



# basic education

Department:  
Basic Education  
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

**SENIOR SERTIFIKAAT/  
NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**TEGNIESE WISKUNDE V1**

**NOVEMBER 2020**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 2 inligtingsblaaie en 3 antwoordblaaie.**

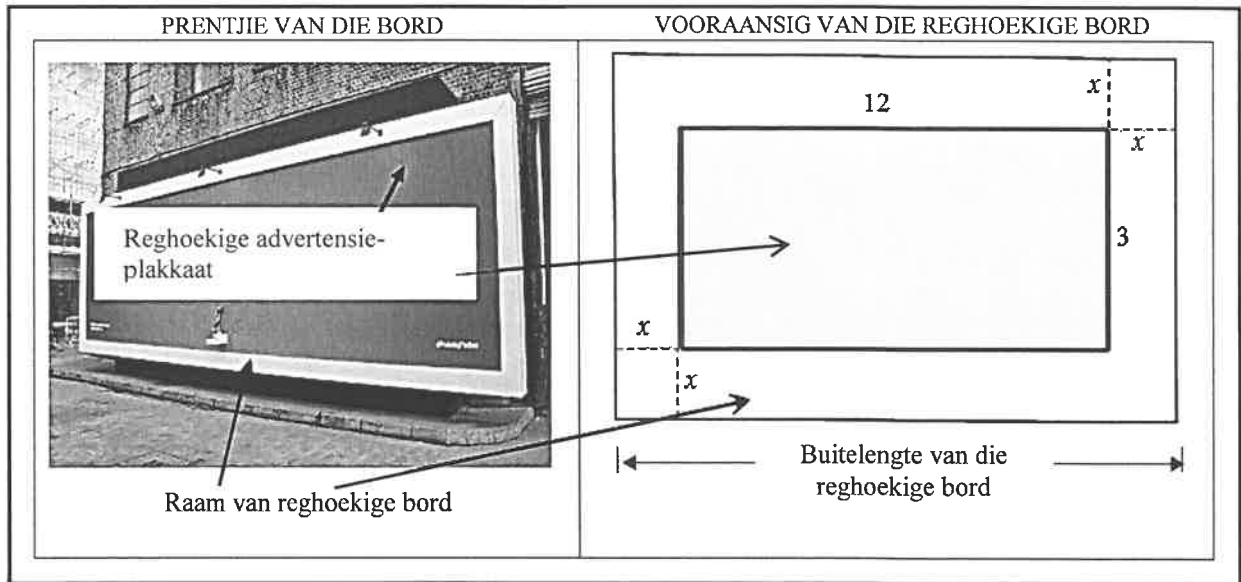
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit NEGE vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Beantwoord VRAAG 4.1.2, 4.2 en 7.4 op die ANTWOORDBLAAIE wat verskaf is. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer in die ruimtes wat op die ANTWOORDBLAAIE verskaf is en lewer die ANTWOORDBLAAIE saam met jou ANTWOORDEBOEK in.
4. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
5. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
6. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders genoem.
8. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders genoem.
9. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
10. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

- 1.1 Die prentjie hieronder toon 'n reghoekige advertensiebord wat uit 'n raam en 'n reghoekige oppervlakte vir die plaas van 'n advertensieplakkaat bestaan. (Let daarop dat die bord 3-dimensioneel is.) Die diagram langs die prentjie stel die vooraansig van die advertensiebord voor. Die afmetings van die plakkaat-oppervlakte is 12 meter by 3 meter. Die raam het 'n eenvormige breedte van  $x$  meter, soos in die diagram aangedui. Die totale voorste oppervlakte van die reghoekige bord is 52 vierkante meter.



