



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

**WISKUNDE V3
NOVEMBER 2008
MEMORANDUM**

PUNTE: 100

Hierdie memorandum bestaan uit 11 bladsye.

<p>VRAAG 1</p> <p>1.1 $T_1 = 2; T_n = T_{n-1} + 4$</p> <p>1.2 $T_n = 2 + (n-1)4 = 4n - 2$</p>	<p>✓ $T_1 = 2$ ✓ +4 ✓ rekursie gebruik (3) ✓✓ formule in terme van n (2) [5]</p>
<p>VRAAG 2</p> <p>2.1 Ongeveer 2 %</p> <p>2.2 Ongeveer 16 %</p> <p>2.3 Nee, want daar is werknemers wat (minder as 2%) minder as R3 000,00 per maand verdien. Hierdie werknemers sal nie 'n aanvaarbare lewenstyl kan handhaaf nie.</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Ja, daar is 'n regverdige verdeling van salarisse want die meerderheid van werknemers, naamlik 68% verdien 'n salaris van tussen R5 900 en R11 800 per maand. Sekere werknemers mag meer verantwoordlikhede hê of langer ure werk en moet dus dienooreenkomstig vergoed word. Minder as 2% verdien minder as R3 850,00.</p>	<p>✓✓ antwoord (2) ✓✓ antwoord (2) ✓✓✓ antwoord (3) [7]</p>

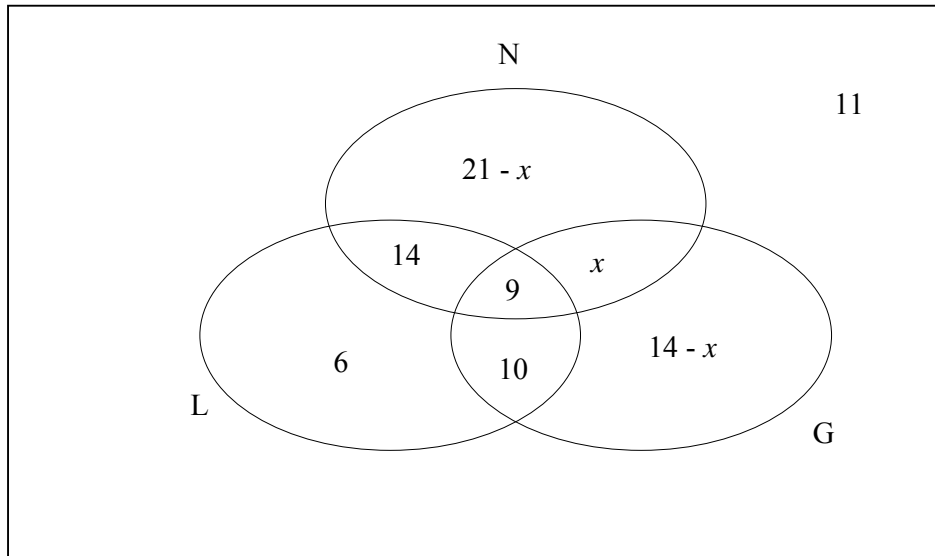
VRAAG 3		
3.1	65% van 7 800 = 5 070	✓ ✓ antwoord (2)
3.2	<p>Nee.</p> <p>Dit is net die opinie van 'n klein steekproef uit die populasie van Suid-Afrika. Die opinie van die meerderheid is nie gehoor nie. Dit is ook nie bekend of die steekproef verteenwoordigend was van die populasie nie.</p> <p>Die resulte van die opname is op grond van die volgende redes ongeldig:</p> <p>Slegs die persone wat na dié spesifieke program gekyk het, kon deelneem.</p> <p>Mense wat nie na hierdie program gekyk het nie, was nie eens bewus van so 'n opname nie.</p> <p>Respondente het 'n selfoon benodig om te kon deelneem.</p> <p>Kykers sonder 'n selfoon kon nie deelgeneem het nie.</p> <p>Kykers met selfone, maar geen lugtyd, kon ook nie deelgeneem het nie.</p>	<p>✓ nee</p> <p>✓ verduideliking - verteenwoordiging</p> <p>✓ verduideliking – program nie gekyk; geen selfoon</p> <p>(3)</p> <p>[5]</p>

VRAAG 4

4.1.1 11 studente

✓antwoord (1)

4.1.2 Laat N die aantal studente wat die *National Geographic*-tydskrif lees, G die studente wat die *Getaway*-tydskrif lees en L die studente wat die *Leadership*-tydskrif lees, voorstel.



