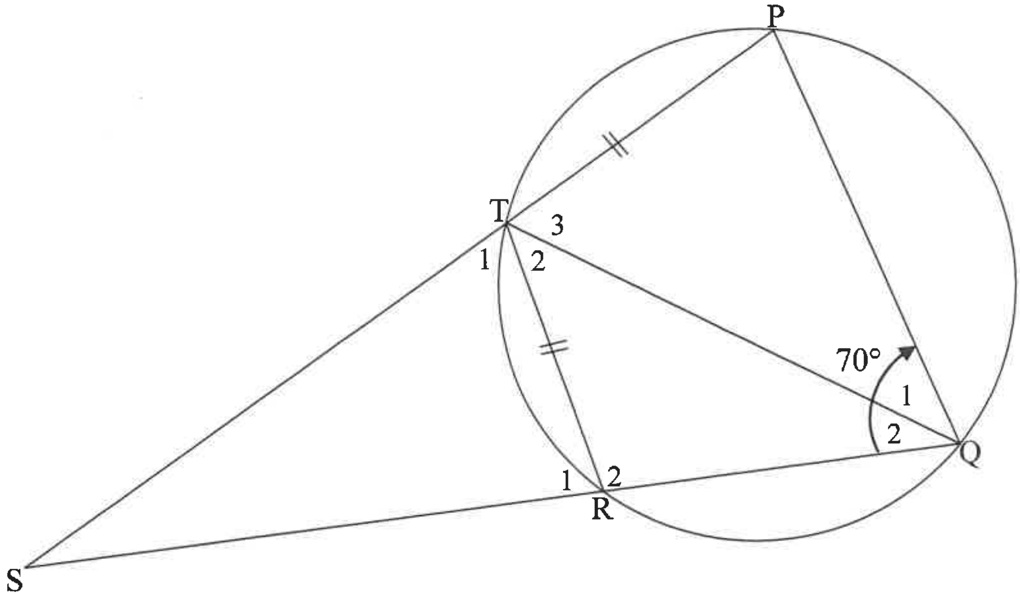
6.2 Toon dat $AB = 2x\cos^2\theta$. (4)

6.3 Bepaal $\frac{AB}{QP}$ as $\theta = 12°$. (2)

[10]

VRAAG 7

In die diagram is PQRT 'n koordevierhoek in 'n sirkel met PT = TR. PT en QR word verleng om in S te ontmoet. TQ word verbind $S\hat{Q}P = 70°$



7.1 Bereken, met redes, die grootte van:

7.1.1 $\hat{T}_1$ (2)

7.1.2 $\hat{Q}_1$ (2)

7.2 As verder gegee word dat PQ || TR:

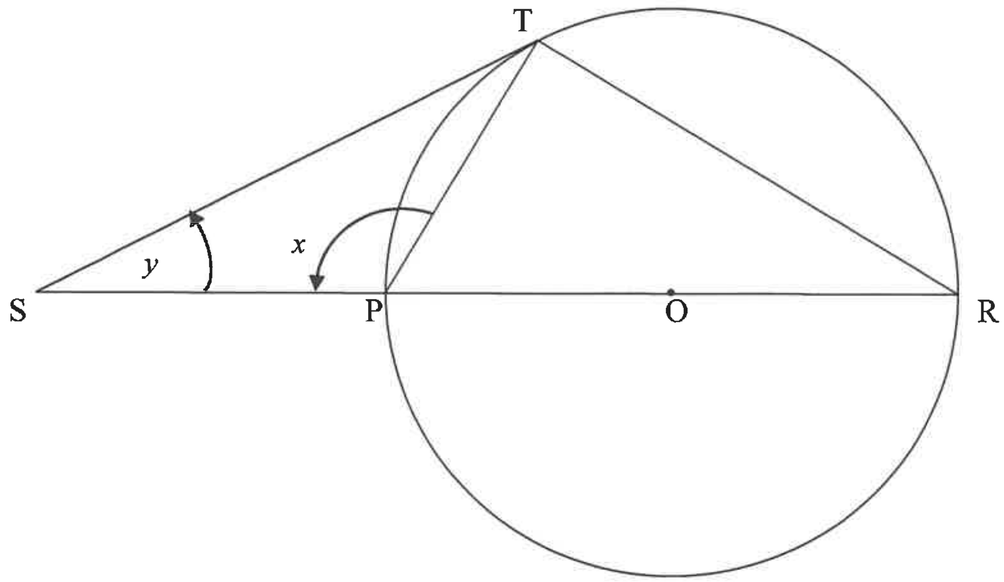
7.2.1 Bereken, met redes, die grootte van $\hat{T}_2$ (2)

