



# basic education

---

Department:  
Basic Education  
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

## **SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN/ NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN**

**WISKUNDE V2**

**MEI/JUNIE 2023**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye en 1 inligtingsblad.**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

- 1.1 Die eienaar van 'n klein maatskappy wil vasstel of advertensies in 'n streekskoerant effektief is. Die tabel hieronder toon die bedrag wat aan advertensies spandeer is en die ooreenstemmende verkoopsyfers vir die laaste 9 jaar.

<b>Bedrag aan advertensies spandeer (in rand) (x)</b>	21 300	23 700	24 800	30 540	24 100	40 680	22 400	35 250	29 110
<b>Verkope (in rand) (y)</b>	311 500	326 700	349 200	470 000	316 100	564 200	314 000	487 300	392 900

- 1.1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)
- 1.1.2 Voorspel die verkope vir 'n jaar waarin die maatskappy R28 500 aan advertensies sal spandeer. (2)
- 1.1.3 Skryf die korrelasiekoëffisiënt van die data neer. (1)
- 1.1.4 Beskryf die verwantskap tussen die bedrag wat aan advertensies in die streekskoerant spandeer is en die verkope van hierdie maatskappy. (1)
- 1.2 Die wins wat die klein maatskappy gedurende dieselfde 9 jaar gemaak het, word in die tabel hieronder gegee.

<b>Wins (in rand)</b>	110 750	107 376	152 338	244 480	144 021	275 994	121 900	207 636	187 700
-----------------------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

- 1.2.1 Bereken die gemiddelde wins wat gedurende die 9 jaar gemaak is. (2)
- 1.2.2 Skryf die standaardafwyking vir die data neer. (1)
- 1.2.3 Bepaal die aantal jaar waarin die maatskappy 'n wins wat meer as een standaardafwyking van die gemiddelde is, gemaak het. (2)
- [12]**

**VRAAG 2**

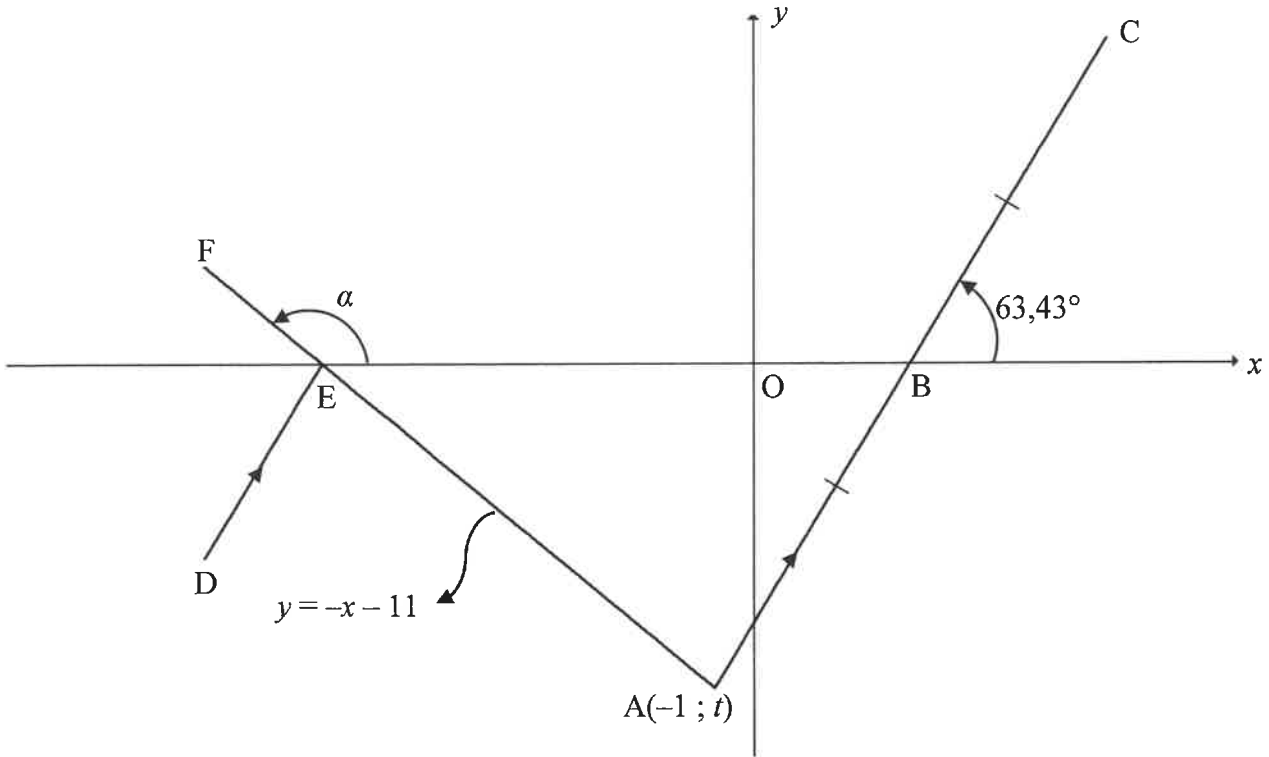
Die ouderdomme van die mense wat 'n musiekkonsert bygewoon het, is in die tabel hieronder opgesom.

