



# basic education

Department:  
Basic Education  
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

## **NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**WISKUNDE V2**

**FEBRUARIE/MAART 2012**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 4 diagramvelle en 1 inligtingsblad.**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. Diagramvelle vir VRAAG 2.1, VRAAG 2.3, VRAAG 2.4, VRAAG 3.2, VRAAG 3.3, VRAAG 7.1 en VRAAG 10.4 is aan die einde van die vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennummer op hierdie bladsye in die ruimtes voorsien en plaas die bladsye agterin jou ANTWOORDEBOEK.
9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
11. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

'n Groot maatskappy het 9 verkoops persone in diens. Die kommissie verdien (in rand) deur elke verkoops persoon in 'n bepaalde maand, word hieronder aangedui:

3 900	5 700	7 300	10 600	13 000	13 600	15 100	15 800	17 100
-------	-------	-------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

- 1.1 Bereken die gemiddelde van die data hierbo. (2)
- 1.2 Bereken die standaardafwyking van die data. (2)
- 1.3 Die maatskappy gradeer die verkoops personeel volgens die kommissiebedrag verdien. 'n Verkoops persoon met 'n kommissie van meer as een standaardafwyking bokant die gemiddelde ontvang 'n gradering van 'goed'. Hoeveel verkoops persone sal 'n gradering van 'goed' ontvang vir daardie maand? (2)
- [6]**

**VRAAG 2**

Die tabel toon die geskatte aantal mense aan wat die Internet van 1995 tot 2002 gebruik het.

JAAR	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
N (Getal in miljoene)	8	17	34	67	135	281	552

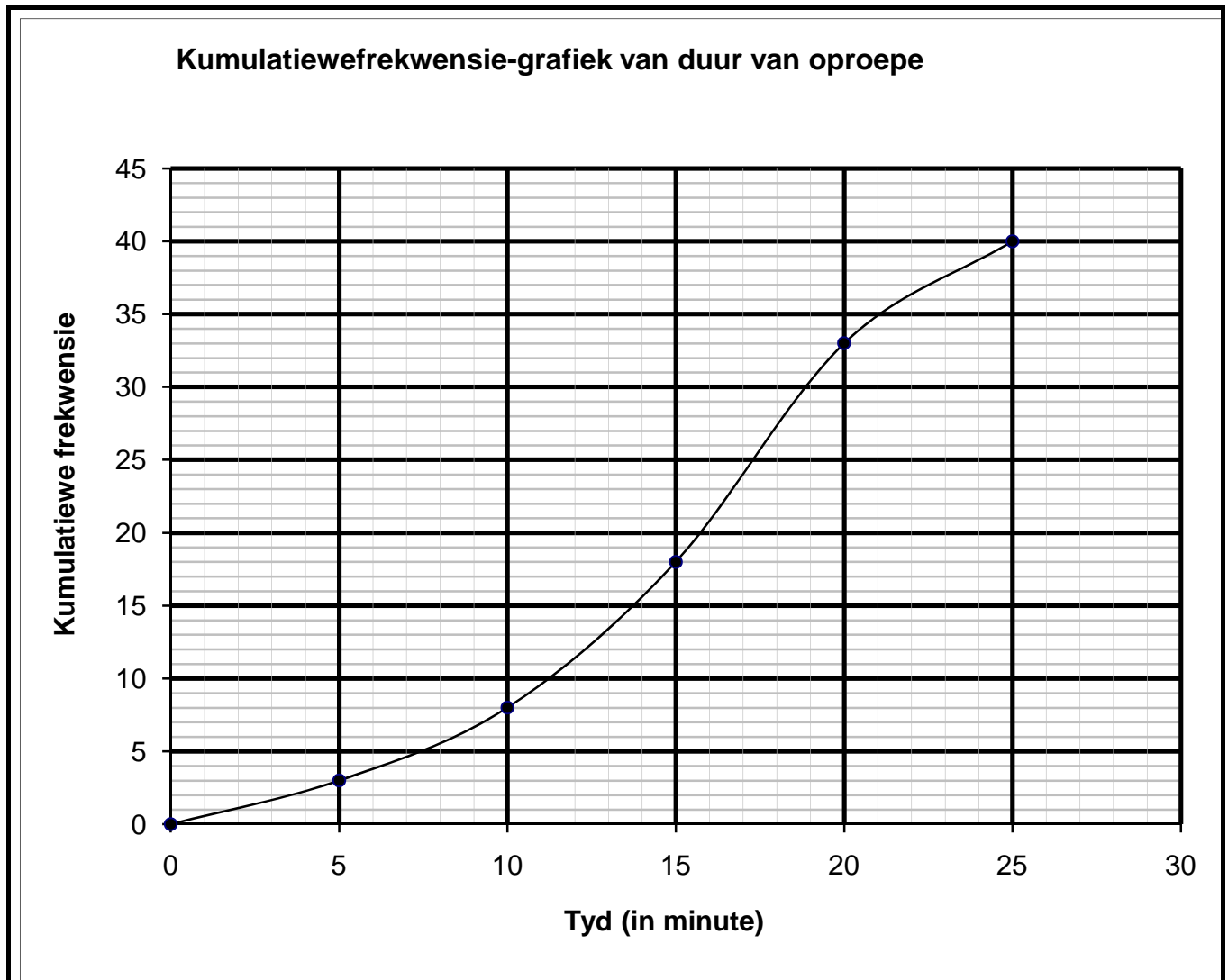
- 2.1 Teken 'n spreidiagram van hierdie data op die rooster op DIAGRAMVEL 1. (2)
- 2.2 Watter van die krommes, lineêr, kwadratiese of eksponensieel, sal die data pas? (1)
- 2.3 Die tabel hieronder word ook op DIAGRAMVEL 2 getoon. Voltooi die waardes vir log N in die tabel op DIAGRAMVEL 2. (2)

