education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

NOVEMBER 2008

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 'n inligtingsblad en 2 diagramvelle.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae. Beantwoord AL die vrae.

2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

3. 'n Goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.

4. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

5. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.

6. TWEE diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 5.1, VRAAG 5.2, VRAAG 11.2 en VRAAG 11.3 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou eksamennommer in die ruimtes gelaat op hierdie velle en lewer dit saam met jou ANTWOORDEBOEK in.

7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjiese werk in te lewer.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x, afgerond tot TWEE desimale plekke waar nodig:

1.1.1 $x^2 = 5x - 4$ (3)

1.1.2 $x(3 - x) = -3$ (5)

1.1.3 $3 - x < 2x^2$ (5)

1.2 Bepaal die waardes van x en y indien beide vergelykings gelyktydig opgelos kan word:

$$2x + y = 3$$
$$x^2 + y + x = y^2$$
(8)

1.3 Gegee x = 999 999 999 999, bepaal die presiese waarde van $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Dui AL jou berekeninge aan. (3)

1.4 Verduidelik waarom die vergelyking $\frac{x^4 + 1}{x^4} = \frac{1}{2}$ geen reële wortels het nie. (2)

[26]

VRAAG 2

2.1 Beskou die ry: $\frac{1}{2}\,;\,4\,;\,\frac{1}{4}\,;\,7\,;\,\frac{1}{8}\,;\;10\,;\,...$

2.1.1 Indien die patroon op dieselfde manier voortgaan, skryf die volgende TWEE terme van die ry neer. (2)

2.1.2 Bereken die som van die eerste 50 terme van die ry. (7)

2.2 Beskou die ry: 8 ; 18 ; 30 ; 44 ; …

2.2.1 Gee die volgende TWEE terme van die ry indien die patroon op dieselfde manier voortgaan. (2)

2.2.2 Bereken die n^{de} term van die ry. (6)

2.2.3 Watter term van die ry is 330? (4)

[21]

