



# education

---

Department:  
Education  
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

## **NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**WISKUNDE V2  
NOVEMBER 2008**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 'n inligtingsblad en 4 diagramvelle.**

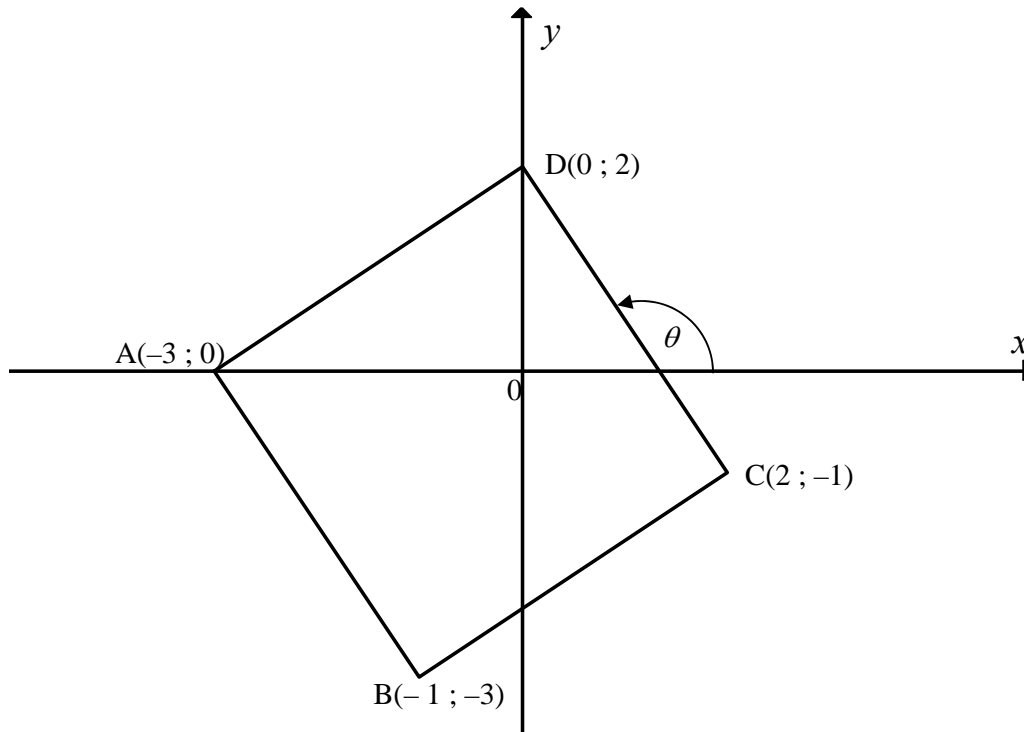
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende inligting noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van die antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. 'n Goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.
4. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
5. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
6. VIER diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 3.2, VRAAG 8.2, VRAAG 10.1, VRAAG 10.2 en VRAAG 11.1 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou eksamenommer in die ruimtes gelaat op hierdie velle en lewer dit saam met jou ANTWOORDEBOEK in.
7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjiese werk in te lewer.

**VRAAG 1**

ABCD is 'n vierhoek met hoekpunte  $A(-3;0)$ ,  $B(-1;-3)$ ,  $C(2;-1)$  en  $D(0;2)$ .