JAAR	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
N (Getal in miljoene)	8	17	34	67	135	281	552
Log N (Korrek tot EEN desimale plek)							

- 2.4 Stip die punte wat log N verteenwoordig op die rooster voorsien op DIAGRAMVEL 2. (2)
- 2.5 Gebruik jou diagram in VRAAG 2.4 om die antwoord vir VRAAG 2.2 te voorspel. (2)
- [9]**

**VRAAG 3**

Die tydsduur, in minute, van 'n sekere getal telefoonoproepe is aangeteken. Geen oproep was 25 minute of langer nie. 'n Kumulatiewefrekwensie-grafiek van dié data word hieronder getoon.



- 3.1 Bepaal die totale getal oproepe wat aangeteken is. (1)
- 3.2 Voltooi die frekwensietabel vir die data op DIAGRAMVEL 3. (3)
- 3.3 Teken gevolglik 'n histogram op die rooster op DIAGRAMVEL 3. (3)
- [7]**

**VRAAG 4**

In die rooster hieronder stel  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  en  $g$  waardes in 'n datastel voor wat in toenemende orde geskryf is. Geen waarde in die stel word herhaal nie.

$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Bepaal die waarde van  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  en  $g$  indien:

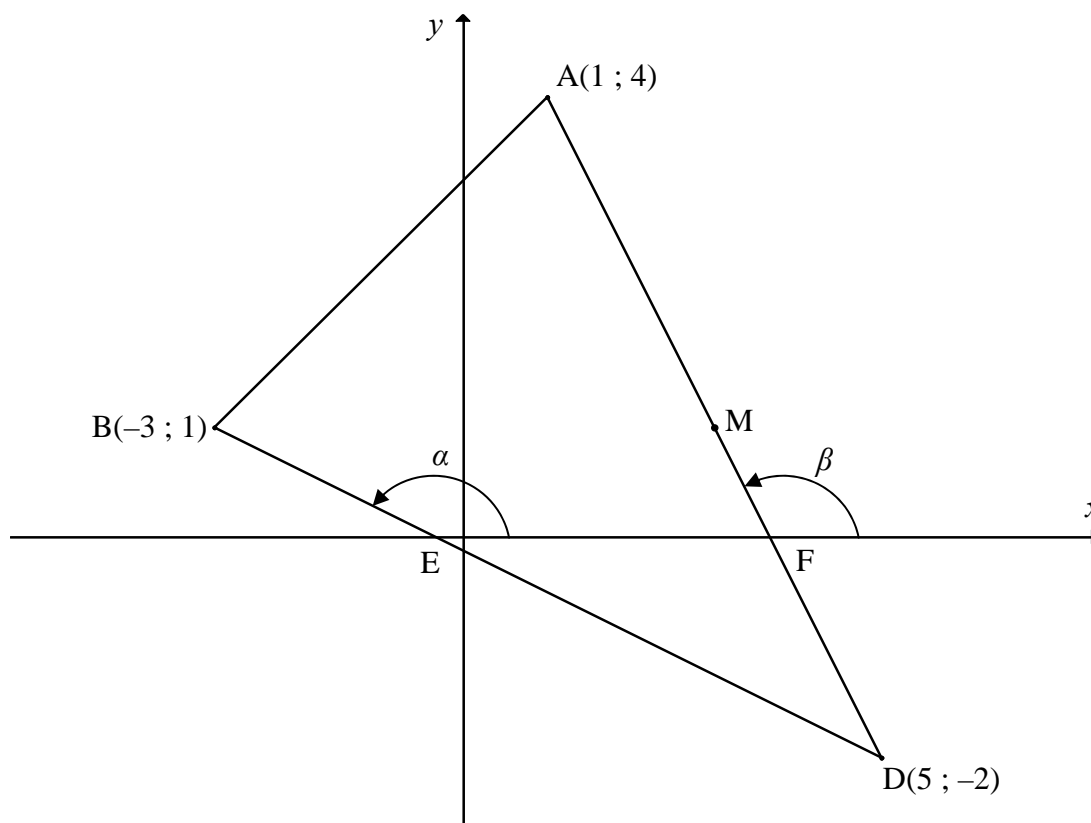
- Die maksimum waarde 42 is
- Die variasiewydte 35 is
- Die mediaan 23 is
- Die verskil tussen die mediaan en die boonste kwartiel 14 is
- Die interkwartielvariasiewydte 22 is
- $e = 2c$
- Die gemiddelde 25 is

**[7]**

**VRAAG 5**

In die figuur hieronder is  $A(1 ; 4)$ ,  $B(-3 ; 1)$  en  $D(5 ; -2)$  die koördinate van die hoekpunte van  $\triangle ABD$ .