✓ 6
✓ 11
✓ $21 - x$
✓ $14 - x$
✓ ander waardes (5)

4.1.3 $21 - x + x + 14 - x + 9 + 14 + 10 + 6 + 11 = 80$
 $85 - x = 80$
 $x = 5$

✓ ✓ opstel van vergelyking
✓ vereenvoudiging (3)

4.1.4 $P(\text{student lees ten minste twee tydskrifte}) = \frac{5 + 14 + 10 + 9}{80} = 0,475$

✓ teller
✓ deel deur 80
✓ antwoord (3)

4.2.1

$P(\text{rook deur toestel A of toestel B bespeur})$
 $= P(\text{rook deur A bespeur}) + P(\text{rook deur B bespeur}) - P(\text{rook deur beide bespeur})$
 $= 0,95 + 0,98 - 0,94$
 $= 0,99$

✓ formule
✓ substitusie van waarskynlikhede
✓ antwoord (3)

4.2.2 $P(\text{rook nie bespeur nie}) = 1 - 0,99 = 0,01$

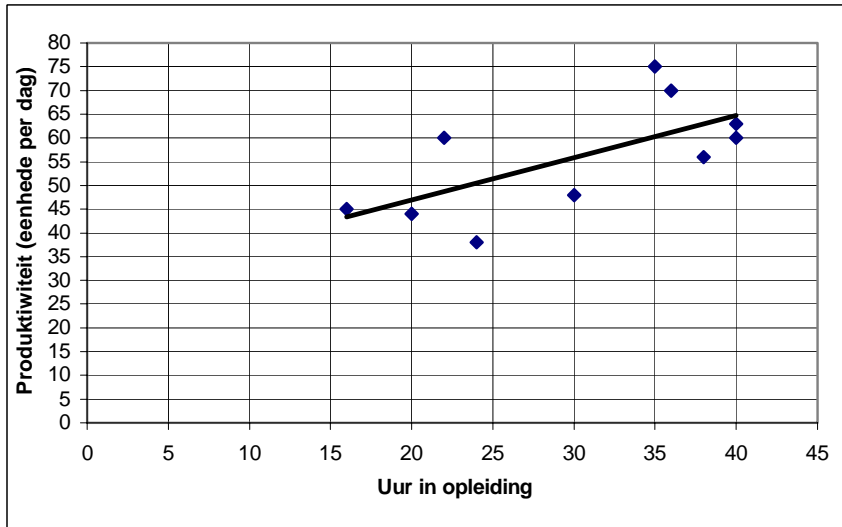
✓ antwoord (1)
[16]

VRAAG 5	
5.1.1 Die aantal verskillende ete-kombinasies is $= 3 \times 4 \times 2 = 24$.	✓vermenigvuldigingreël ✓antwoord (2)
5.1.2 Die aantal verskillende ete-kombinasies met hoender as hoofgereg $= 3 \times 2 \times 2 = 12$	✓vermenigvuldigingreël ✓antwoord (2)
5.2.1 Enige leerder in enige posisie: $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ $= 720$ verskillende maniere.	✓vermenigvuldigingreël ✓antwoord (2)
5.2.2 Hierdie 2 spesifieke leerders kon op 2 verskillende maniere gerangskik word. Beskou hulle as 'n enkele groep. Hierdie groep en die vier oorblywende leerders gee 5 voorwerpe wat lei tot resulte van rangskikking in $5! = 120$ verskillende maniere. Dus kan hierdie twee spesifieke leerders op $2 \times 120 = 240$ verskillende maniere langs mekaar sit.	✓vermenigvuldigingreël – 2 leerders ✓vermenigvuldigingreël – 5 voorwerpe ✓antwoord (3)
	[9]

NOTA: Volgens die Nasionale Kurrikulumstelling moet die oplossings van datahanteringsprobleme met die sakrekenaar gedoen word. Die alternatief tot die sakrekenaar is die pen-en-papiermetode hieronder.