<b>OUDERDOM</b>	<b>GETAL MENSE</b>
$5 < x \leq 15$	20
$15 < x \leq 25$	25
$25 < x \leq 35$	60
$35 < x \leq 45$	90
$45 < x \leq 55$	55
$55 < x \leq 65$	40
$65 < x \leq 75$	30

- 2.1 Skryf die modale klas van die data neer. (1)
- 2.2 Hoeveel mense het die musiekkonsert bygewoon? (1)
- 2.3 Skets 'n kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien word, om die data hierbo te verteenwoordig. (4)
- 2.4 Gebruik die kumulatiewefrekwensie-grafiek om die mediaanouderdom van die mense wat die musiekkonsert bygewoon het, te bepaal. (2)
- [8]**

**VRAAG 3**

In die diagram is die vergelyking van lyn AF  $y = -x - 11$ . B, 'n punt op die x-as, is die middelpunt van die reguitlyn wat A(-1 ; t) en C verbind. Die inklinasiehoeke van AF en AC is  $\alpha$  en  $63,43^\circ$  onderskeidelik. AF sny die x-as by E. D is 'n punt sodanig dat  $DE \parallel AC$ .

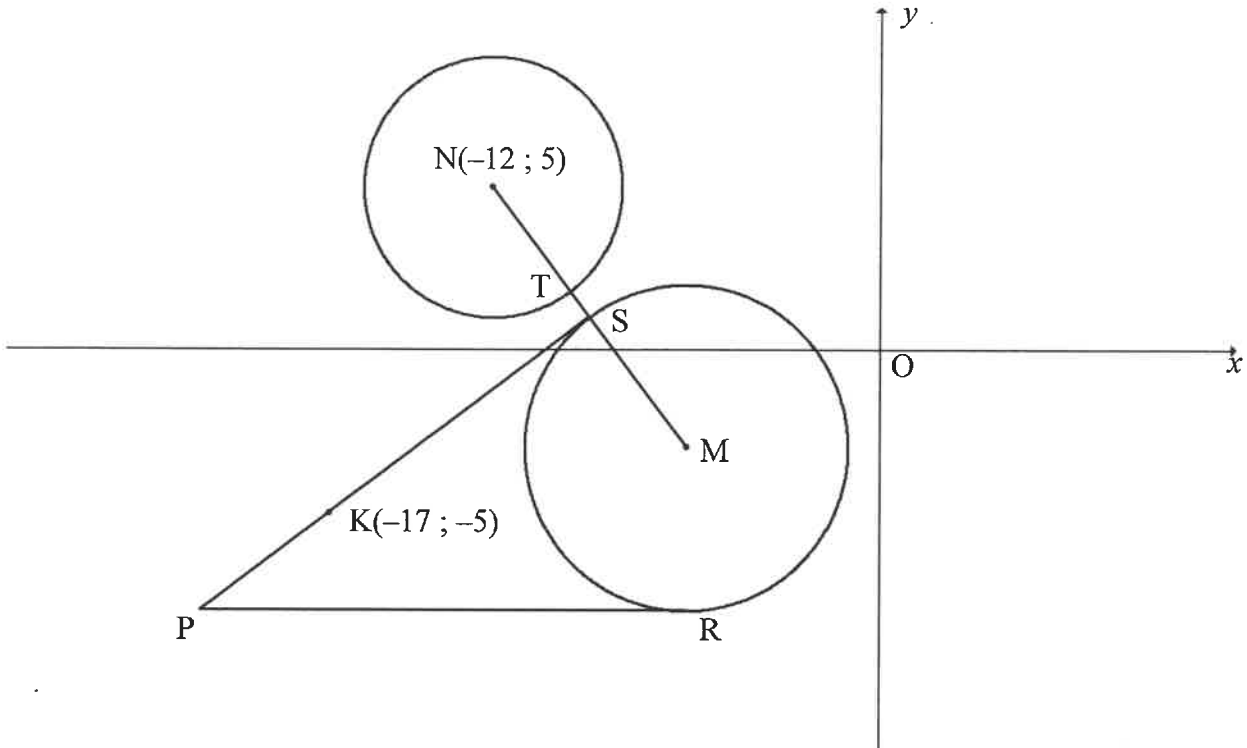


- 3.1 Bereken die:
  - 3.1.1 Waarde van  $t$  (2)
  - 3.1.2 Grootte van  $\alpha$  (2)
  - 3.1.3 Gradiënt van AC, tot die naaste heelgetal (2)
- 3.2 Bepaal die vergelyking van AC in die vorm  $y = mx + k$ . (2)
- 3.3 Bereken die:
  - 3.3.1 Koördinate van C (3)
  - 3.3.2 Grootte van  $\hat{F}ED$  (3)
- 3.4 G is 'n punt sodanig dat EAGC, in daardie volgorde, 'n parallelogram is.  
 Bepaal die vergelyking van 'n sirkel met middelpunt G en wat deur punt B gaan.  
 Skryf jou antwoord in die vorm  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ . (4)

[18]