- $BD$  en  $AD$  sny die  $x$ -as by  $E$  en  $F$  onderskeidelik.
- Die inklinasiehoek van  $BD$  met die  $x$ -as by  $E$  is  $\alpha$ .
- Die inklinasiehoek van  $AD$  met die  $x$ -as by  $F$  is  $\beta$ .



- 5.1 Bereken die gradiënt van  $AD$ . (2)
- 5.2 Bepaal die lengte van die lynsegment  $AD$ .  
(Los jou antwoord in wortelvorm, indien nodig.) (2)
- 5.3 Bepaal die koördinate van  $M$ , die middelpunt van  $AD$ . (2)
- 5.4  $C$  is 'n punt sodanig dat lyn  $BC$  parallel aan  $AD$  is. Bepaal die vergelyking van lyn  $BC$  in die vorm  $ax + by + c = 0$ . (3)
- 5.5 5.5.1 Bereken die grootte van  $\beta$ . (2)
- 5.5.2 Bereken AL die hoeke van  $\triangle DEF$ . (5)
- 5.6 Bepaal die vergelyking van 'n sirkel, met middelpunt  $M$ , wat deur punt  $A$  en  $D$  gaan. Gee jou antwoord in die vorm:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ . (2)
- 5.7 Lê die punt  $B$  binne, buite of op die sirkel in VRAAG 5.6? Wys ALLE berekeninge om jou antwoord te regverdig. (2)

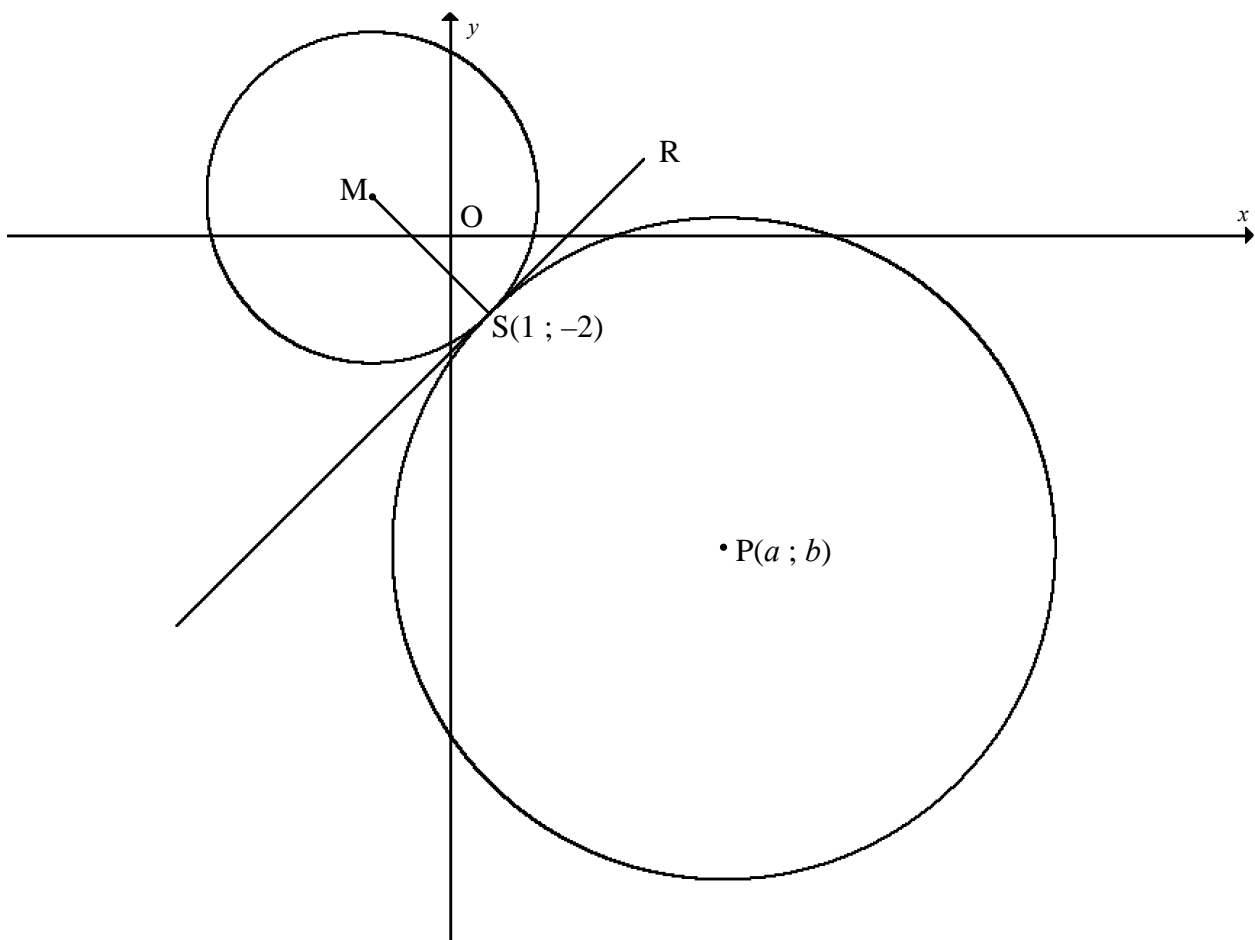
**[20]**

**VRAAG 6**

In die figuur hieronder is 'n sirkel met middelpunt  $M$  geteken. Die vergelyking van die sirkel is  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$ .