VRAAG 6

6.1 & 6.3



✓✓ stip van punte
✓ byskrifte (3)

✓✓ kleinste kwadratelyn (6.3) (2)

6.2 D.m.v. 'n sakrekenaar : $a = 29,22$ (29.21542...)
 $b = 0,89$ (0,886530...)
∴ vergelyking van kleinste kwadratelyn is $y = 29,22 + 0,89x$

✓✓ bereken die waarde van a
✓✓ bereken die waarde van b (4)

ALTERNATIEF

	x	y	$(x - \bar{x})$	$(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
	16	45	-14,1	-10,9	153,69	198,81	118,81
	36	70	5,9	14,1	83,19	34,81	198,81
	20	44	-10,1	-11,9	120,19	102,01	141,61
	38	56	7,9	0,1	0,79	62,41	0,01
	40	60	9,9	4,1	40,59	98,01	16,81
	30	48	-0,1	-7,9	0,79	0,01	62,41
	35	75	4,9	19,1	93,59	24,01	364,81
	22	60	-8,1	4,1	-33,21	65,61	16,81
	40	63	9,9	7,1	70,29	98,01	50,41
	24	38	-6,1	-17,9	109,19	37,21	320,41
Som	301	559	0	0	639,1	720,9	1290,9
Gemiddeld	30,1	55,9					

✓✓ bereken die waarde van b

✓✓ bereken die waarde van a (4)

Oorweeg die vergelyking van die kleinste kwadratelyn is $\hat{y} = a + bx$

$$b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2} = \frac{639,1}{720,9} = 0,89 \quad (0,88653)$$

<p>Gebruik $\hat{y} = a + bx$ en \bar{x} en \bar{y} , $55,9 = a + (0,88653)(30,1)$ $a = 29,22$ $(29,21542516)$</p> <p>Dus die vergelyking van die kleinstekwadratelyn is $y = 29,22 + 0,89x$</p> <p>6.4 $y = 29,22 + (0,89)(22)$ $= 48,8$</p> <p>Die werknemer met 22 uur se opleiding sal ongeveer 49 eenhede vervaardig.</p> <p>6.5 $s_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1290,9}{10}} = 11,36$ $s_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{720,9}{10}} = 8,49$</p> <p>Gebruik $b = r \frac{s_y}{s_x}$, dan is $0,89 = r \frac{11,36}{8,49}$ $r = 0,66$</p> <p>6.6 Daar is 'n redelike sterk positiewe verwantskap tussen die ure van opleiding en die produktiwiteitsvlakke. Alhoewel die waarde van r nie 'n baie sterk verwantskap tussen die ure van opleiding en produktiwiteitsvlakke aandui nie. Ek sal voorstel dat die bestuurder die opleidingsprogram hersien ten einde meer aan die eise van die werk te kan voldoen.</p>	<p>✓ substitusie 22</p> <p>✓ antwoord (2)</p> <p>✓✓✓ bereken die waarde van r (3) (of indien van sakrekenaar gelees – volpunte)</p> <p>✓ positief ✓ raad aan bestuurder (2)</p> <p>[16]</p>
--	--