**VRAAG 4**

In die diagram is die vergelyking van die sirkel met middelpunt  $N(-12; 5)$ ,  $x^2 + y^2 + 24x - 10y + 153 = 0$ . Die vergelyking van die sirkel met middelpunt  $M$  word as  $(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$  gegee.  $PS$  en  $PR$  is raaklyne aan die sirkel met middelpunt  $M$  by  $S$  en  $R$  onderskeidelik.  $PR$  is parallel aan die  $x$ -as.  $K(-17; -5)$  is 'n punt op  $PS$ . Die reguitlyn wat  $N$  en  $M$  verbind, sny die kleiner sirkel by  $T$  en die groter sirkel by  $S$ .



- 4.1 Skryf die koördinate van  $M$  neer. (2)
- 4.2 Bereken die:
  - 4.2.1 Lengte van die radius van die kleiner sirkel (2)
  - 4.2.2 Lengte van  $TS$  (4)
- 4.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn:
  - 4.3.1  $PR$  (2)
  - 4.3.2  $PS$ , in die vorm  $y = mx + c$  (5)
- 4.4 Vierhoek  $PSMR$  is getrek. Bereken die:
  - 4.4.1 Omtrek van  $PSMR$  (5)
  - 4.4.2 Verhouding van  $\frac{\text{oppervlakte van } \triangle NPS}{\text{oppervlakte van vierhoek } PSMR}$  (2)

[22]

**VRAAG 5**

- 5.1 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, vereenvoudig die volgende uitdrukking tot 'n enkele trigonometrieverhouding:

$$\frac{1 - \sin(-\theta)\cos(90^\circ + \theta)}{\cos(\theta - 360^\circ)} \quad (5)$$

- 5.2 Gegee dat  $\cos 20^\circ = p$

**Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, skryf ELK van die volgende in terme van  $p$ :

5.2.1  $\cos 200^\circ$  (2)

5.2.2  $\sin(-70^\circ)$  (2)

5.2.3  $\sin 10^\circ$  (3)

- 5.3 Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van:

$$\cos(A + 55^\circ)\cos(A + 10^\circ) + \sin(A + 55^\circ)\sin(A + 10^\circ) \quad (3)$$