VRAAG 3

Gegee die meetkundige reeks: $8x^2 + 4x^3 + 2x^4 + ...$

3.1 Bepaal die n^{de} term van die reeks. (1)

3.2 Vir watter waarde(s) van x sal die reeks konvergeer? (3)

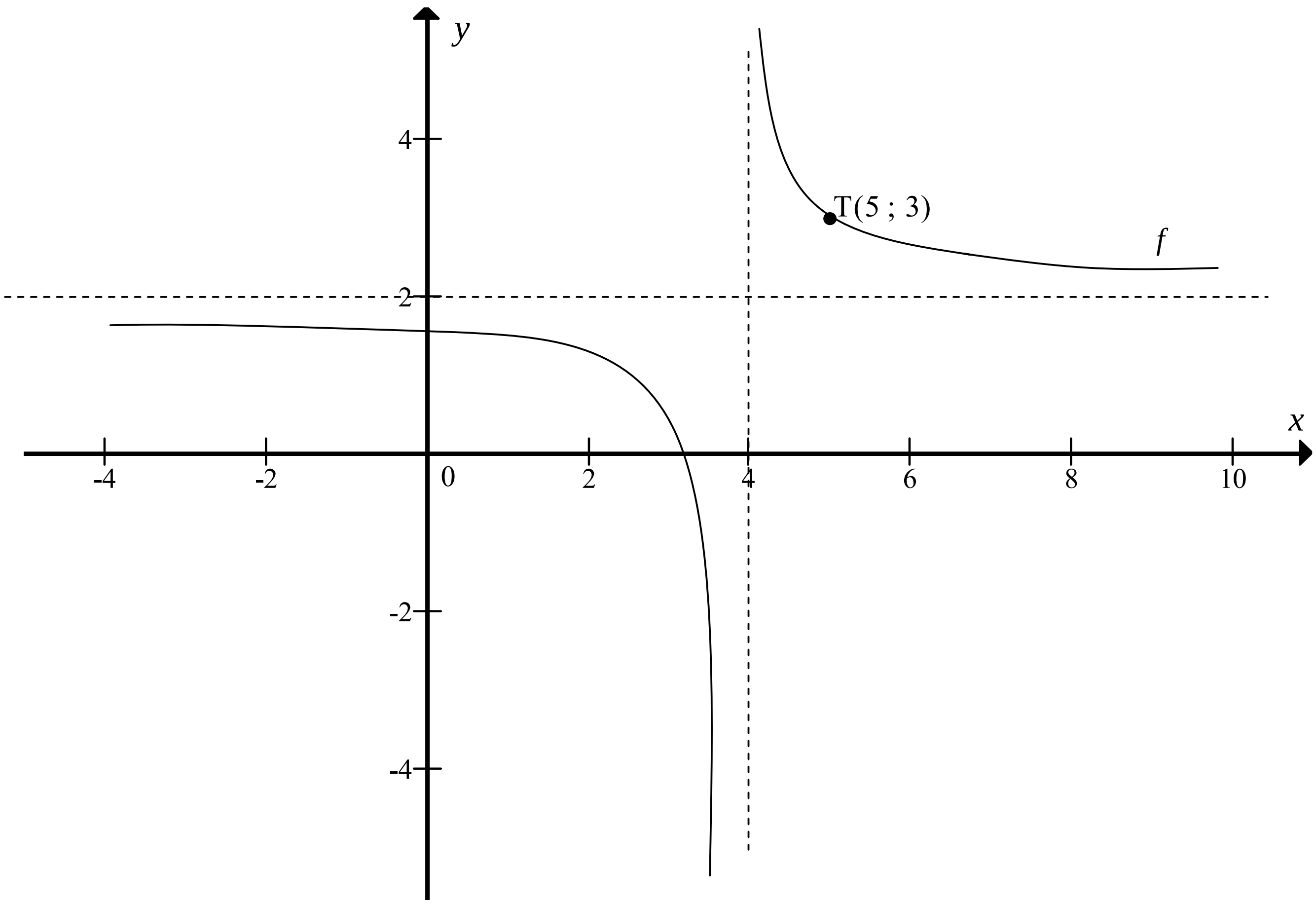
3.3 Bereken die som tot oneindigheid van die reeks indien $x = \frac{3}{2}$. (3)

[7]

VRAAG 4

Die diagram hieronder stel die grafiek van $f(x) = \dfrac{a}{x-p} + q$ voor.

T(5 ; 3) is 'n punt op f.



4.1 Bepaal die waardes van a, p en q. (4)

4.2 Indien die grafiek van f oor die lyn met vergelyking $y = -x + c$ gereflekteer word, sal die nuwe grafiek met die grafiek van $y = f(x)$ saamval. Bepaal die waarde van c. (3)

[7]

VRAAG 5

Gegee: $h(x) = 4^x$ en $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$.

5.1 Skets die grafieke van h en f op die diagramvel voorsien. Dui AL die snypunte met die asse, asook enige draaipunte aan. (8)

5.2 Sonder enige verdere berekeninge, skets die grafiek van $y = \log_4 x = g(x)$ op dieselfde assestelsel. (2)

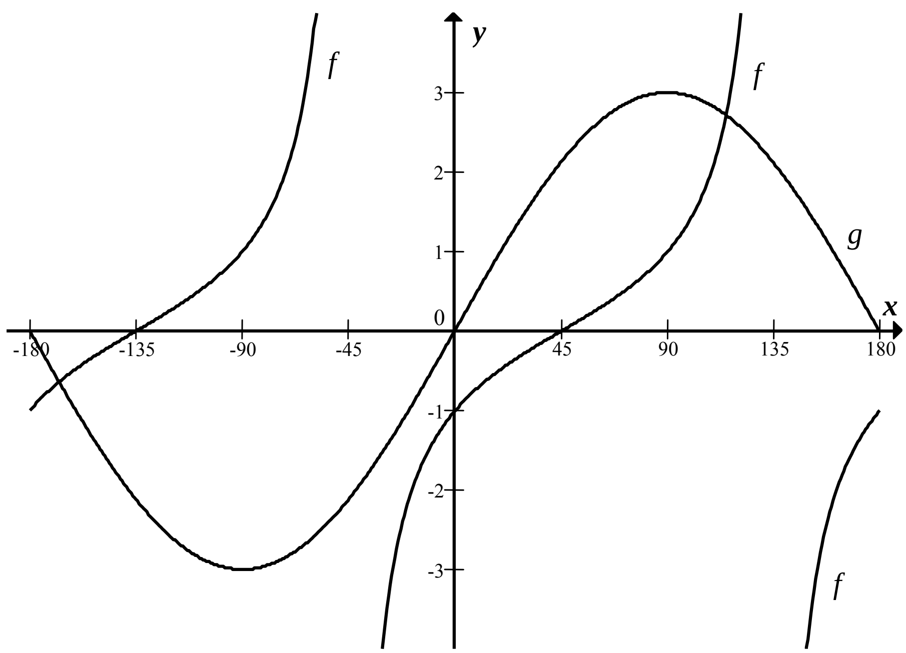
5.3 Die grafiek van f word 2 eenhede na LINKS geskuif. Skryf die vergelyking van die nuwe grafiek neer. (2)