Die volgende formule kan gebruik word:

$$\text{Oppervlakte van 'n reghoek} = \text{lengte} \times \text{breedte}$$

- 1.1.1 Skryf die volgende in terme van  $x$  neer:
- Die buitelengte van die reghoekige bord (1)
  - Die buitebreedte van die reghoekige bord (1)
- 1.1.2 Toon dat die totale voorste oppervlakte ( $A$ ) van die reghoekige bord as  $A = 4x^2 + 30x + 36$  uitgedruk kan word. (2)
- 1.1.3 Bepaal vervolgens die buitelengte (in meter) van die reghoekige bord. (4)
- 1.2 Los op vir  $x \in \{\text{Reële getalle}\}$ :
- $\frac{3}{x} = 7x - 5$ ,  $x \neq 0$  (korrek tot TWEE desimale plekke) (3)
  - $x^2 + 4 > 0$  (1)
- 1.3 Los op vir  $x$  en  $y$  as:
- $$y - x = 3 \text{ en } 3x^2 + xy - y^2 = -3 \quad (6)$$

1.4 Die volgende formule verteenwoordig die verwantskap tussen kapasitiewe reaktansie, frekwensie en kapasitansie:  $X_c = \frac{1}{2\pi f C}$

Waar:  $X_c$  = kapasitiewe reaktansie (in ohm)  
 $f$  = frekwensie (in hertz)  
 $C$  = kapasitansie (in farad)

1.4.1 Druk  $f$  as die onderwerp van die formule uit. (1)

1.4.2 Bepaal vervolgens, tot die naaste heelgetal, die numeriese waarde van  $f$  (in hertz) indien  $X_c = 63,66$  ohm en  $C = 50 \times 10^{-6}$  farad. (2)

1.5 Gegee:  $110011_2$  en  $111101_2$

1.5.1 Bepaal die som (in binêre vorm) van die TWEE binêre getalle hierbo. (1)

1.5.2 Herlei vervolgens (toon ALLE berekeninge duidelik) die som verkry in VRAAG 1.5.1 na sy ekwivalente desimale getalnotasie. (2)  
[24]

**VRAAG 2**

- 2.1 Gegee:  $3x^2 + 2x + 2 = 0$
- 2.1.1 Bepaal die numeriese waarde van die diskriminant ( $\Delta$ ) van die vergelyking. (2)
- 2.1.2 Beskryf vervolgens die aard van die wortels van die vergelyking. (1)
- 2.2 Gegee:  $x^2 - 2px = 3p^2$  waar  $p \in \{\text{Reële getalle}\}$
- 2.2.1 Skryf die vergelyking in die vorm  $ax^2 + bx + c = 0$  (1)
- 2.2.2 Toon vervolgens, sonder om die vergelyking op te los, dat die wortels van die vergelyking rasionaal is. (3)
- [7]

**VRAAG 3**

- 3.1 Vereenvoudig die volgende SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:
- 3.1.1 
$$\frac{\log 3 + \log 27}{\log 81 - \log 9}$$
 (4)
- 3.1.2 
$$\frac{2^n \sqrt{32} + 2^n \sqrt{2}}{2^n \sqrt{50}}$$
 (4)
- 3.2 Los op vir  $x$ :  $\log_x 32 + \log_x 4 - \log_x 16 = \log_5 125$  (5)
- 3.3 Twee wisselstroombane, wat in serie verbind is, het impedansies  $Z_1 = 4 + 5i$  en  $Z_2 = -4 - 4i$ . Die totale impedansie  $Z_T = Z_1 + Z_2$
- 3.3.1 Bereken die totale impedansie  $Z_T$  (1)
- 3.3.2 Druk vervolgens die totale impedansie in die vorm  $Z_T = r(\cos \theta + i \sin \theta)$  uit. Toon ALLE berekeninge. (4)
- 3.4 Los op vir  $k$  en  $m$  indien  $k = 6 + 4(i - 9) + 2mi$  (4)
- [22]

**VRAAG 4**

4.1 Gegee funksies  $f$  en  $k$  wat onderskeidelik deur  $f(x) = -x + 4\frac{1}{2}$  en  $k(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$  gedefinieer word. Funksies  $f$  en  $k$  het dieselfde  $y$ -afsnit.