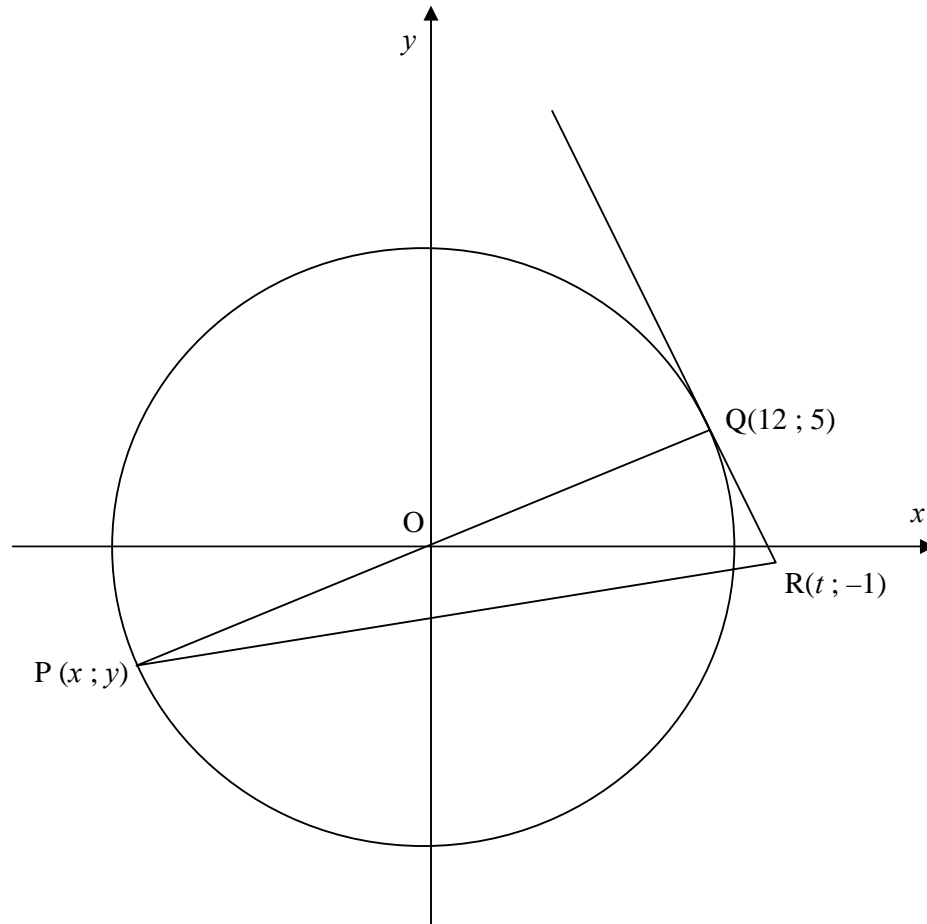


- 1.1 Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van AC. (2)
- 1.2 Dui aan dat AC en BD mekaar halveer. (3)
- 1.3 Bewys dat  $\hat{ADC} = 90^\circ$ . (4)
- 1.4 Dui aan dat ABCD 'n vierhoek is. (6)
- 1.5 Bepaal die grootte van  $\theta$ , die inklinasiehoek van DC, korrek tot EEN desimale plek. (3)
- 1.6 Lê C binne of buite die sirkel met senter  $(0; 0)$  en radius 2? Motiveer jou antwoord. (2)

**[20]**

**VRAAG 2**

O is die middelpunt van die sirkel in die figuur hieronder.  $P(x ; y)$  en  $Q(12 ; 5)$  is twee punte op die sirkel.  $POQ$  is 'n reguitlyn. Die punt  $R(t ; -1)$  lê op die raaklyn aan die sirkel by  $Q$ .



- 2.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (3)
- 2.2 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn deur P en Q. (2)
- 2.3 Bepaal  $x$  en  $y$ , die koördinate van P. (2)
- 2.4 Dui aan dat die gradiënt van QR gegee word deur  $-\frac{12}{5}$ . (2)
- 2.5 Bepaal die vergelyking van die raaklyn QR in die formaat  $y = \dots$  (3)
- 2.6 Bereken die waarde van  $t$ . (2)
- 2.7 Bepaal 'n vergelyking van die sirkel met middelpunt  $Q(12 ; 5)$  wat deur die oorsprong gaan. (3)