- 5.4 Beskou:  $\frac{\cos 2x + \sin 2x - \cos^2 x}{\sin x - 2\cos x} = -\sin x$

5.4.1 Bewys die identiteit hierbo. (3)

5.4.2 Bepaal die waarde van  $\frac{\cos 2x + \sin 2x - \cos^2 x}{-3\sin^2 x + 6\sin x \cos x}$  (3)

- 5.5 Gegee:  $3\tan 4x = -2\cos 4x$

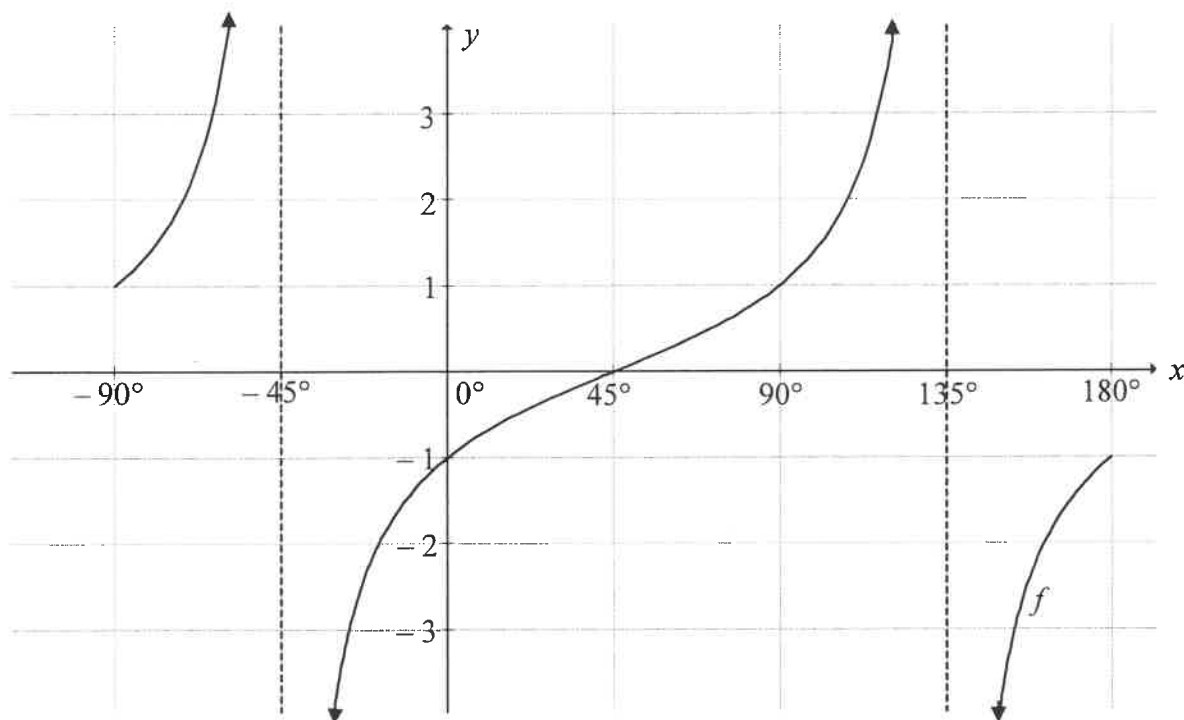
5.5.1 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, toon dat  $\sin 4x = -0,5$  die enigste oplossing vir die vergelyking hierbo is. (4)

5.5.2 Bepaal vervolgens die algemene oplossing van  $x$  in die vergelyking  $3\tan 4x = -2\cos 4x$  (3)

[28]

## VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafiek van  $f(x) = \tan(x - 45^\circ)$  geskets vir  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ .

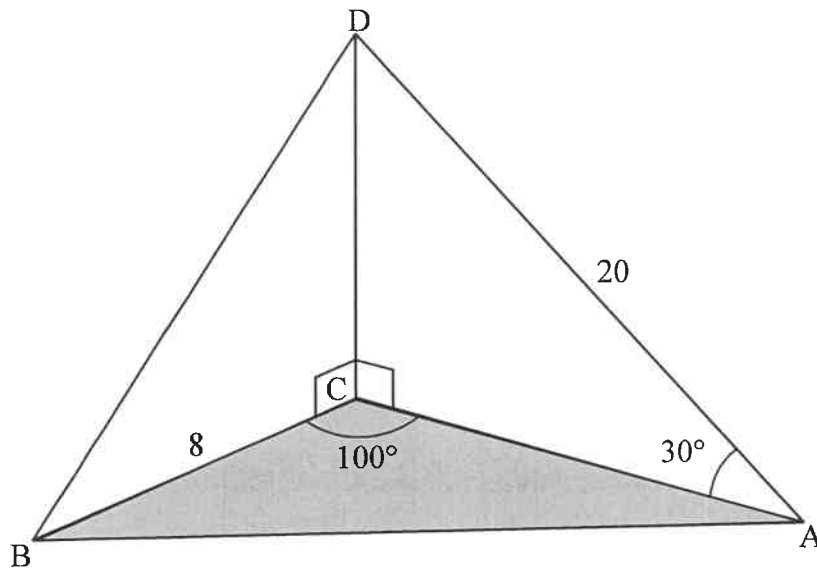


- 6.1 Skryf die periode van  $f$  neer. (1)
- 6.2 Op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word, skets die grafiek van  $g(x) = -\cos 2x$  vir die interval  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ . Toon ALLE afsnitte met die asse asook die minimum en maksimum punte van die grafiek. (3)
- 6.3 Skryf die waardeversameling van  $g$  neer. (1)
- 6.4 Die grafiek van  $g$  word  $45^\circ$  na links geskuif om die grafiek van  $h$  te vorm. Bepaal die vergelyking van  $h$  in sy eenvoudigste vorm. (2)
- 6.5 Gebruik die grafiek(e) om die waardes van  $x$  in die interval  $x \in [-90^\circ; 90^\circ]$ , te bepaal waarvoor:
- 6.5.1  $f(x) > 1$  (2)
- 6.5.2  $2 \cos 2x - 1 > 0$  (4)
- [13]



**VRAAG 7**

In die diagram is A, B en C punte in dieselfde horisontale vlak. D is 'n punt direk bo C, dit is  $DC \perp AC$  en  $DC \perp BC$ . Daar word gegee dat  $\hat{ACB} = 100^\circ$ ,  $\hat{CAD} = 30^\circ$ ,  $AD = 20$  eenhede en  $BC = 8$  eenhede.



7.1 Bereken die lengte van:

7.1.1 AC (2)

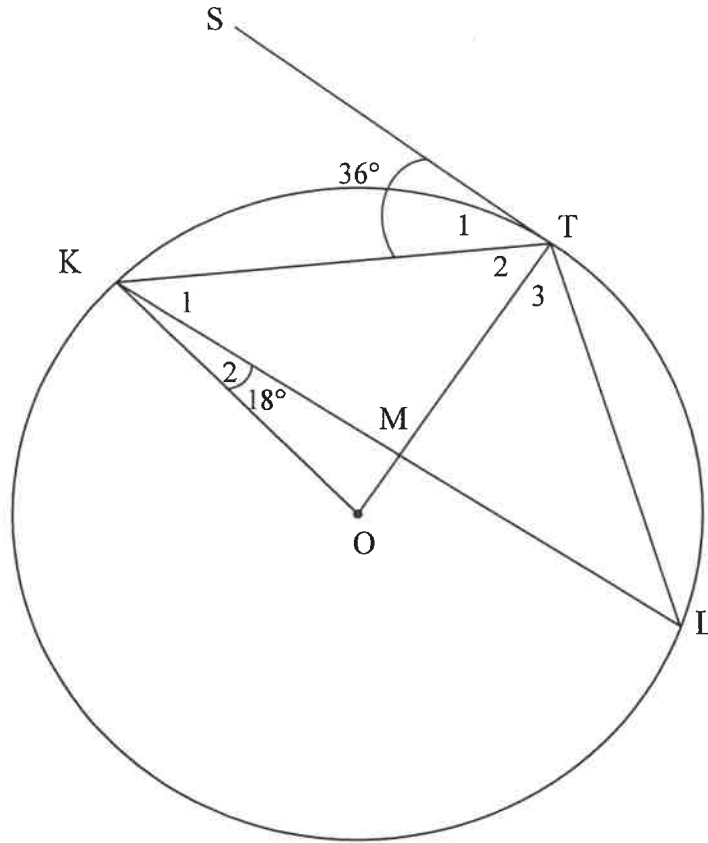
7.1.2 AB (3)

7.2 Indien daar verder gegee word dat  $\hat{ABD} = 73,4^\circ$ , bereken die grootte van  $\hat{ADB}$ . (3)

**[8]**

**VRAAG 8**

8.1 In die diagram is  $O$  die middelpunt van die sirkel.  $K$ ,  $T$  en  $L$  is punte op die sirkel.  $KT$ ,  $TL$ ,  $KL$ ,  $OK$  en  $OT$  is getrek.  $OT$  sny  $KL$  by  $M$ .  $ST$  is 'n raaklyn aan die sirkel by  $T$ .  $\hat{S}TK = 36^\circ$  en  $\hat{OKL} = 18^\circ$ .