4.1.1 Skryf die lengte van die radius van  $k$  neer. (1)

4.1.2 Skets die grafieke van  $f$  en  $k$  op dieselfde assestelsel wat op die ANTWOORDBLAD gegee word. Dui ALLE afsnitte met die asse duidelik aan. (5)

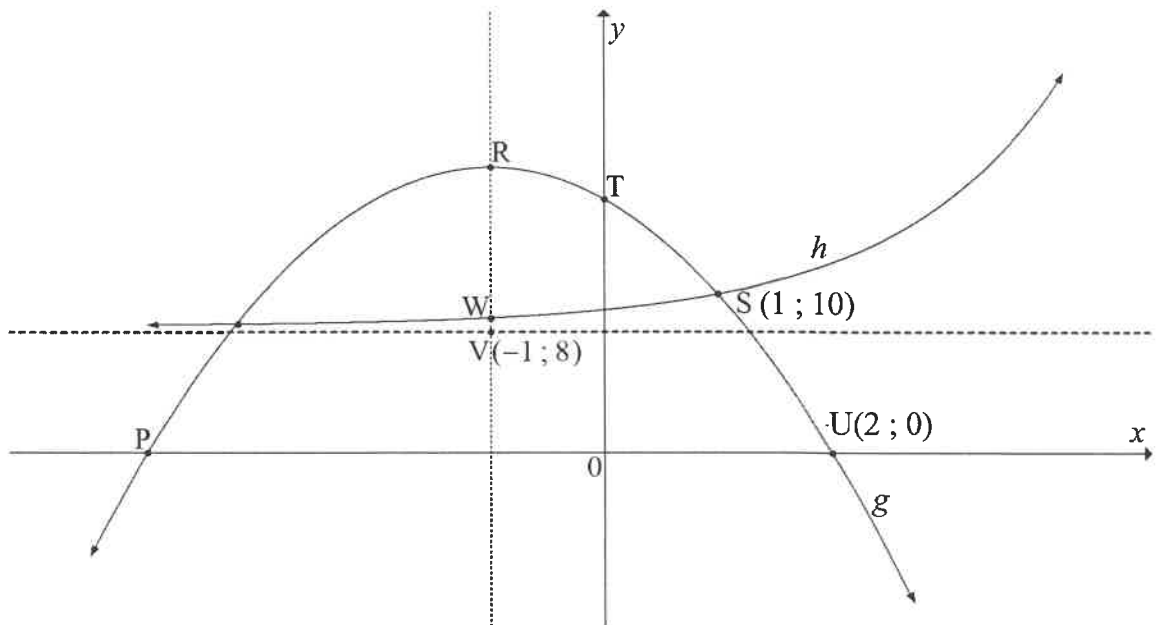
4.1.3 Gee die definisieversameling (gebied) van  $k$ . (2)

4.2 Skets, op die assestelsel wat op die ANTWOORDBLAD gegee word, die grafiek van funksie  $p$ , gedefinieer deur  $p(x) = \frac{-4}{x} + q$  wat aan die volgende eienskappe voldoen:

- $x \neq 0$
- $p(x) \neq -2$
- $p(-2) = 0$

Dui duidelik die asimptoot (asimptote) en die afsnit(te) met die asse aan. (3)

- 4.3 Die diagram hieronder toon die grafieke van funksies  $g$  en  $h$  wat onderskeidelik deur  $g(x) = ax^2 + bx + 16$  en  $h(x) = k^x + q$  gedefinieer word. P en U(2 ; 0) is die  $x$ -afsnitte van  $g$  en R is die draaipunt van  $g$ . T is die  $y$ -afsnit van  $g$ . V(-1 ; 8) is die snypunt van die simmetrie-as van  $g$  en die asimptoot van  $h$ . S(1 ; 10) is die snypunt van  $g$  en  $h$ . W is die snypunt van  $h$  en die simmetrie-as van  $g$ .