**[17]**

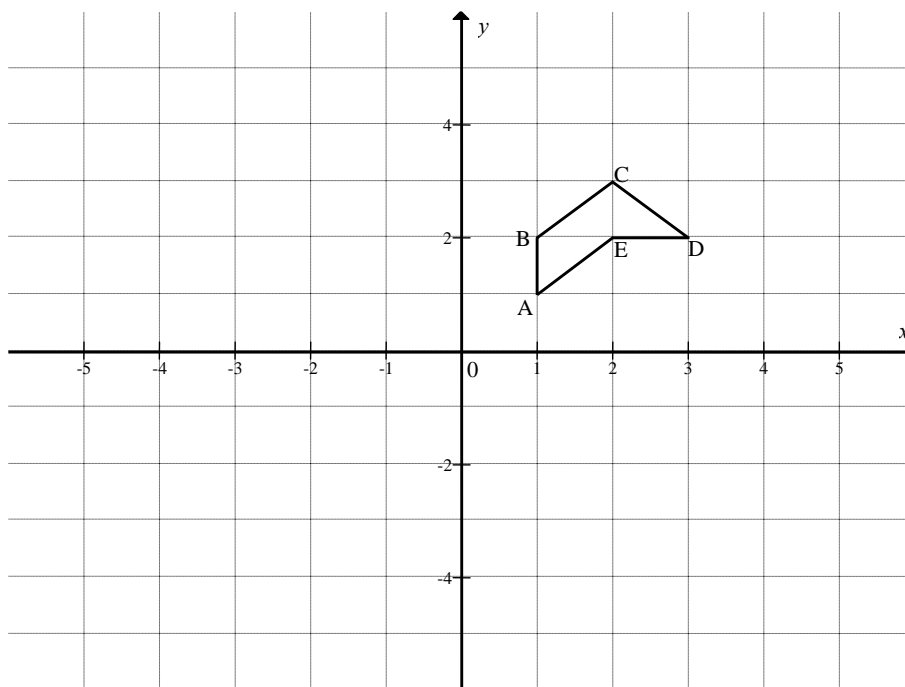
**VRAAG 3**

3.1 Die punt  $P(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$  lê in die Cartesiese vlak. Bepaal die koördinate van die beeld van P indien:

3.1.1 P in die lyn  $y = x$  gereflekteer word. (2)

3.1.2 P om die oorsprong deur  $180^\circ$  geroteer word. (2)

3.2 Die hoekpunte van die veelhoek ABCDE is op die rooster aangedui. Die koördinate is: A(1 ; 1), B(1 ; 2), C(2 ; 3), D(3 ; 2) en E(2 ; 2). Elke punt van ABCDE in die rooster hieronder word om die oorsprong in 'n kloksgewyse rigting deur 'n hoek van  $90^\circ$  geroteer.



3.2.1 Gee die koördinate van  $D'$ , die beeld van D. (1)

3.2.2 Skets en benoem die hoekpunte  $A' B' C' D' E'$ , die beeld van ABCDE op DIAGRAMVEL 1. (5)

3.2.3 Die veelhoek  $A' B' C' D' E'$  word dan deur die oorsprong met 'n faktor van 3 vergroot om sodoende die veelhoek  $A'' B'' C'' D'' E''$  te gee. Skryf die koördinate van  $D''$ , die beeld van  $D'$ , neer. (2)

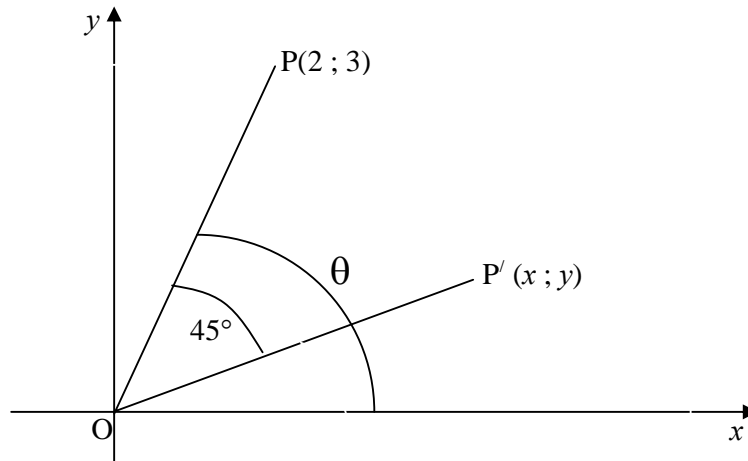
3.2.4 Skryf neer die algemene transformasie van 'n punt  $(x ; y)$  in ABCDE na  $(x'' ; y'')$  nadat ABCDE die twee transformasies hierbo ondergaan het. Dit is rotasie in 'n kloksgewyse rigting deur 'n hoek van  $90^\circ$  gevolg deur 'n vergroting deur die oorsprong met 'n faktor van 3. (4)

3.2.5 Bereken die verhouding van Area ABCDE : Area  $A'' B'' C'' D'' E''$ . (2)

**[18]**

**VRAAG 4**

Bepaal die koördinate  $x$  en  $y$  van  $P'$ , die beeld van  $P(2; 3)$  as  $OP$  om die oorsprong deur 'n hoek van  $45^\circ$  in 'n kloksgewyse rigting geroteer word.