5.4 Bewys algebraïes dat $h\left(x + \dfrac{1}{2}\right) = 2h(x)$. (3)

[15]

VRAAG 6

Die grafieke van die funksies $f(x) = \tan(x - 45°)$ en $g(x) = 3\sin x$ vir $x \in [-180°\,;180°]$, is hieronder geskets.



6.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van $y = f(x)$ vir $x \in [-90°\,;180°]$ neer. (2)

6.2 Beskryf die transformasie van die grafiek van f na h indien $h(x) = \tan(45° - x)$. (2)

6.3 Die periode van g is verminder na 180° en die amplitude en y-afsnit bly dieselfde. Skryf die vergelyking van die gevolglike funksie neer. (2)

[6]

VRAAG 7

7.1 R1 570 is belê teen 12% p.j. saamgestelde rente. Na verloop van hoeveel jaar sal die waarde van die belegging R23 000 wees? (4)

7.2 'n Boer het so pas 'n nuwe trekker vir R800 000 gekoop. Hy het besluit om die trekker na 5 jaar te vervang wanneer die inruilwaarde van die trekker R200 000 sal wees. Daar word verwag dat die vervangingswaarde van die trekker teen 8% per jaar sal verhoog.

7.2.1 Die boer wil sy huidige trekker na 5 jaar met 'n nuwe trekker vervang. Die boer wil kontant betaal vir die nuwe trekker nadat hy sy huidige trekker vir R200 000 ingeruil het. Hoeveel sal hy moet betaal? (3)

7.2.2
- Een maand nadat hy sy huidige trekker gekoop het, deponeer die boer x rand in 'n rekening met 'n rentekoers van 12% p.j., maandeliks saamgestel.
- Hy gaan voort om aan die einde van elke maand dieselfde bedrag vir 'n totaal van 60 maande te deponeer.
- Aan die einde van 60 maande het hy die presiese bedrag wat nodig is om 'n nuwe trekker te koop nadat hy die ou trekker ingeruil het.

Bereken die waarde van x. (6)

7.2.3 Veronderstel dat hy 12 maande na die aankoop van die huidige trekker en elke 12 maande daarna, R5 000 uit sy rekening onttrek om vir onderhoud van die trekker te betaal. Indien hy 5 sulke onttrekkings maak, wat sal die nuwe maandelikse deposito wees? (4)

[17]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels indien $f(x) = -3x^2$. (5)