- 4.3.1 Skryf neer die koördinate van:
- (a) T (1)
- (b) P (2)
- 4.3.2 Bepaal die numeriese waarde(s) van  $a$  en  $b$ . (4)
- 4.3.3 Bepaal die  $y$ -koördinaat van R. (2)
- 4.3.4 Toon dat  $h(x) = 2^x + 8$  (3)
- 4.3.5 Skryf neer die waardeversameling (terrein) van  $h$ . (1)
- 4.3.6 Bepaal die lengte van VW. (3)
- [27]

**VRAAG 5**

5.1 'n Ambagsman wil 'n kar koop nadat die advertensie hier langsaan gesien is.

**SPESIALE AANBOD**

- Nuwe kar vir **R250 000**.
- Betaal net **10%** deposito!
- Neem 'n lening vir die balans uit.
- Betaal die lening met gelyke maandelikse paaieimente oor **5** jaar, teen 'n rentekoers van **6,3%** per jaar, maandeliks saamgestel!

5.1.1 Bepaal die bedrag van die lening wat die ambagsman vir hierdie aanbod moes uitneem. (1)

5.1.2 Bereken, korrek tot EEN desimale plek, die jaarlikse effektiewe rentekoers. (3)

5.2 'n Ingenieursfirma het gedurende Maart 2019 'n oudit van hulle getal ongeskoolde werkers gedoen. Daar word beraam dat, as gevolg van die Vierde Industriële Revolusie (4IR), die getal ongeskoolde werkers wat by die maatskappy werksaam is, teen April 2023 teen 'n saamgestelde koers van 5,43% per jaar, na 60 ongeskoolde werkers sal verminder.

Bereken hoeveel ongeskoolde werkers gedurende April 2019 by die ingenieursfirma werksaam was. Toon ALLE berekeninge. (4)

5.3 Bonggi het 'n bonus van R85 000 ontvang en besluit om die bonus vir 'n tydperk van 6 jaar te belê. Die rentekoers vir die eerste twee jaar was 5,4% per jaar, halfjaarlik saamgestel, en vir die oorblywende jare het dit verander na 6% per jaar, maandeliks saamgestel. Hy het aan die einde van die 4<sup>de</sup> jaar R20 000 uit die beleggingsrekening getrek om sy dogter se skoolgeld te betaal.

5.3.1 Bereken die waarde van die belegging aan die einde van die eerste twee jaar. (2)

5.3.2 Bepaal vervolgens of die finale bedrag wat Bonggi aan die einde van die beleggingstydperk sal ontvang, meer as die bedrag wat hy oorspronklik belê het, sal wees. (6)

**[16]**



**VRAAG 6**

6.1 Bepaal  $f'(x)$  met gebruik van EERSTE BEGINSELS indien  $f(x) = \frac{1}{2}x$  (4)

6.2 Bepaal ELK van die volgende:

6.2.1  $\frac{dA}{dr}$  indien  $A = \pi r^2$  (1)

6.2.2  $D_x \left[ (x - \sqrt{x})^2 \right]$  (5)

6.3 Die vergelyking van 'n raaklyn aan die kromme van funksie  $g$ , wat deur  $g(x) = ax^2 - x$  gedefinieer word, is  $3x - y + 2 = 0$

Die raakpunt van die raaklyn en die kromme van  $g$  is  $(-1; -1)$ . Bepaal die numeriese waarde van  $a$ .

(5)  
[15]

**VRAAG 7**

Gegee: Funksie  $f$  gedefinieer deur  $f(x) = -(x-1)^2(x+3) = -x^3 - x^2 + 5x - 3$

7.1 Skryf die  $y$ -afsnit van  $f$  neer. (1)

7.2 Bepaal die  $x$ -afsnitte van  $f$ . (2)

7.3 Bepaal die koördinate van die draaipunte van  $f$ . (5)

7.4 Skets die grafiek van  $f$  op die ANTWOORDBLAD wat gegee word. Dui duidelik AL die afsnitte met die asse en die draaipunte aan. (4)

7.5 Bepaal die waardes van  $x$  waarvoor  $f'(x) > 0$  (2)

[14]

**VRAAG 8**

- 8.1 Die afstand ( $D$ ), in meter, wat deur 'n kar in  $t$  sekondes afgelê word voordat die kar 'n sekere punt op 'n reguit pad bereik, word deur die vergelyking  $D(t) = -0,5t^2 + 20t$  gegee.