VRAAG 7	
7.1.1 gelyk aan twee keer die hoek onderspan deur dieselfde koord op die omtrek	✓ antwoord (1)
7.1.2 gelyk aan die hoek onderspan deur die koord in die teenoorgestelde segment.	✓ antwoord (1)
7.1.3 supplementêr.	✓ antwoord (1)
7.2.1 $\hat{D}_1 = \hat{B}_1 = 40^\circ$... (hoek tussen raaklyn en koord ...) $\therefore \hat{D}_2 = \hat{B}_1 = 40^\circ$... (CD = CB)	✓ rede ✓ antwoord (2)
7.2.2 $\therefore \hat{C} = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ)$ $= 100^\circ$... (som van 3 hoeke van 'n driehoek)	✓ antwoord (1)
7.2.3 $\hat{A} = 180^\circ - 100^\circ$ $= 80^\circ$ (Oorstaande hoeke van 'n koorde vierh is suppl)	✓ antwoord (1)
7.2.4 $\hat{O}_1 = 2\hat{A} = 160^\circ$... (hoek by die middelp = twee maal...)	✓ antwoord ✓ rede (2)
ALTERNATIEF	
Uit 7.2.1 $\hat{D}_2 = \hat{B}_1 = 40^\circ$	✓ $\hat{D}_3 = 10^\circ$
Dus $\hat{D}_3 = 90^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 10^\circ$... (tan \perp radius)	✓ $\hat{O}_1 = 160^\circ$
$\therefore \hat{O}_1 = 180^\circ - (10^\circ + 10^\circ) = 160^\circ$... (som van hoeke van 'n drie..)	(2)
	[9]

VRAAG 8

8.1 Laat $\hat{Q}_3 = \hat{B} = x$... (hoeke teenoor gelyke sye, $AQ = AB$)

$\hat{Q}_3 = \hat{R}_1 = \hat{R}_2 = x$... (ekst hoek koordevierhoek) en

(RA halveer \hat{R})

$\hat{R}_2 = \hat{Q}_2 = x$... (hoeke in dieselfde segment)

Dus $\hat{Q}_2 = \hat{Q}_3 = x$

OF

$\hat{Q}_2 + \hat{Q}_3 = \hat{R}_1 + \hat{R}_2$ (ekst hoek van koordevierhoek)

maar $\hat{Q}_2 = \hat{R}_2 = \hat{R}_1$ (hoeke in dieselfde segment, RA halveer ...)

$\therefore \hat{Q}_3 = \hat{Q}_2$

OF

$\hat{Q}_2 + \hat{Q}_2 = \hat{R}_1 + \hat{R}_2$ (ekst hoek koordevierhoek)

maar $\hat{Q}_2 = \hat{R}_2$ (hoeke in dieselfde segment)

$\Rightarrow \hat{Q}_3 = \hat{R}_1$

maar $\hat{R}_1 = \hat{R}_2 = \hat{Q}_1$ (gegee)

$\Rightarrow \hat{Q}_3 = \hat{Q}_2$

\therefore AQ halveer $P\hat{Q}B$

8.2 $\hat{R}_1 = \hat{B} = x$ (uit 8.1)

$\therefore TR = TB$ (sye oorst gelyke hoeke)

8.3 $\hat{TRP} = 2x$ (uit bostaande)

$\hat{A}_1 = \hat{Q}_3 + \hat{B} = 2x$ (buitehoek van driehoek)

en $\hat{P} = \hat{A}_1 = 2x$ (hoeke in dieselfde segment)

= \hat{TRP}

$\checkmark \hat{Q}_3 = \hat{B} = x$
 $\checkmark \hat{R}_1 = \hat{R}_2 = x$
 $\checkmark \hat{R}_2 = \hat{Q}_2 = x$ (3)

$\checkmark \hat{R}_1 = \hat{B} = x$
 \checkmark gelykbenige driehoek (2)

$\checkmark \hat{R}_1 + \hat{R}_2 = 2x$
 $\checkmark \hat{A}_1 = \hat{Q}_3 + \hat{B} = 2x$
 $\checkmark \hat{P} = \hat{A}_1 = 2x$ (3)
[8]