$S(1 ; -2)$  is 'n punt op die sirkel.

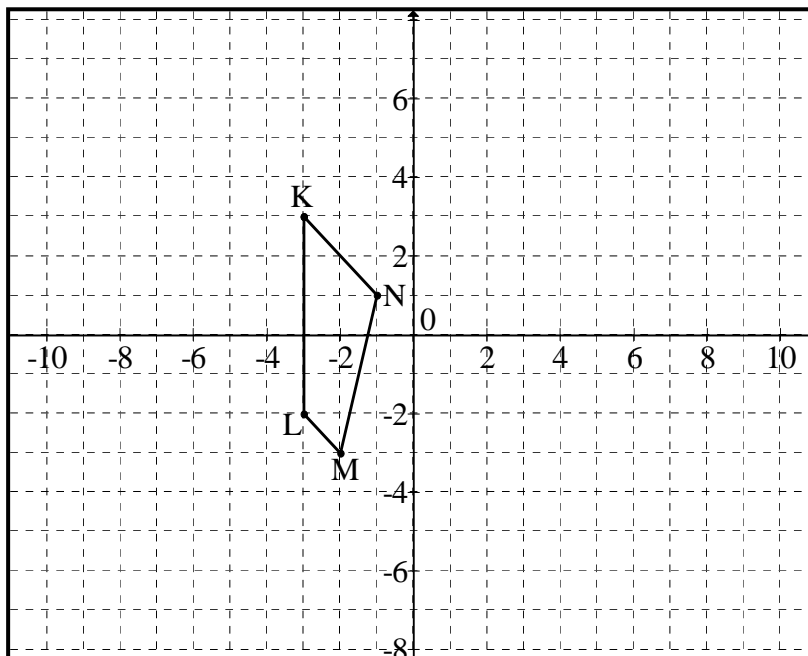
$SR$  is 'n raaklyn aan die sirkel.



- 6.1 Skryf die koördinate van  $M$  en die radius van die sirkel met middelpunt  $M$  neer. (4)
  - 6.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn  $RS$  in die vorm  $y = mx + c$ . (4)
  - 6.3 Die sirkels met middelpunt  $P$  en  $M$  raak uitwendig by punt  $S$ .  $SR$  is 'n raaklyn aan beide hierdie sirkels. Indien  $MS : MP = 1 : 3$ , bepaal die koördinate  $(a ; b)$  van punt  $P$ . (8)
- [16]**

**VRAAG 7**

Die koördinate van die hoekpunte van 'n vierhoek KLMN is  $K(-3 ; 3)$ ;  $L(-3 ; -2)$ ;  $M(-2 ; -3)$  en  $N(-1 ; 1)$ .



- 7.1 Die vierhoek word geroteer deur  $90^\circ$  in 'n antikloksgewyse rigting om die oorsprong om vierhoek  $K'L'M'N'$  te vorm. Teken en benoem vierhoek  $K'L'M'N'$  op die rooster op DIAGRAMVEL 4. (4)
- 7.2 Vierhoek  $K'L'M'N'$  is vergroot met 'n skaalfaktor van 2 om vierhoek  $K''L''M''N''$  te vorm.
  - 7.2.1 Dui aan of die transformasie rigied is of nie. Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
  - 7.2.2 Bepaal die koördinate van  $N''$ . (2)
- 7.3 'n Punt  $P(x ; y)$  is getransformeer na  $P''(x'' ; y'')$  nadat die twee transformasies, beskryf in VRAAG 7.1 en VRAAG 7.2 onderskeidelik toegepas is. Skryf die algemene reël neer vir die transformasies in die vorm:  $(x ; y) \rightarrow (\dots ; \dots) \rightarrow (\dots ; \dots)$  (4)
- 7.4 Bepaal die verhouding: oppervlakte van KLMN : oppervlakte van  $K''L''M''N''$  (2)
- 7.5 Vierhoek KLMN word vergroot met 'n faktor  $p$ . Vind die grootste waarde van  $p$  sodat die beeld van KLMN in die sirkel met middelpunt  $(0 ; 0)$  en radius 1 sal pas. (3)