Bepaal:

8.1.1 Die afstand wat die kar in  $t = 10$  sekondes afgelê het (1)

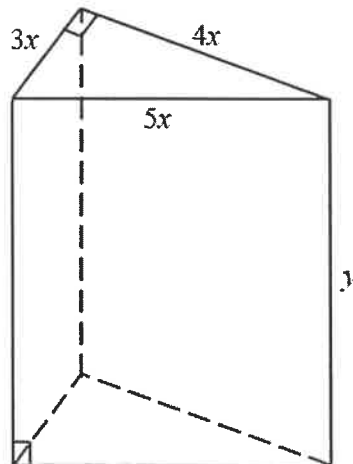
8.1.2 Die snelheid van die kar waar  $t = 12$  sekondes (3)

- 8.2 Die diagram hieronder verteenwoordig 'n houtblok in die vorm van 'n driehoekige regte prisma.

Die reghoekige driehoekvlakke het sylengtes van  $3x$  cm,  $4x$  cm en  $5x$  cm.

Die hoogte van die houtblok is  $y$  cm.

Die totale buite-oppervlakte van die houtblok is  $3\,600$  cm<sup>2</sup>.



Die volgende formules kan gebruik word:

**Volume van 'n regte prisma = (oppervlakte van basis)  $\times$  hoogte**

**Totale buite-oppervlakte van 'n regte prisma**

$$= 2 \times (\text{oppervlakte van basis}) + (\text{omtrek van basis}) \times \text{hoogte}$$

- 8.2.1 Toon dat:

- (a) Die hoogte (in cm) van die blok verteenwoordig word deur:

$$y = \frac{300 - x^2}{x} \quad (3)$$

- (b) Die volume (in cm<sup>3</sup>) van die blok verteenwoordig word deur:

$$V = 1\,800x - 6x^3 \quad (2)$$

- 8.2.2 Bereken vervolgens die waarde van  $x$  wat die volume van die blok sal maksimeer. (3)

[12]

**VRAAG 9**

9.1 Bepaal die volgende:

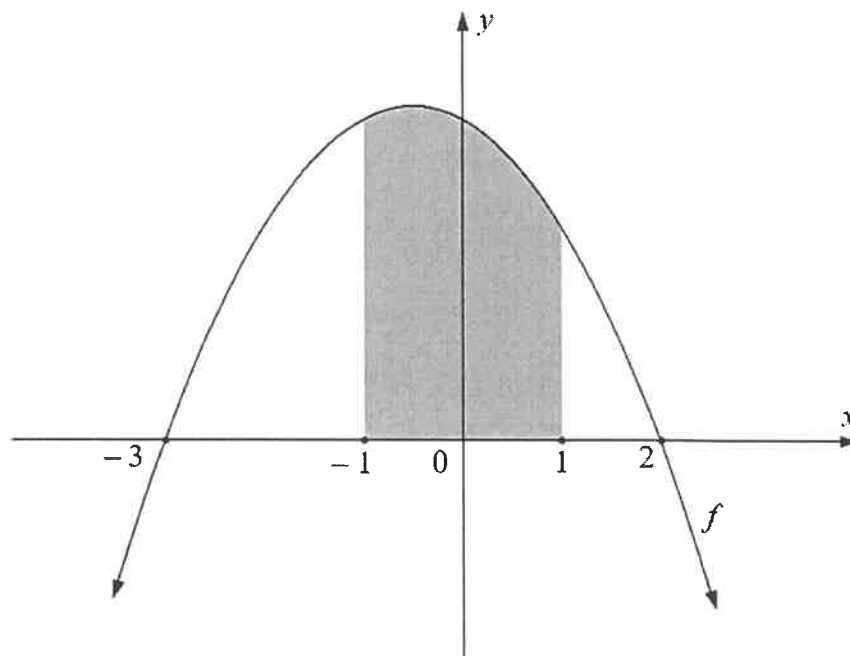
$$9.1.1 \quad \int 2^x dx \quad (2)$$

$$9.1.2 \quad \int \left( \sqrt{x} + \frac{7}{x} + 4x^{-5} \right) dx \quad (4)$$

9.2 Die skets hieronder verteenwoordig funksie  $f$ , wat deur  $f(x) = -x^2 - x + 6$  gedefinieer word, met  $x$ -afsnitte by  $(-3; 0)$  en  $(2; 0)$ .