7.2.2 Bewys dat $\frac{TR}{TS} = \frac{RQ}{RS}$ (2)

[8]

VRAAG 8

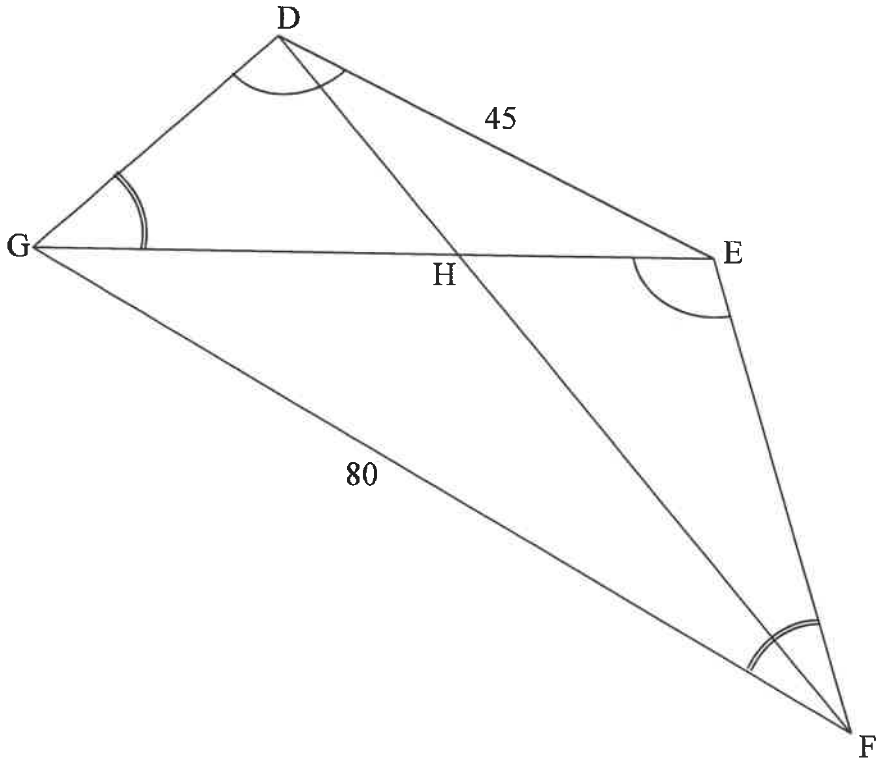
In die diagram is PR 'n middellyn van die sirkel met middelpunt O. ST is 'n raaklyn aan die sirkel by T en ontmoet RP verleng in S. $S\hat{P}T = x$ en $\hat{S} = y$.



Bepaal, met redes, y in terme van x. **[6]**

VRAAG 9

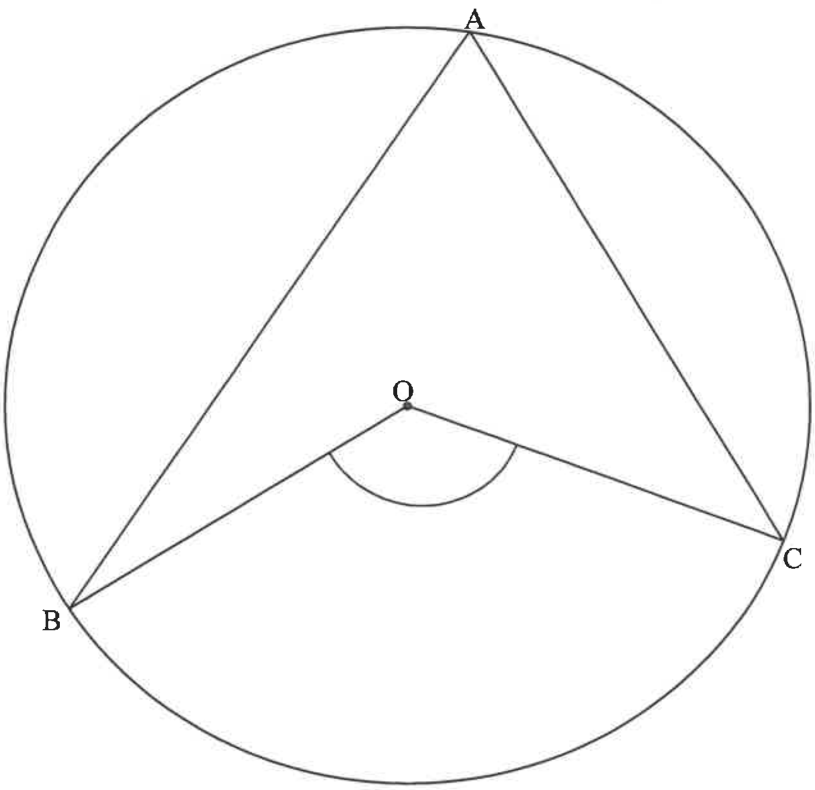
In die diagram is DEFG 'n vierhoek met DE = 45 en GF = 80. Die hoeklyne GE en DF ontmoet in H. $G\hat{D}E = F\hat{E}G$ en $D\hat{G}E = E\hat{F}G$.