VRAAG 9	
<p>9.1 $\hat{R}_1 = 90^\circ$(hoek in `n halfsirkel)</p>	<p>✓ hoek in `n halfsirkel (1)</p>
<p>9.2 $\hat{P}_2 = 90^\circ - x$(hoek tussen radius en raaklyn) $\hat{S} = 90^\circ - \hat{P}_2$(buitehoek driehoek) (som van hoeke van driehoek) $= 90^\circ - (90^\circ - x) = x$ $\therefore \hat{P}_1 = \hat{S} = x$</p>	<p>✓ $\hat{P}_2 = 90^\circ - x$ ✓ $\hat{S} = 90^\circ - \hat{P}_2$ ✓ $90^\circ - (90^\circ - x) = x$ (3)</p>
<p>9.3 $\hat{W}_2 = \hat{P}_1 = x$(hoeke in dieselfde segment) ook $\hat{S} = x$(bewys 9.2) $\hat{W}_2 = \hat{S}$ \therefore SRWT is `n koorde vierh.....(buitehoek = oorst binnehoek)</p>	<p>✓ $\hat{QWR} = \hat{P}_1 = x$ ✓ $\hat{QWR} = \hat{S}$ ✓ rede (3)</p>
<p>9.4 In ΔQWR ; ΔQST $\hat{W}_2 = \hat{S}$(bewys 9.3) \hat{Q}_1 is gemeenskaplik $\hat{WRQ} = \hat{T}_2$(oorblywende hoeke) $\Delta QWR \parallel \Delta QST$ (AAA)</p>	<p>✓ $\hat{QWR} = \hat{QST}$ ✓ \hat{RQW} is gemeenskaplik ✓ hoeke gelyk (3)</p>
<p>9.5.1 $\frac{TS}{RW} = \frac{QT}{QR}$ $\Delta QWR \parallel \Delta QST$ $\therefore \frac{TS}{2} = \frac{8}{4}$ $4TS = 16$ $\therefore TS = 4\text{ cm}$</p>	<p>✓ $\frac{TS}{RW} = \frac{QT}{QR}$ ✓ $\frac{TS}{2} = \frac{8}{4}$ ✓ $TS = 4\text{ cm}$ (3)</p>
<p>9.5.2 $\frac{SQ}{WQ} = \frac{TS}{RW}$ $SQ = \frac{4 \times 5}{2} = 10\text{ cm}$ $\therefore SR = SQ - RQ$ $= 6\text{ cm}$</p>	<p>✓ $\frac{SQ}{WQ} = \frac{TS}{RW}$ ✓ 10 cm ✓ 6 cm (3)</p>

[16]

VRAAG 10	
<p>10.1</p> $\frac{CE}{ED} = \frac{CT}{TA} = \frac{1}{2}$	<p>✓ antwoord (1)</p>
<p>10.2.1 Uit 10.1 $\frac{CE}{ED} = \frac{1}{2}$</p> <p>maar $DC = 9 \text{ cm}$ $\therefore DE = 6 \text{ cm}$ $= BD.$ $\therefore D$ is die middelpunt van $BE.$</p>	<p>✓ gebruik van verhouding</p> <p>✓ $DE = 6 \text{ cm}$ (2)</p>
<p>10.2.2 D is die middelpunt van $BE.$ (uit 10.2.1) Dan is F die middelpunt van $BT.$... (sye eweredig)</p> <p>$\therefore TE = 2FD$ (middelpuntstelling) $= 4 \text{ cm}$</p>	<p>✓ eweredig</p> <p>✓ antwoord (2)</p>
<p>ALTERNATIEF</p> $\frac{FD}{TE} = \frac{BD}{BE}$ $\frac{2}{TE} = \frac{6}{12}$ $6 \times TE = 24$ $TE = 4 \text{ cm}$	<p>✓ eweredig</p> <p>✓ antwoord (2)</p>
<p>10.3.1 $\frac{\Delta ADC}{\Delta ABD} = \frac{3}{2}$</p>	<p>✓ antwoord (1)</p>
<p>10.3.2</p> $\frac{\Delta TEC}{\Delta ABC} = \frac{\Delta TEC}{\Delta TBC} \times \frac{\Delta TBC}{\Delta ABC}$ $= \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$ $= \frac{1}{15}$	<p>✓ verhoudings</p> <p>✓ substitusie</p> <p>✓ antwoord (3) [9]</p>

TOTAAL: 100