Die gearseerde oppervlakte, wat deur die kromme en die  $x$ -as tussen die punte  $x = -1$  en  $x = 1$  begrens word, word in die skets getoon.

Die oppervlakte van die gearseerde deel is  $\frac{34}{3}$  vierkante eenhede.



Bepaal of die ongearsede oppervlakte, begrens deur die kromme en die  $x$ -as tussen die punte  $x = -3$  en  $x = 2$ , minder as die gearseerde oppervlakte is.

(7)  
[13]

**TOTAAL: 150**

**INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van 'n sektor} = \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte en}$$

$$\theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en}$$

$$x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2} \text{ en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$

**OF**

$$A_T = a \left( \frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } o_i = i^{\text{de}} \text{ ordinaat en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$

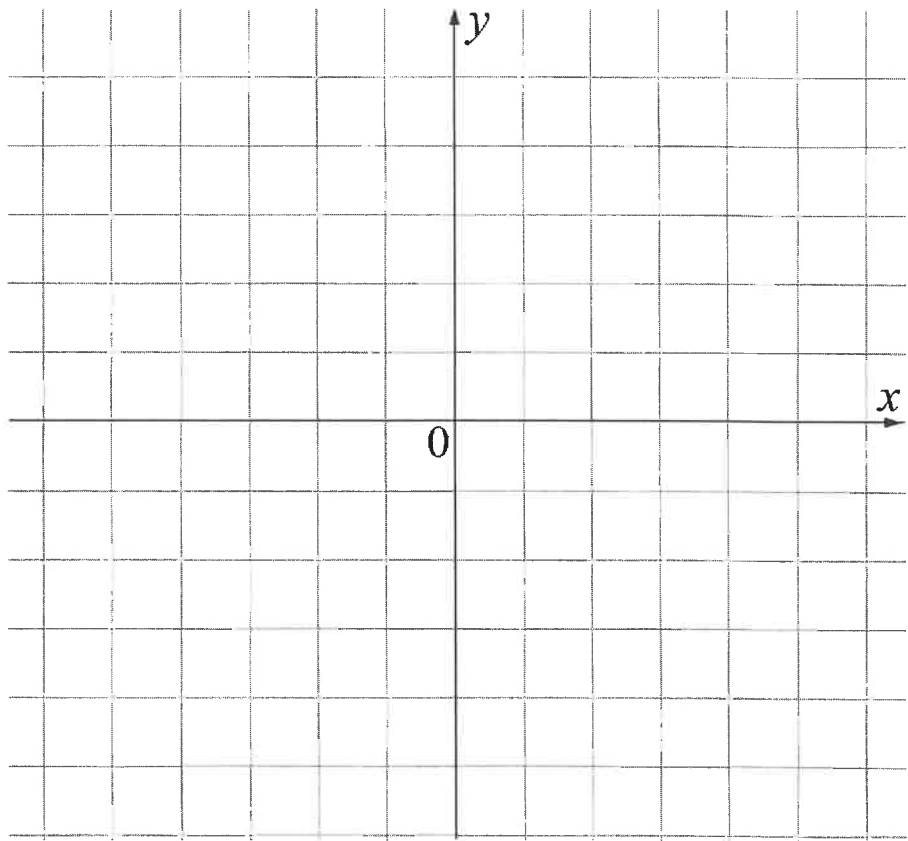


**ANTWOORDBLAD**

<b>SENTRUMNOMMER</b>							
----------------------	--	--	--	--	--	--	--

<b>EKSAMENNOMMER</b>															
----------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**VRAAG 4.2**