**[17]**



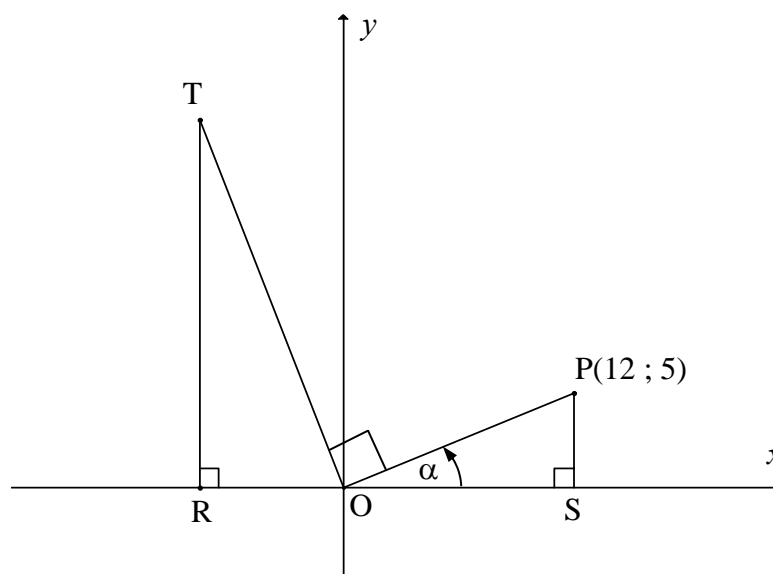
**VRAAG 8**

Indien  $Q'(-2 ; -3)$  die beeld is van  $Q$  na rotasie deur  $135^\circ$  in 'n antiklokgewyse rigting om die oorsprong, bereken die koördinate van  $Q$ . (Los jou antwoord in wortelvorm.)

**[5]****VRAAG 9**

9.1 **Beantwoord hierdie vraag sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.**

In die diagram is  $P$  die punt  $(12 ; 5)$ .  $OT \perp OP$ .  $PS$  en  $TR$  is loodreg op die  $x$ -as.  $\hat{P}OS = \alpha$  en  $OR = 7,5$  eenhede.



Bepaal:

9.1.1  $\cos \alpha$  (2)

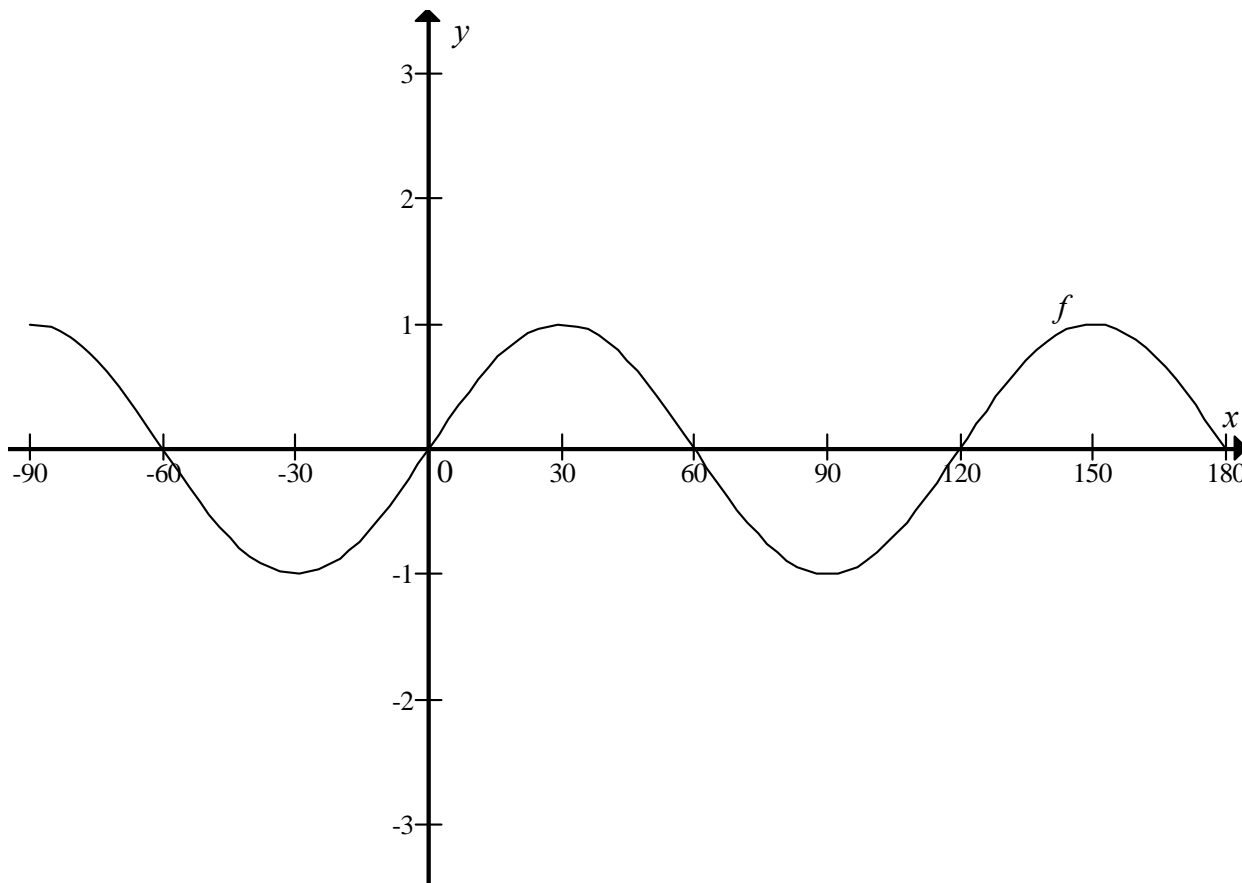
9.1.2  $\hat{T}OR$ , in terme van  $\alpha$  (2)

9.1.3 Die lengte van  $OT$  (4)

9.2 Dui aan dat  $\frac{\sin(90^\circ + x) \cdot \cos x \cdot \tan(-x)}{\cos(180^\circ + x)} = \sin x$ . (4)  
**[12]**

**VRAAG 10**

Die grafiek van  $f(x) = \sin 3x$  is hieronder geteken vir  $x \in [-90^\circ ; 180^\circ]$ .