8.2 Bepaal deur van die reëls van differensiasie gebruik te maak:

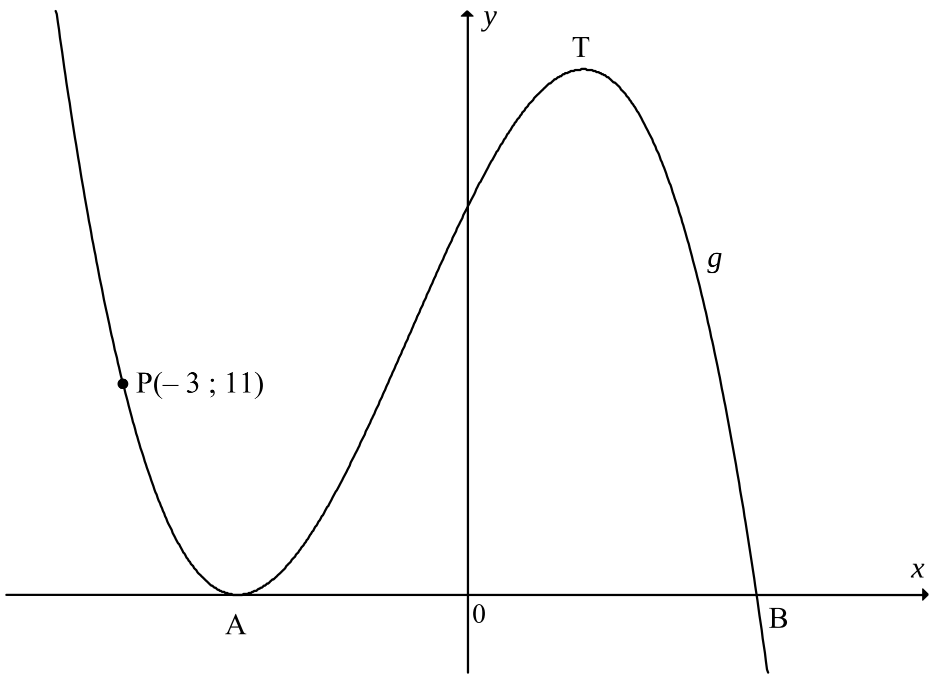
$$\frac{dy}{dx} \text{ indien } y = \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{6x^3}$$

Toon AL die berekeninge. (3)

[8]

VRAAG 9

Die grafiek van $g(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x + 20 = -(2x-5)(x+2)^2$ is hieronder geskets.
A en T is draaipunte van g. A en B is die x-afsnitte van g.
P(– 3 ; 11) is 'n punt op die grafiek.



9.1 Bepaal die lengte van AB. (2)

9.2 Bepaal die x-koördinaat van T. (4)

9.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan g by P(– 3 ; 11), in die formaat $y = \ldots$ (5)

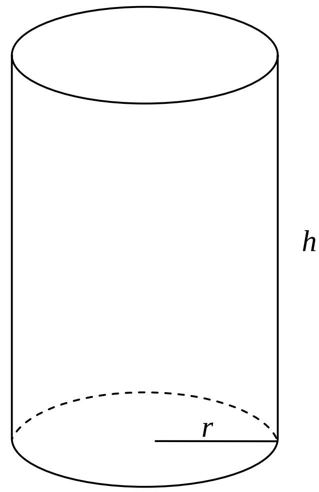
9.4 Bepaal die waarde(s) van k waarvoor $-2x^3 - 3x^2 + 12x + 20 = k$ drie definitiewe wortels het. (3)

9.5 Bepaal die x-koördinaat van die buigpunt (infleksiepunt). (4)

[18]

VRAAG 10

'n Glas, in die vorm van 'n silinder, moet 200 mℓ vloeistof hou as dit vol is.



10.1 Wys dat die hoogte van die glas, *h*, as $h = \dfrac{200}{\pi r^2}$ uitgedruk kan word. (2)

10.2 Wys dat die totale oppervlakarea van die glas as $S(r) = \pi r^2 + \dfrac{400}{r}$ uitgedruk kan word. (2)

10.3 Bepaal gevolglik die waarde van *r* waarvoor die totale oppervlakarea van die glas 'n minimum is. (5)

[9]

VRAAG 11

Amina besit 'n klein fabriek wat twee tipes selfone vervaardig, naamlik Acuna en Matata selfone.

- Elke Acuna selfoon benodig 10 man-ure om te vervaardig en elke Matata selfoon benodig 8 man-ure om te vervaardig.
- Elke Acuna selfoon benodig 3 man-ure in die toetsafdeling en elke Matata selfoon benodig 4 man-ure in die toetsafdeling.
- Die vervaardigingsafdeling het 'n maksimum van 800 man-ure beskikbaar per week.
- Die toetsafdeling het 'n maksimum van 360 man-ure beskikbaar per week.
- Die fabriek moet ten minste 60 van die Matata selfone per week vervaardig.

Laat x die aantal Acuna selfone wat in een week vervaardig word, voorstel.
Laat y die aantal Matata selfone wat in een week vervaardig word, voorstel.