8.1.1 Bepaal, met redes, die grootte van:

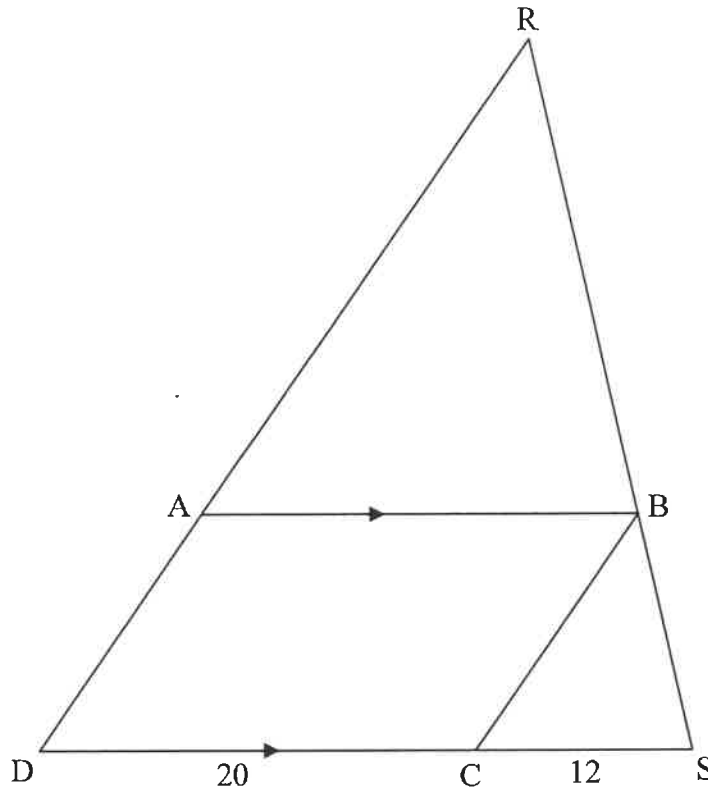
(a)  $\hat{T}_2$  (2)

(b)  $\hat{L}$  (2)

(c)  $\hat{KOT}$  (2)

8.1.2 Bewys, met redes, dat  $KM = ML$ . (3)

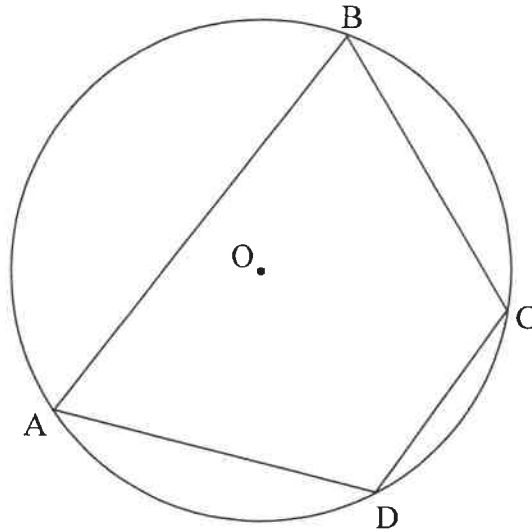
- 8.2 In die diagram is  $\triangle RDS$  geskets. A, B en C is punte op RD, RS en DS onderskeidelik sodanig dat  $AB \parallel DS$  en  $RB : BS = 5 : 3$ .  $DC = 20$  eenhede en  $CS = 12$  eenhede.