- 10.1 Skryf die periode van  $f$  neer. (1)
  - 10.2 Skryf die oplossings vir  $\sin 3x = -1$  in die interval  $[-90^\circ ; 180^\circ]$  neer. (2)
  - 10.3 Gee die maksimum waarde van  $h$  indien  $h(x) = f(x) - 1$ . (2)
  - 10.4 Teken die grafiek van  $g(x) = 3\cos x$  vir  $x \in [-90^\circ ; 180^\circ]$  op die rooster op DIAGRAMVEL 4. (3)
  - 10.5 Gebruik die grafieke om te bepaal hoeveel oplossings daar vir die vergelyking  $\frac{\sin 3x}{3} - \cos x = 0$  in die interval  $[-90^\circ ; 180^\circ]$  is. (2)
  - 10.6 Gebruik die grafieke en los op:  $f(x) \cdot g(x) < 0$ . (4)
- [14]**

**VRAAG 11**

11.1 Indien  $\sin 61^\circ = \sqrt{p}$ , bepaal die volgende in terme van  $p$ :

11.1.1  $\sin 241^\circ$  (2)

11.1.2  $\cos 61^\circ$  (2)

11.1.3  $\cos 122^\circ$  (3)

11.1.4  $\cos 73^\circ \cos 15^\circ + \sin 73^\circ \sin 15^\circ$  (3)

11.2 11.2.1 Bewys die identiteit:

$$\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} - \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = 2 \tan 2x \quad (6)$$

11.2.2 Bepaal 'n waarde van  $x$  in die interval  $[0^\circ ; 180^\circ]$  waarvoor die identiteit nie geldig is nie. (2)

11.3 11.3.1 Gegee:  $\sin x = \cos 2x - 1$ . Dui aan dat  $2 \sin^2 x + \sin x = 0$ . (1)

11.3.2 Bepaal die algemene oplossing van die vergelyking:  $\sin x = \cos 2x - 1$ . (6)

11.4 Bepaal die waarde van:

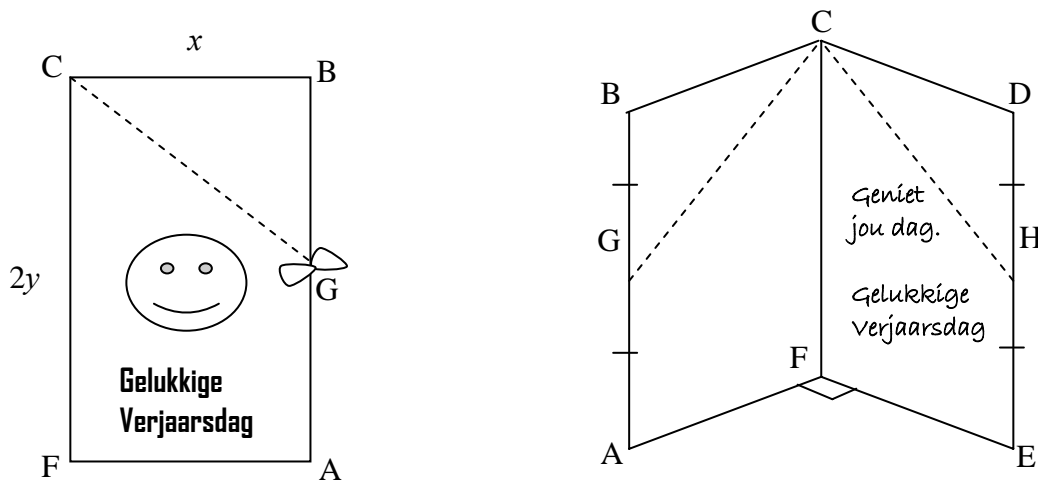
$$\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \tan 4^\circ \times \dots \times \tan 87^\circ \times \tan 88^\circ \times \tan 89^\circ. \quad (4)$$

**[29]**

**VRAAG 12**

'n Reghoekige verjaarsdagkaartjie word by die middelpunte, G en H, van die langer sye met 'n lint vasgebind. Die kaartjie word oopgemaak om die boodskap te lees en word dan op so 'n manier op die tafel geplaas dat  $\hat{A}FE$  tussen die voorblad en die agterblad van die kaartjie  $90^\circ$  is. Die punte, G en H, word met reguitlyne na punt C aan die binnekant van die kaartjie verbind soos aangetoon in die skets.

Laat die korter sy van die kaartjie  $BC = x$ , en die langer sy  $CF = 2y$ .



Bewys dat  $\cos \hat{G}CH = \frac{y^2}{x^2 + y^2}$ .