11.1 Skryf die beperkinge, in terme van x en y neer wat die inligting hierbo voorstel. (3)

11.2 Gebruik die aangehegte grafiekpapier (DIAGRAMVEL 2) om hierdie beperkinge grafies voor te stel. (5)

11.3 Dui die gangbare gebied duidelik aan deur dit te skakeer. (1)

11.4 Indien die wins op een Acuna selfoon R200 is en die wins op een Matata selfoon R250 is, gee die uitdrukking wat die wins, P, op die selfone sal voorstel. (1)

11.5 Maak gebruik van 'n soeklyn en jou grafiek en bepaal die aantal Acuna en Matata selfone wat 'n maksimum wins sal gee indien aanvaar word dat alles uitverkoop is. Skets 'n soeklyn op jou grafiek. (3)

11.6 Indien die winsfunksie van die fabriek $P = 180x + 240y$ is, sal daar enige verskil in die optimale oplossing wees? Gee 'n rede vir jou antwoord. (3)
[16]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE
INFORMATION SHEET: MATHEMATICS

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad$ $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad$ $\sum_{i=1}^{n} \left(a+(i-1)d\right) = \frac{n}{2}\left(2a+(n-1)d\right)$

$\sum_{i=1}^{n} ar^{i-1} = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $\quad r \neq 1$ $\quad$ $\sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC:

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad$ $area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

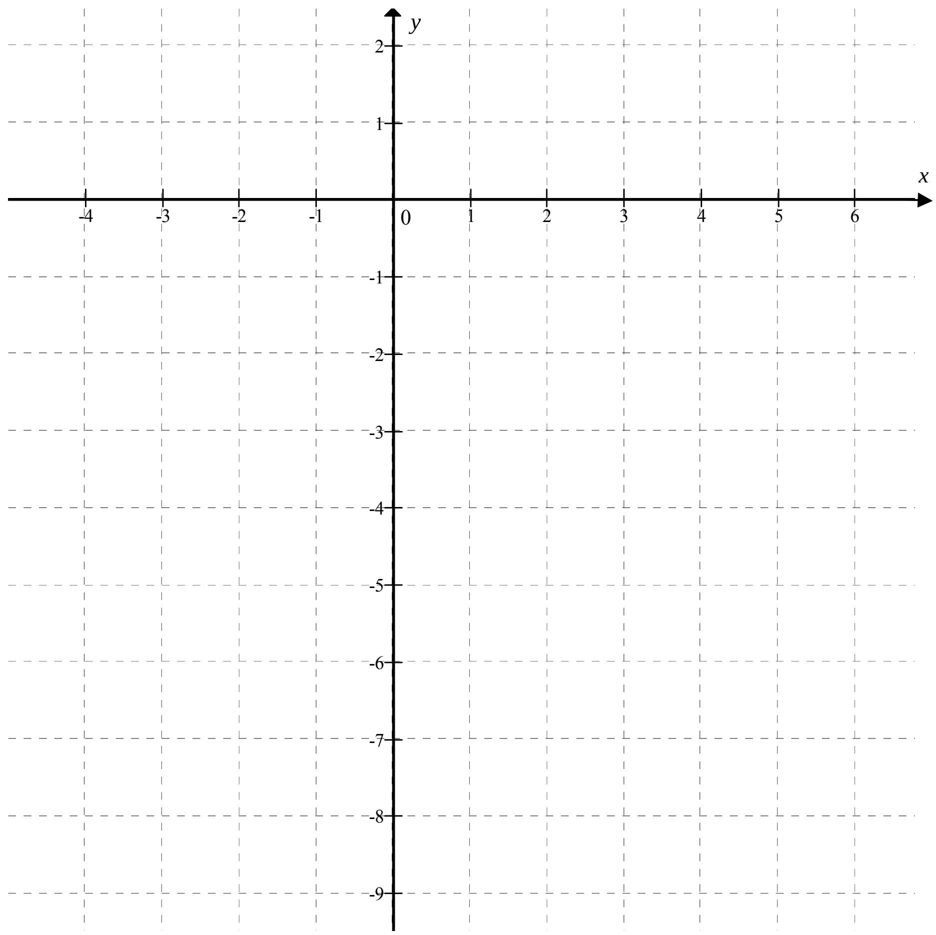
$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 5.1 EN 5.2



EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 11.2 EN 11.3