[7]

**VRAAG 5**

5.1 MOENIE 'n sakrekenaar gebruik in die beantwoording van hierdie vraag nie. Wys AL die berekeninge.

Bewys dat:

$$5.1.1 \quad \frac{\tan 480^\circ \cdot \sin 300^\circ \cdot \cos 14^\circ \cdot \sin(-135^\circ)}{\sin 104^\circ \cdot \cos 225^\circ} = \frac{3}{2} \quad (6)$$

$$5.1.2 \quad \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4} \quad (4)$$

5.2 Bewys dat  $\cos(90^\circ - 2x) \cdot \tan(180^\circ + x) + \sin^2(360^\circ - x) = 3 \sin^2 x$  (6)  
[16]

**VRAAG 6**

6.1 6.1.1 Bewys dat  $(\tan x - 1)(\sin 2x - 2 \cos^2 x) = 2(1 - 2 \sin x \cos x)$  (5)

6.1.2 Bepaal die algemene oplossing vir:  $\frac{\tan x - 1}{2} = -3$  korrek tot EEN desimale plek. (5)

6.2 Indien  $\cos \beta = \frac{p}{\sqrt{5}}$  met  $p < 0$  en  $\beta \in [180^\circ; 360^\circ]$ , bepaal, deur van 'n diagram gebruik te maak, 'n uitdrukking in terme van  $p$  vir:

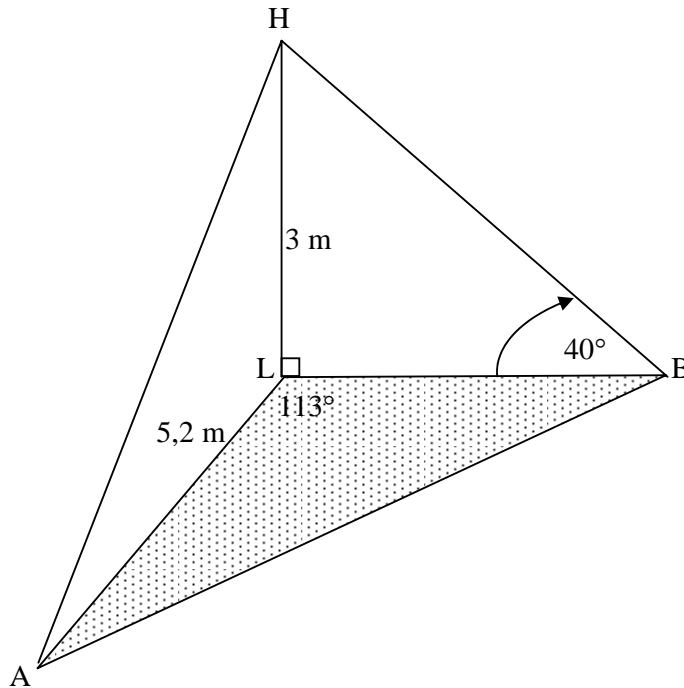
6.2.1  $\tan \beta$  (4)

6.2.2  $\cos 2\beta$  (3)

[17]

**VRAAG 7**

A, B en L is punte in dieselfde horisontale vlak, HL is 'n vertikale paal met 'n lengte van 3 meter,  $AL = 5,2$  m, die hoek  $\hat{ALB} = 113^\circ$  en die hoogtehoek van H na B is  $40^\circ$ .



- 7.1 Bereken die lengte van LB. (2)
- 7.2 Bereken gevolglik of andersins die lengte van AB. (4)
- 7.3 Bepaal die area van  $\triangle ABL$ . (4)
- [10]**

**VRAAG 8**

Gegee die funksies  $f(x) = \cos 3x$  en  $g(x) = \sin x$  vir  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ .

- 8.1 Los op vir  $x$  indien  $f(x) = g(x)$ . (8)
- 8.2 Skets die grafieke van  $f$  en  $g$  op die assestelsel op DIAGRAMVEL 2 vir  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ . (6)
- 8.3 Los op vir  $x$  indien  $f(x) \leq g(x)$  as  $x \in [-90^\circ; 0^\circ]$ . (3)
- [17]**

**VRAAG 9**

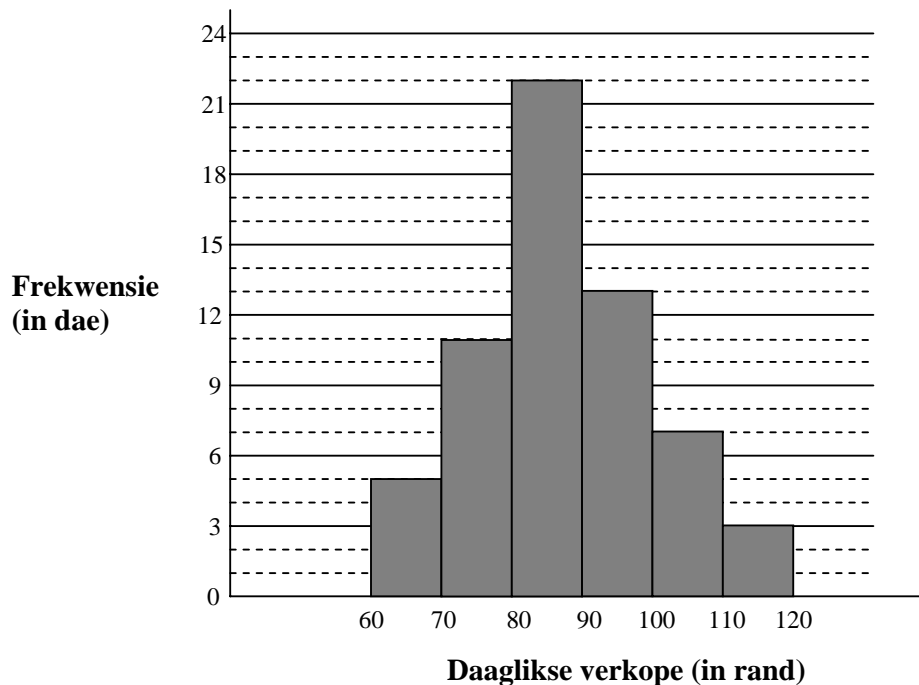
Die tyd geneem, in minute, deur 'n groep van 10 hardlopers om 'n 5 kilometer-wedloop af te lê, word hieronder gegee:

18    21    16    24    28    20    22    29    19    23

- 9.1        Bereken die gemiddelde tyd wat nodig is om die wedloop te voltooi. (2)
- 9.2        Bereken die standaardafwyking van die tyd benodig om die wedloop te voltooi. (4)  
(Gebruik die formule op die inligtingsblad.)
- 9.3        Hoeveel hardlopers het die wedloop voltooi binne een standaardafwyking vanaf die gemiddelde? (2)  
**[8]**

**VRAAG 10**

'n Straatverkoper het rekord gehou van die verkope vir November en Desember 2007. Die daaglikse verkope in rand word in die histogram hieronder gewys.



- 10.1        Op DIAGRAMVEL 3, voltooi die kumulatiewe frekwensietabel vir die verkope van November en Desember. (3)
- 10.2        Skets 'n ogief vir die verkope van November en Desember op DIAGRAMVEL 3. (3)
- 10.3        Gebruik jou ogief om die mediaanwaarde vir die daaglikse verkope te bepaal. Verduidelik hoe jy jou antwoord verkry het. (1)
- 10.4        Skat die interval van die boonste 25% van die daaglikse verkope. (2)  
**[9]**



**VRAAG 11**

'n Valskermspringer spring uit 'n helikopter en sy hoogte bo grondvlak word op verskeie stadiums geskat nadat hy sy valskerm oopgemaak het. Die volgende tabel gee die resultate van die waarnemings waar  $y$  sy hoogte bo grondvlak in meter gee en  $t$  die tyd in sekondes nadat hy sy valskerm oopgemaak het, verteenwoordig.

