



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V1

NOVEMBER 2019

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

**Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 1 antwoordblad en
'n 2 bladsy-inligtingsblad.**

INSTRUKSIES EN INLIGTING

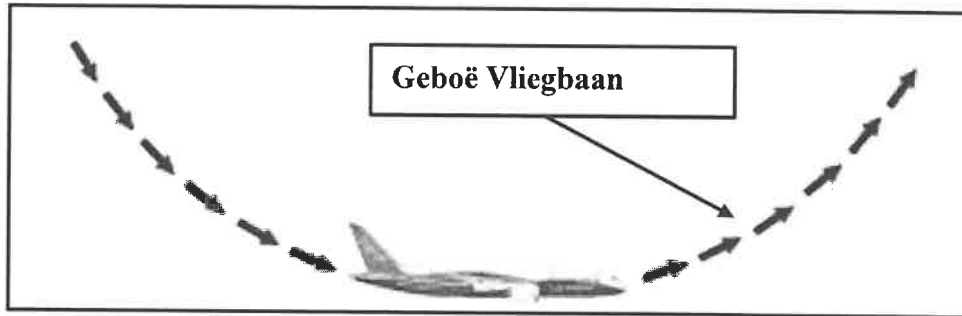
Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit NEGE vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Beantwoord VRAAG 4.1.5 op die ANTWOORDBLAD wat verskaf is. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer in die spasies wat op die ANTWOORDBLAD verskaf is en lewer die ANTWOORDBLAD saam met jou ANTWOORDEBOEK in.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
5. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
6. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders genoem.
8. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders genoem.
9. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
10. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

- 1.1 Die prentjie hieronder toon die geboë vliegbaan van 'n vliegtuig. Die vliegbaan, soos aangedui deur die pyltjies, is in die vorm van 'n parabool en word gedefinieer deur die vergelyking:

$$p(x) = 2x^2 - \frac{8}{81}$$



- 1.1.1 Faktoriseer $p(x)$ volledig. (2)
- 1.1.2 Los vervolgens op vir x as $p(x) = 0$ (1)
- 1.2 Los op vir x in ELK van die volgende:
- 1.2.1 $(3x-5)(x+2) = -13$ waar $x \in \{\text{Komplekse getalle}\}$ (5)
- 1.2.2 $(4-x)(x+3) < 0$ (3)
- 1.3 Los op vir x en y as:
- $$y = 3x - 8 \text{ en } x^2 - xy + y^2 = 39$$
- (6)
- 1.4 Die volgende formule verteenwoordig die verwantskap tussen die spanning, die stroom en die impedansie in 'n wisselstroomkring: $V = I \times Z$
- Waar:
- V = Spanning (in volt)
 I = Stroom (in ampère)
 Z = Impedansie (in ohm)
- 1.4.1 Druk I as die onderwerp van die formule uit. (1)
- 1.4.2 Bepaal vervolgens in vereenvoudigde vorm die waarde van I (in ampère) as:
- $$V = 7i \text{ en } Z = 3 - i$$
- (5)
- 1.5 Vereenvoudig: $101_2 \times 11_2$ (2)

[25]

VRAAG 2

2.1 Gegee: $G = \sqrt{\frac{p+1}{2p-1}}$

Bepaal die waarde(s) van p sodanig dat G soos volg sal wees:

2.1.1 Ongedefinieerd (1)

2.1.2 Gelyk aan nul (1)

2.2 Bepaal vir watter waarde(s) van k die vergelyking $x^2 - k + 4 = 5x$ reële wortels sal hê. (5)
[7]

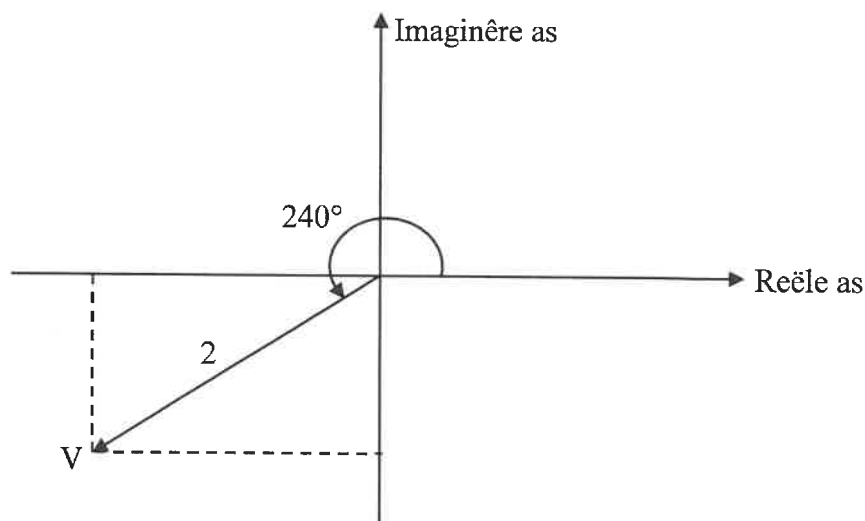
VRAAG 3

3.1 Vereenvoudig: $\left(-2 \sqrt[4]{a^3}\right)^8$ (2)

3.2 Los op vir x : $\log_2(3x-2) + \log_2 0,5 = 3$ (4)

3.3 Indien $\log 2 = a$ en $\log 3 = b$, bepaal die waarde van $\log \sqrt{0,6}$ in terme van a en b . (5)

3.4 Die spanning (V) in 'n wisselstroomkring word deur die Argand-diagram hieronder verteenwoordig.



3.4.1 Gebruik die Argand-diagram hierbo om die spanning in die vorm $V = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ neer te skryf. (1)

3.4.2 Druk vervolgens, of andersins, V in reghoekige vorm uit. Los jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (3)

3.5 Bepaal die numeriese waardes van m en n as $m + ni = 2(6 - 4i) - (-7i)$ (2)
[17]

VRAAG 4

4.1 Gegee funksies k en q wat onderskeidelik deur $k(x) = (x - 5)(x + 3)$ en $q(x) = \frac{12}{x} - 2$ gedefinieer word.

4.1.1 Skryf die x -afsnitte van k neer. (1)

4.1.2 Bepaal die x -afsnit van q . (2)

4.1.3 Bepaal die koördinate van die draaipunt van k . (3)

4.1.4 Skryf die vergelykings van die asimptote van q neer. (2)

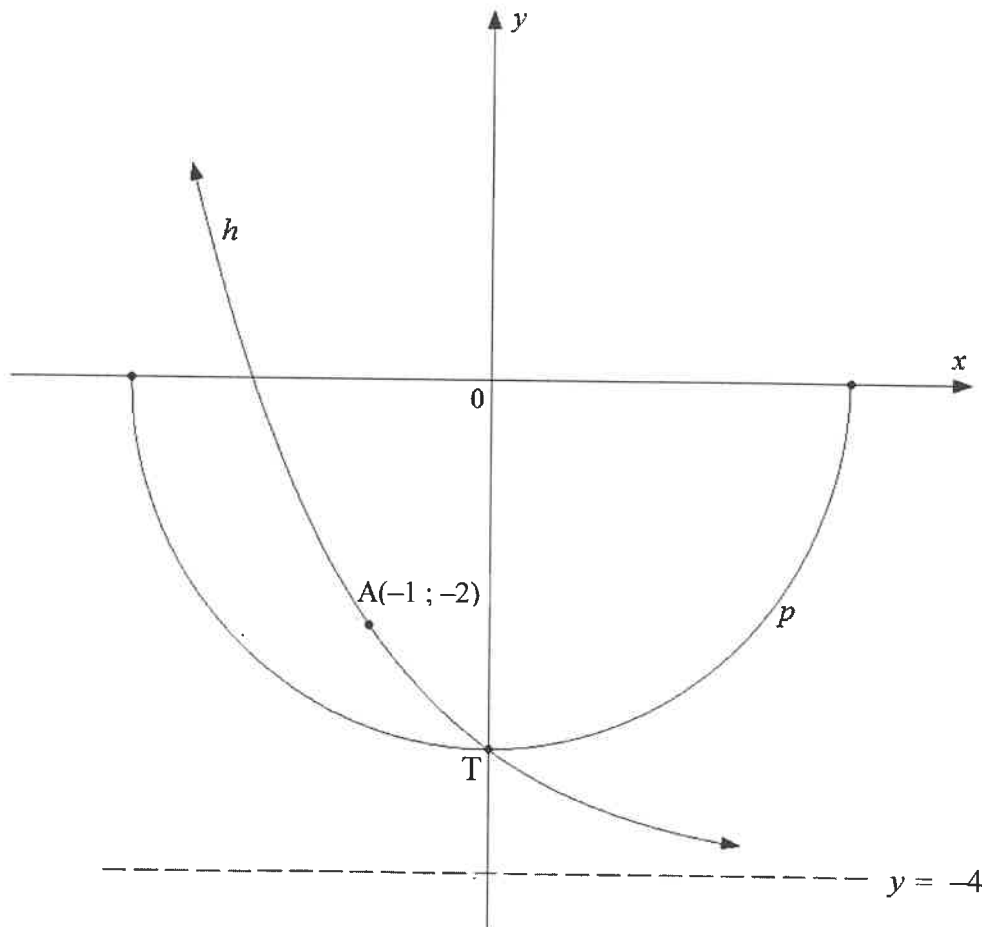
4.1.5 Skets die grafieke van k en q op dieselfde assestelsel wat op die ANTWOORDBLAD verskaf is. Dui duidelik die asimptote, die afsnitte met die asse, asook die koördinate van enige draaipunte aan. (7)