9.1	Gee 'n rede waarom $\Delta DEG \mid\mid\mid \Delta EGF$.	(1)
9.2	Bereken die lengte van GE.	(3)
9.3	Bewys dat $\Delta DEH \mid\mid\mid \Delta FGH$.	(3)
9.4	Bereken vervolgens die lengte van GH.	(3)
		[10]

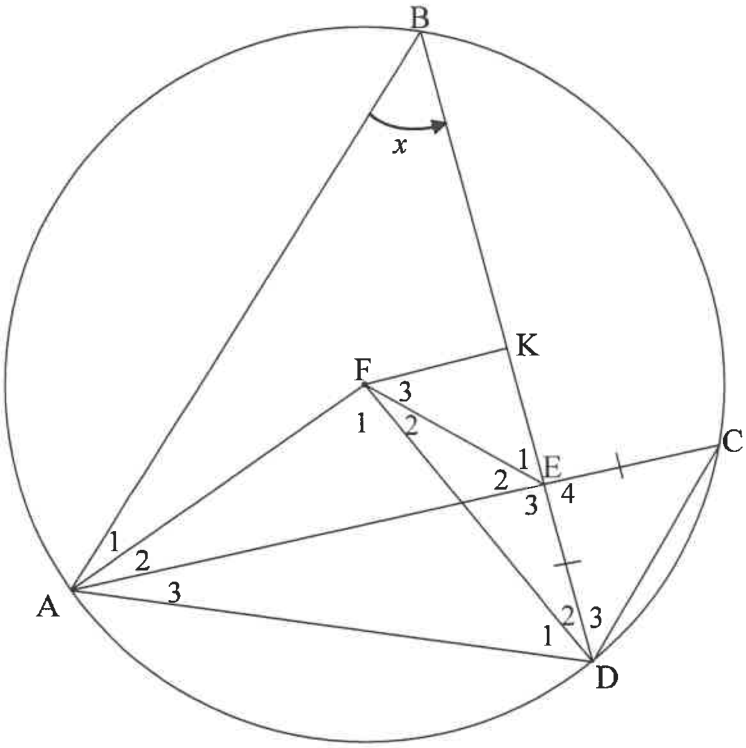
VRAAG 10

10.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel met A, B en C wat op die sirkel geteken is.



Bewys die stelling wat beweer dat $\hat{BOC} = 2\hat{A}$. (5)

10.2 In die diagram is 'n sirkel met middelpunt F getrek. Punt A, B, C en D lê op die sirkel. Koord AC en BD sny mekaar by E sodat EC = ED. K is die middelpunt van koord BD. FK, AB, CD, AF, FE en FD word getrek. Laat $\hat{B} = x$.



10.2.1 Bepaal, met redes, die grootte van ELK van die volgende in terme van x:

(a) $\hat{F}_1$ (2)

(b) $\hat{C}$ (2)

10.2.2 Bewys, met redes, dat AFED 'n koordevierhoek is. (4)

10.2.3 Bewys, met redes, dat $\hat{F}_3 = x$. (6)

10.2.4 Indien oppervlakte $\Delta AEB = 6{,}25 \times$ oppervlakte ΔDEC, bereken $\dfrac{AE}{ED}$. (5)

[24]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $A = P(1-ni)$ $A = P(1-i)^n$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

InΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$oppervlakte\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$