$t$	2	3	4	5	6	7	8
$y$	500	300	200	120	70	40	20

11.1 Op DIAGRAMVEL 4, teken 'n spreidiagram van die inligting hierbo. (2)

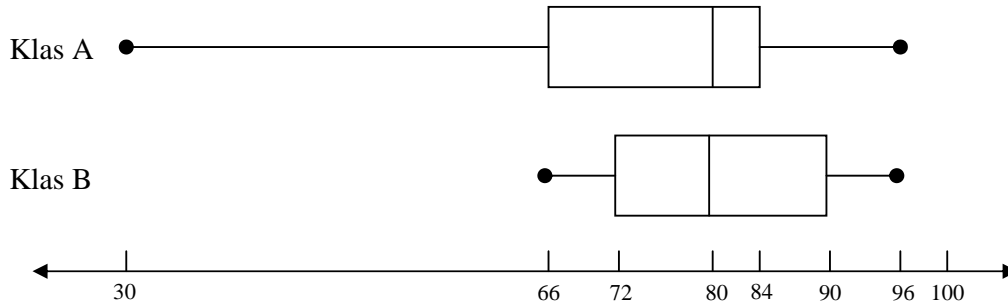
11.2 Beskryf die kurwe van beste pas. (1)

11.3 Gebruik die spreidiagram om die hoogte van die valskerm-springer 5,5 sekondes nadat hy sy valskerm oopgemaak het, te skat. (1)

[4]

**VRAAG 12**

Die mond-en-snor-diagramme hieronder som die finale toetspunte van twee van mnr. Jack se Wiskunde-klasse van dieselfde graad, op.



12.1 Beskryf die kenmerke van die punte wat dieselfde is vir beide klasse. (2)

12.2 Bereken die interkwartiel-variasiewydte vir Klas B. (2)

12.3 Mnr. Jack bestudeer die mediaan van elke klas en rapporteer dat daar geen betekenisvolle verskil tussen die prestasie van die klasse is nie. Is mnr. Jack se afleiding geldig? Ondersteun jou antwoord met redes. (3)

[7]

**TOTAAL: 150**

**INLICHTINGSBLAD: WISKUNDE**  
**INFORMATION SHEET: MATHEMATICS**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n (a + (i-1)d) = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\sum_{i=1}^n ar^{i-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1-r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In  $\triangle ABC$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

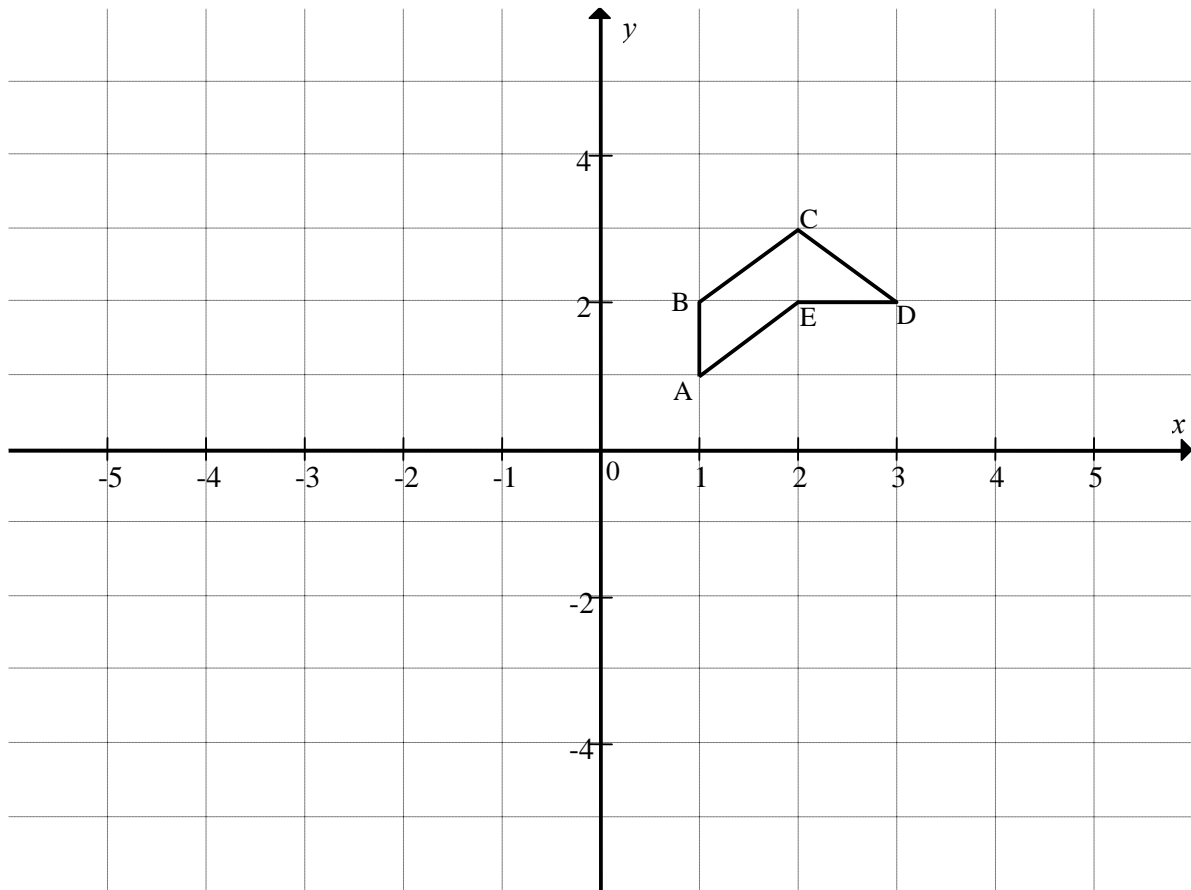
$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