[8]

**TOTAAL: 150**

**SENTRUMNOMMER:**

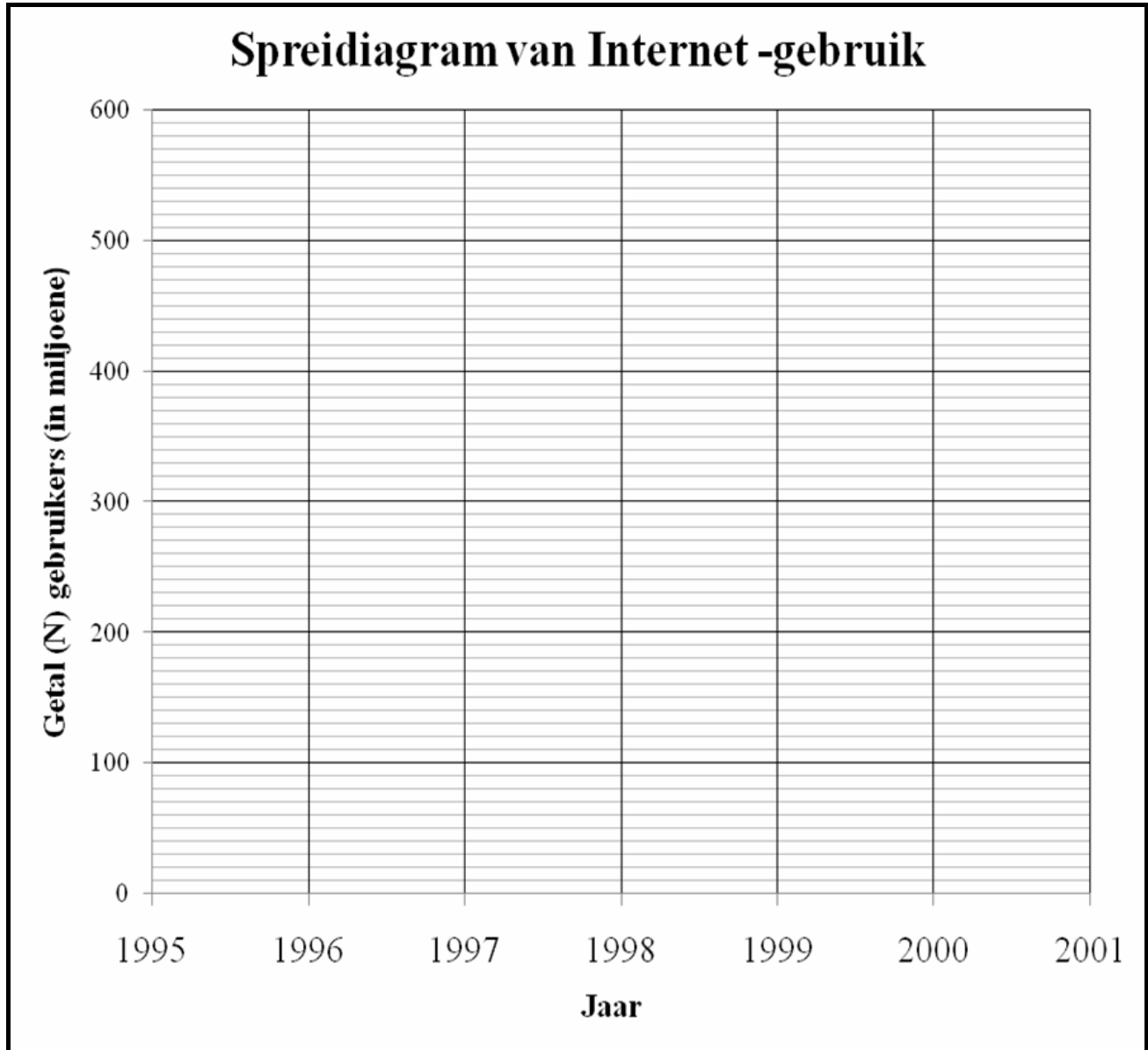
--	--	--	--	--	--	--	--

**EKSAMENNOMMER:**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**DIAGRAMVEL 1**

**VRAAG 2.1**



SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

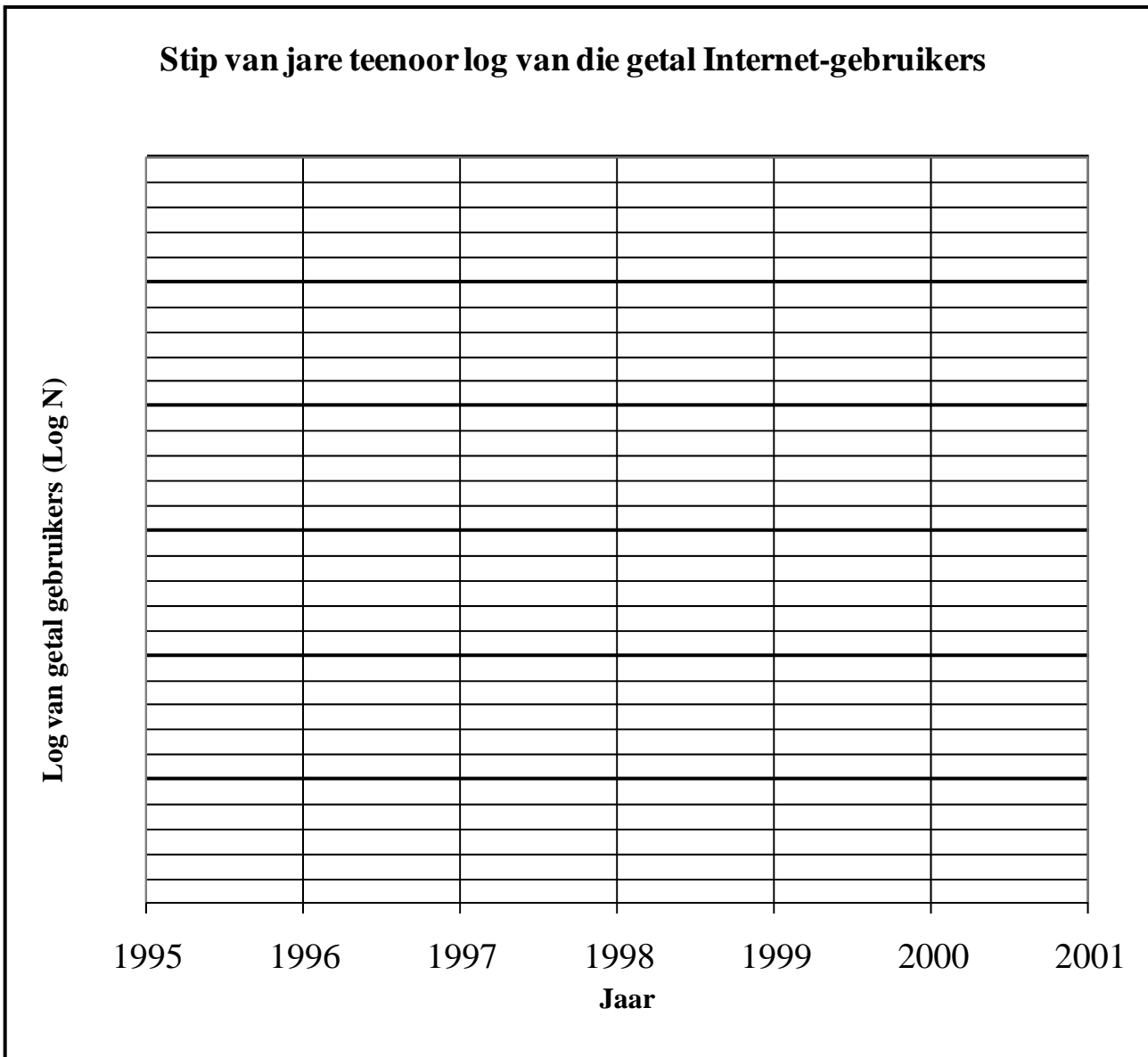
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**DIAGRAMVEL 2**

**VRAAG 2.3**

JAAR	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