- 8.2.1 Bewys, met redes, dat  $BC \parallel AD$ . (3)
- 8.2.2 Indien daar verder gegee word dat  $RD = 48$  eenhede, bereken, met redes, die waarde van die verhouding  $AD : AB$ . (3)
- [15]

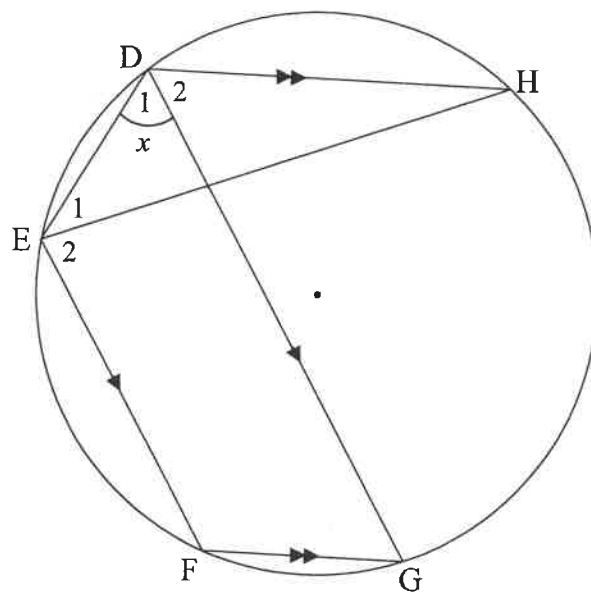
**VRAAG 9**

9.1 In die diagram is  $O$  die middelpunt van die sirkel.  $ABCD$  is 'n koordevierhoek.



Gebruik die diagram in die ANTWOORDEBOEK om die stelling te bewys wat beweer dat die teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek supplementêr is, met ander woorde bewys dat  $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ . (5)

9.2 In die diagram is  $DEFG$  'n koordevierhoek sodanig dat  $EF \parallel DG$ .  $H$  is nog 'n punt op die sirkel sodanig dat  $DH \parallel FG$ . Koord  $EH$  is getrek. Laat  $\hat{D}_1 = x$ .

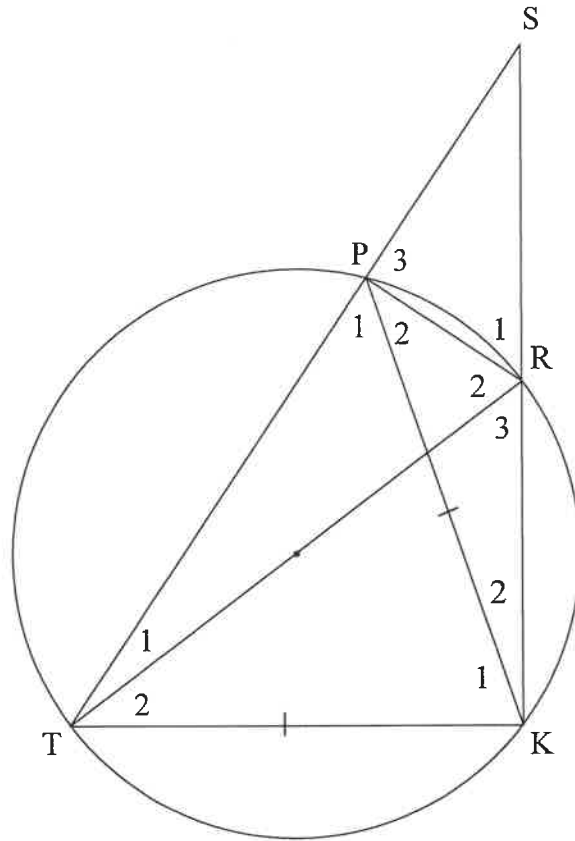


Bewys, met redes, dat  $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$ .

(4)  
[9]

**VRAAG 10**

In die diagram is TR 'n middellyn van die sirkel. PRKT is 'n koordevierhoek. Koorde TP en KR is verleng en sny by S. Koord PK is getrek sodanig dat PK = TK.



10.1 Bewys, met redes, dat:

10.1.1 SR 'n middellyn van 'n sirkel is wat deur punte S, P en R gaan (4)

10.1.2  $\hat{S} = \hat{P}_2$  (5)

10.1.3  $\Delta SPK \parallel \Delta PRK$  (3)

10.2 Indien daar verder gegee word dat  $SR = RK$ , bewys dat  $ST = \sqrt{6}RK$ . (5)  
[17]

**TOTAAL: 150**

## INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \Delta ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$