**EKSAMENNOMMER:**

**DIAGRAMVEL 1**

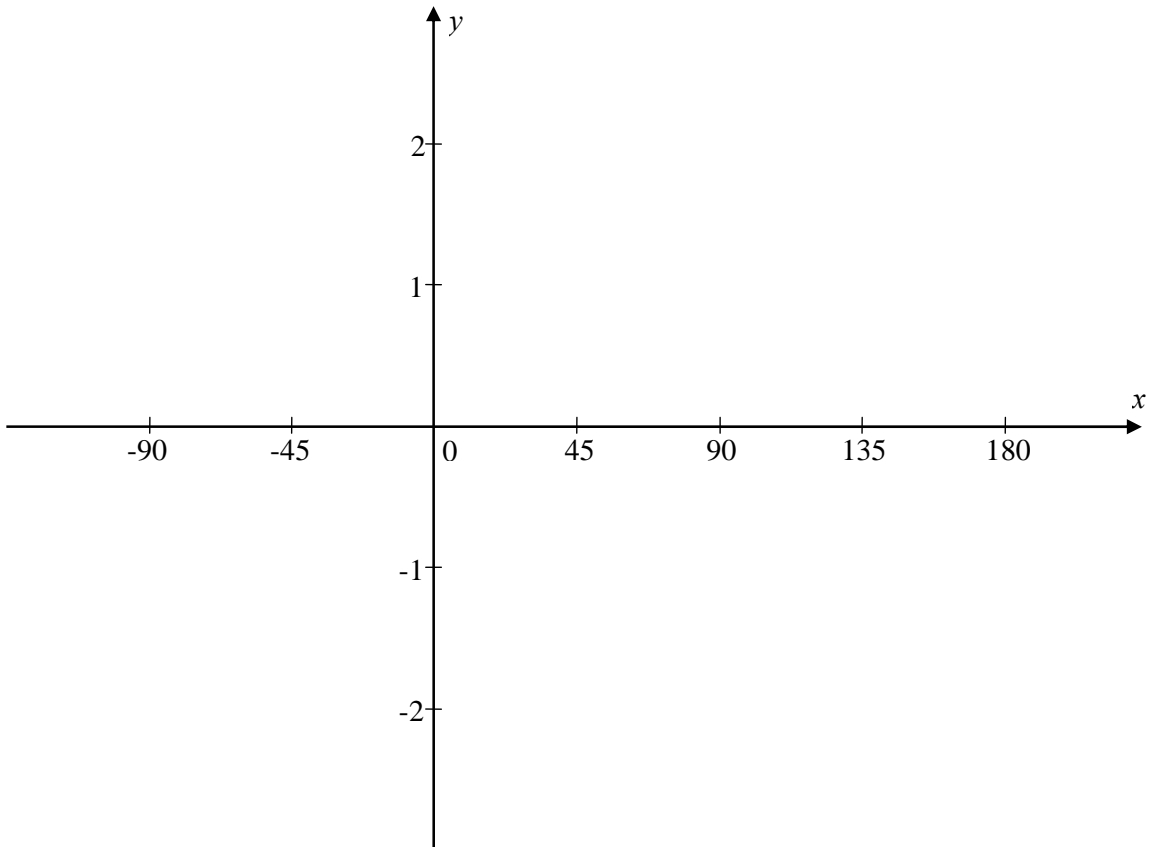
**VRAAG 3.2**



**EKSAMENNOMMER:**

**DIAGRAMVEL 2**

**VRAAG 8.2**



**EKSAMENNOMMER:**

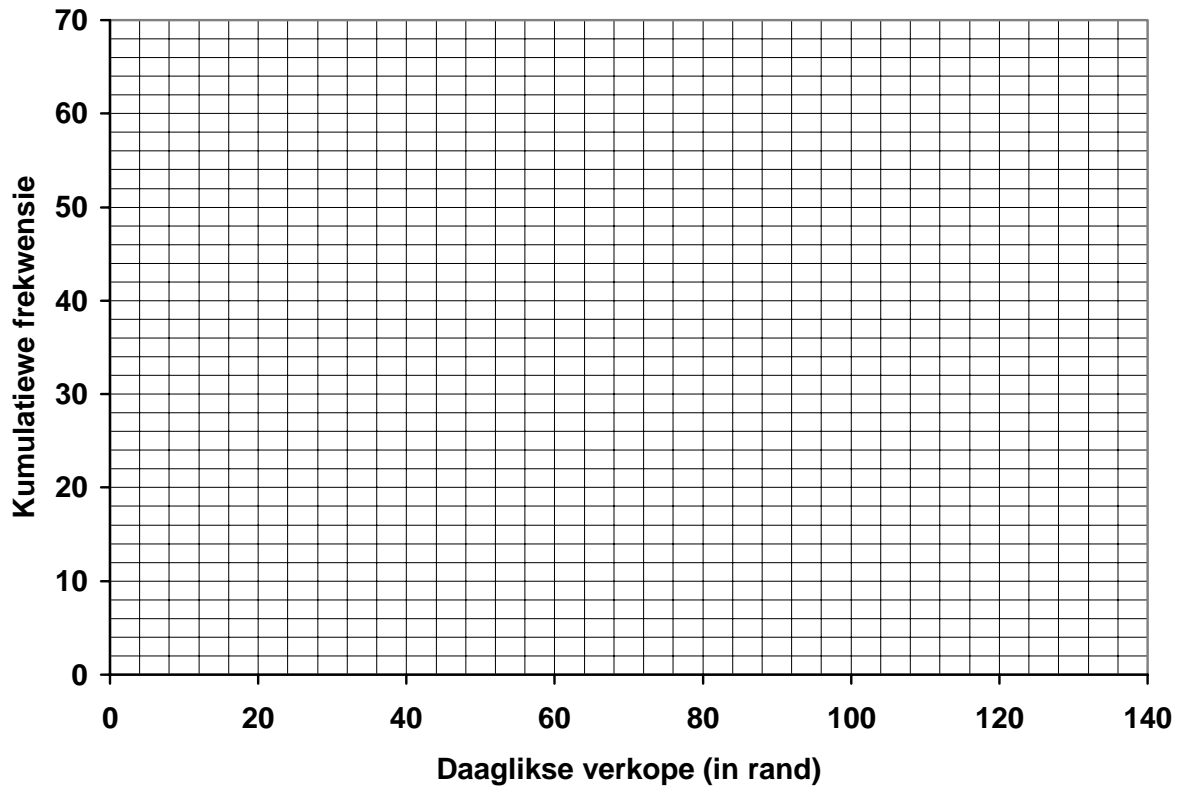
**DIAGRAMVEL 3**

**VRAAG 10.1**

DAAGLIKSE VERKOPE	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE

**VRAAG 10.2**

**Verkope vir November en Desember 2007**



**EKSAMENNOMMER:**

**DIAGRAMVEL 4**

**VRAAG 11.1**