- 4.2 Geskets hieronder is die grafieke van p en h wat onderskeidelik deur $p(x) = -\sqrt{r^2 - x^2}$ en $h(x) = a^x + d$ gedefinieer word.

T is die snypunt van p en h .

A(-1 ; -2) is 'n punt op h .

Die asimptoot van h word deur die stippellyn aangedui.

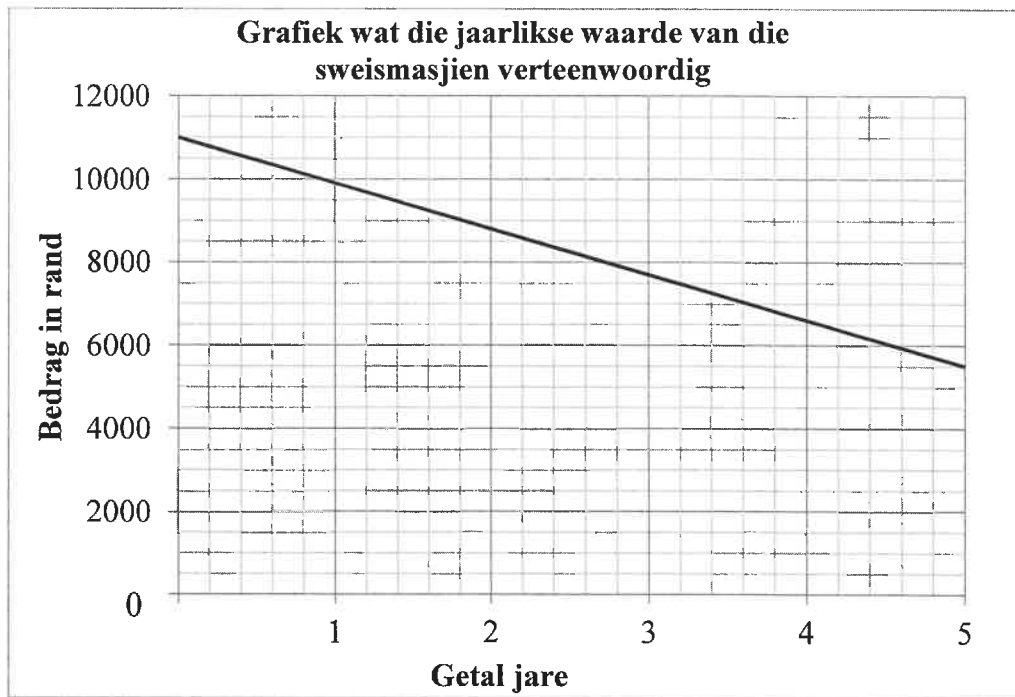


- 4.2.1 Skryf die numeriese waarde van d neer. (1)
- 4.2.2 Toon dat $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 4$ (2)
- 4.2.3 Bepaal vervolgens die koördinate van T. (2)
- 4.2.4 Skryf die waardeversameling (terrein) van p neer. (1)
- 4.2.5 Bepaal vervolgens die definiërende vergelyking $w(x)$ van funksie w , sodanig dat w die refleksie van p in die x -as is. (2)
- 4.2.6 Bepaal vir watter waardes van x sal $h(x) < p(x)$ (2)

[25]

VRAAG 5

- 5.1 'n Klein ingenieursonderneming het 'n nuwe sweismasjien aangekoop. Die waarde van die sweismasjien het jaarliks oor 'n periode van 5 jaar verminder, soos in die grafiek hieronder getoon.