**ANTWOORDBLAD**

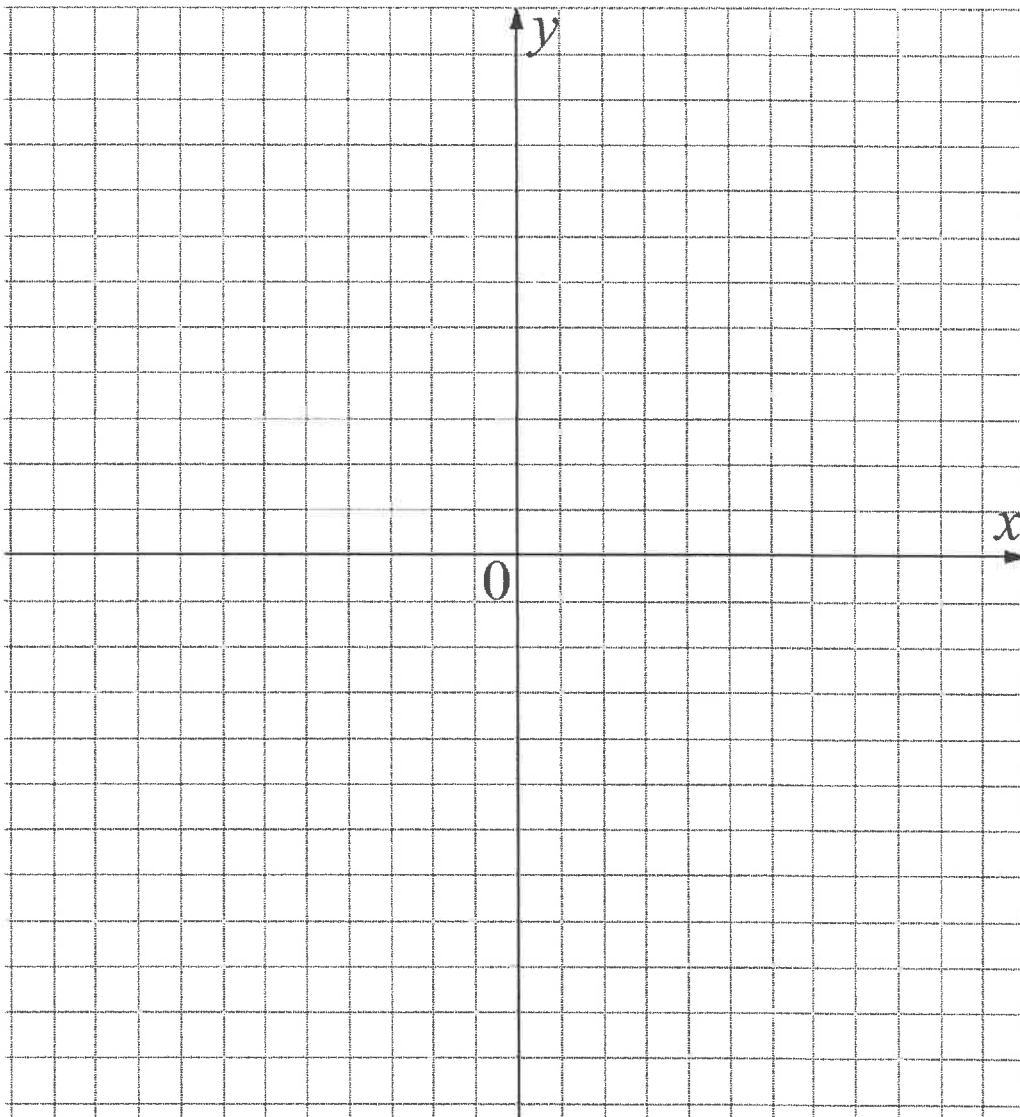
**SENTRUMNOMMER**

--	--	--	--	--	--	--	--

**EKSAMENNOMMER**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**VRAAG 7.4**





**ANSWER SHEET**

<b>CENTRE NUMBER</b>									
----------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

<b>EXAMINATION NUMBER</b>																			
---------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**QUESTION 4.2**