Gebruik die grafiek hierbo om die volgende vrae te beantwoord:

- 5.1.1 Skryf die waarde van die sweismasjien neer toe dit nuut was. (1)
- 5.1.2 Bereken die jaarlikse konstante persentasie verminderingkoers (3)
- 5.2 'n Werktuigkundige van Model X-motors het 'n datablad gekry wat toon dat 200 Model X-motors gedurende 2009 deur die werkswinkel gediens is. Die jaarlikse saamgestelde groei koers van die getal Model X-motors wat deur hierdie werkswinkel gediens word, is 3,5% per jaar.
- Bepaal, deur ALLE berekeninge te toon, die jaar waarin 273 Model X-motors deur die werkswinkel gediens is. (5)
- 5.3 Anita het beplan om oor 8 jaar 'n vragmotor vir haar maatskappy aan te koop en het besluit om 'n beleggingsrekening oop te maak om voorsiening vir die aankoop van die vragmotor te maak. Sy het 'n aanvangsbedrag van R293 000 in die rekening gedeponeer.
- Aan die einde van 2 jaar het Anita 'n verdere deposito van R95 000 in die rekening gemaak. Die rentekoers vir die eerste 4 jaar was 6,7% per jaar, kwartaalliks saamgestel, en vir die oorblywende periode was die rentekoers 7,5% per jaar, maandeliks saamgestel. Die geprojekteerde waarde van die vragmotor aan die einde van 8 jaar sal R660 580 wees.
- Bepaal, deur ALLE berekeninge te toon, of haar belegging genoeg fondse sal akkumuleer sodat sy aan die einde van die 8 jaar-beleggingsperiode die vragmotor sal kan aankoop. (8)

[17]

VRAAG 6

- 6.1 Bepaal $f'(x)$ deur EERSTE BEGINSELS te gebruik as $f(x) = 5 - \frac{1}{2}x$ (5)
- 6.2 Bepaal die volgende:
- 6.2.1 $f'(x)$ as $f(x) = a^3 - 0,5x^3 - x^{-1}$ (3)
- 6.2.2 $D_x \left[x \left(\sqrt{x} + 2 \right) \right]$ (4)
- 6.3 Gegee: $xy + 2x^3 = 7x^6$
- 6.3.1 Maak y die onderwerp van die vergelyking. (2)
- 6.3.2 Bepaal vervolgens $\frac{dy}{dx}$. (2)
- 6.4 'n Fabriek wat gloeilampe vervaardig, maak 'n daaglikse wins $P(x)$ in rand vir x aantal gloeilampe wat vervaardig word. Die formule om die fabriek se daaglikse wins te bereken, word deur $P(x) = 0,8x^2 - 200x$ gegee, waar $x > 0$.
- Bereken:
- 6.4.1 Die daaglikse wins indien 300 gloeilampe op een dag vervaardig word (1)
- 6.4.2 Die getal gloeilampe wat vervaardig word, wat 'n nul daaglikse wins sal oplewer (2)
- 6.4.3 Die veranderingstempo van die daaglikse wins met betrekking tot die getal gloeilampe vervaardig, indien 200 gloeilampe vervaardig word (3)

[22]

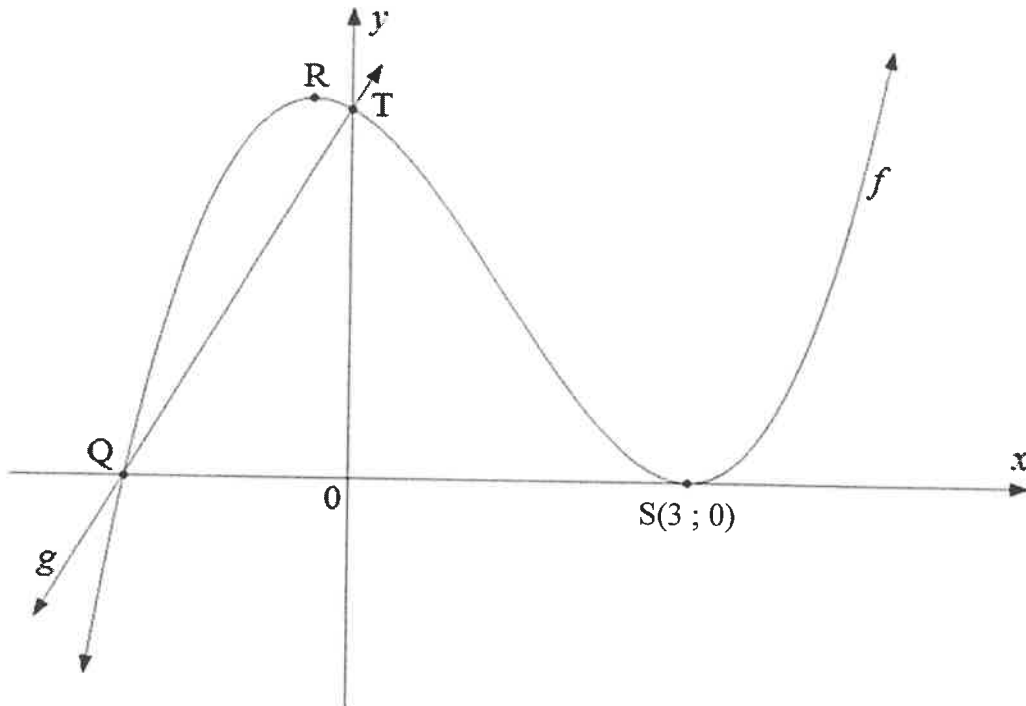
VRAAG 7

Die skets hieronder verteenwoordig die grafieke van funksies g en f wat onderskeidelik deur $g(x) = 9x + 18$ en $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ gedefinieer word.

$S(3; 0)$ en R is die draaipunte van f .

T is die y -afsnit van beide f en g .

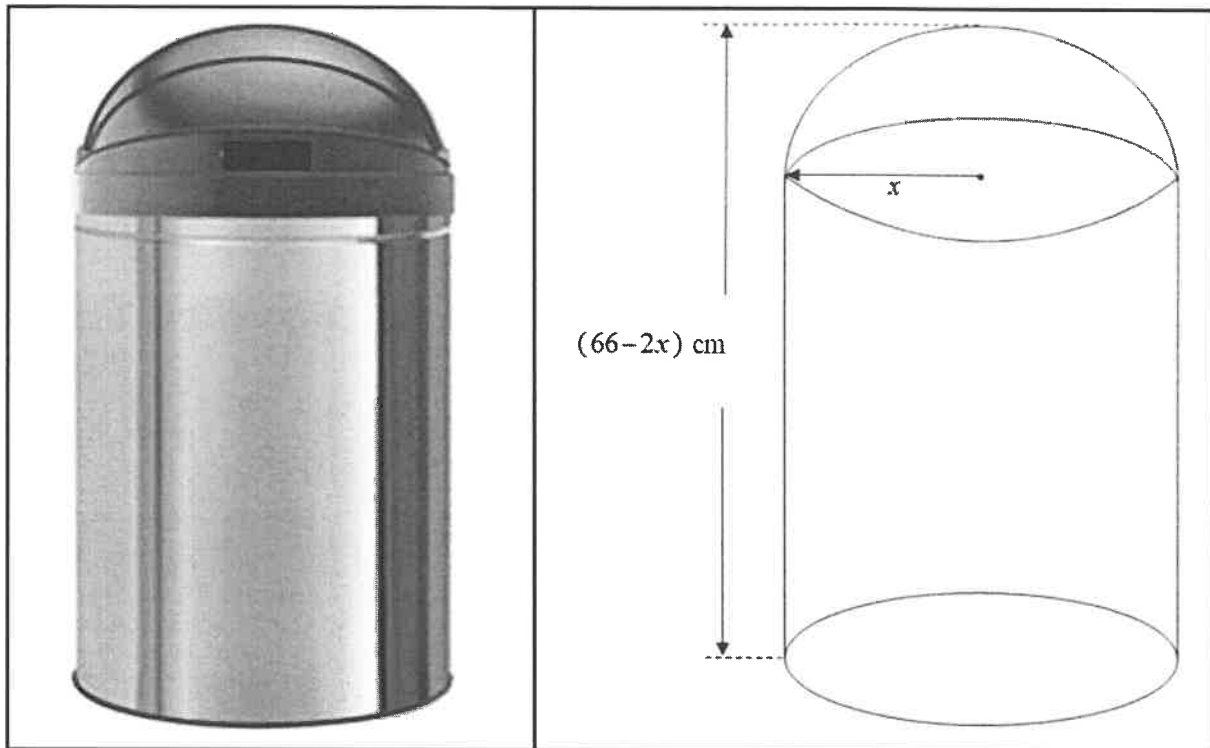
Q is die x -afsnit van beide f en g .



- 7.1 Bepaal die koördinate van Q en T . (3)
- 7.2 Toon dat $b = -4$, $c = -3$ en $d = 18$. (3)
- 7.3 Bepaal vervolgens die koördinate van R . (5)
- 7.4 Bepaal:
- 7.4.1 Die vergelyking van die raaklyn aan die kromme van funksie f by punt R (1)
- 7.4.2 Die waardes van x waarvoor $g(x) > 0$ (1)
- 7.4.3 Die waardes van x waarvoor $f'(x) < 0$ (2)
- [15]

VRAAG 8

'n Houer bestaan uit 'n regte silindriese deel en 'n hemisferiese deel aan die bokant, soos in die prent en diagram hieronder getoon. Die radius van beide vorme is x cm en die totale hoogte van die houer is $(66 - 2x)$ cm.



Die volgende formule mag gebruik word:

$$\text{Volume van 'n regte silinder} = \pi r^2 h$$

$$\text{Volume van 'n sfeer} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

8.1 Skryf, in terme van x , die hoogte van die silindriese deel van die houer neer. (1)

8.2 Toon dat die formule vir die totale volume (in cm^3) van die houer gegee word deur:

$$V = 66\pi x^2 - \frac{7}{3}\pi x^3 \quad (3)$$

8.3 Bereken vervolgens die waarde van x wat die totale volume van die houer sal maksimeer. (4)

8.4 Bepaal vervolgens die maksimum totale volume van die houer. (2)
[10]

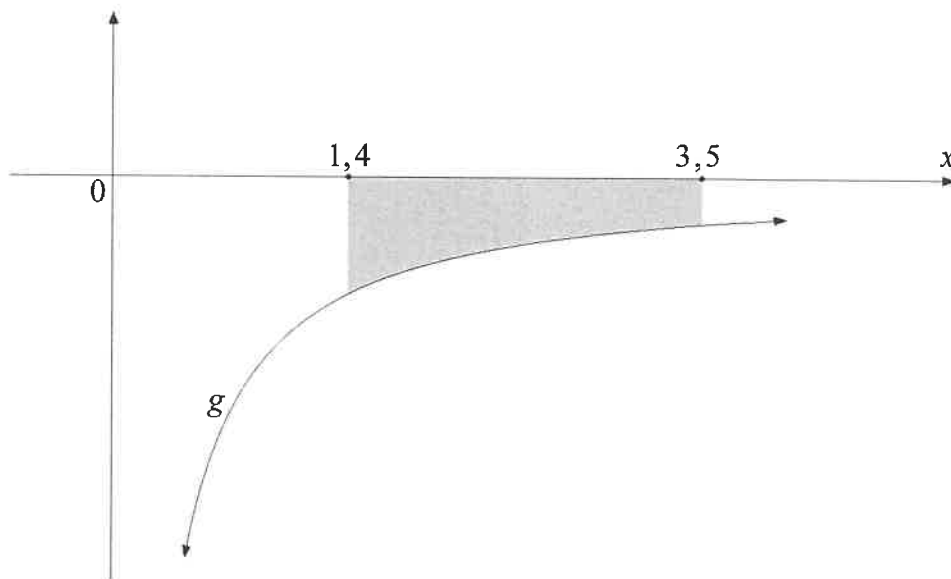
VRAAG 9

9.1 Bepaal die volgende integrale:

$$9.1.1 \quad \int mx^p dx \quad \text{waar } p \neq -1 \quad (2)$$

$$9.1.2 \quad \int \left(\frac{x^{-3} + x^2}{x^{-1}} - 2 \right) dx \quad (4)$$

9.2 Die skets hieronder toon die gearseerde begrensde oppervlakte van die kromme van die funksie wat deur $g(x) = -\frac{4}{x}$ gedefinieer word, waar $x > 0$.



Bepaal (met ALLE berekeninge getoon) die gearseerde oppervlakte wat deur die kromme en die x -as tussen die punte begrens word, waar $x = 1,4$ en $x = 3,5$.

(6)
[12]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van 'n sektor} \quad \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte en}$$

$$\theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en}$$

$$x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2} \text{ en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$

OF

$$A_T = a \left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } o_i = i^{\text{de}} \text{ ordinaat en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$

ANTWOORDBLAD

SENTRUMNOMMER

EKSAMENNOMMER

VRAAG 4.1.5