N (Getal in miljoene)	8	17	34	67	135	281	552
Log N (Korrek tot EEN desimale plek)							

**VRAAG 2.4**



SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNUMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## DIAGRAMVEL 3

## VRAAG 3.2

Tyd, $t$ , in minute	Frekwensie
$0 \leq t < 5$	
$5 \leq t < 10$	
$10 \leq t < 15$	
$15 \leq t < 20$	
$20 \leq t < 25$	

## VRAAG 3.3


SENTRUMNOMMER:

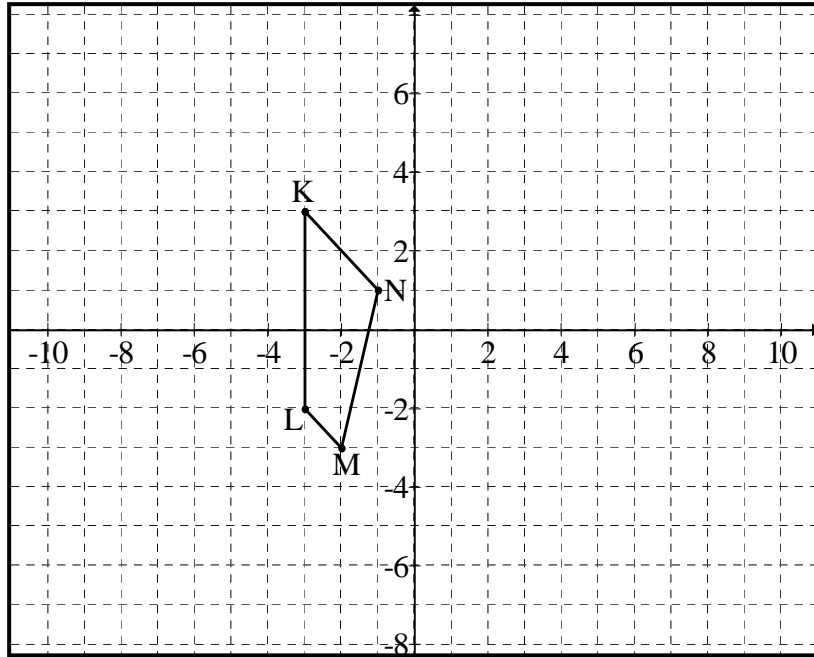
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

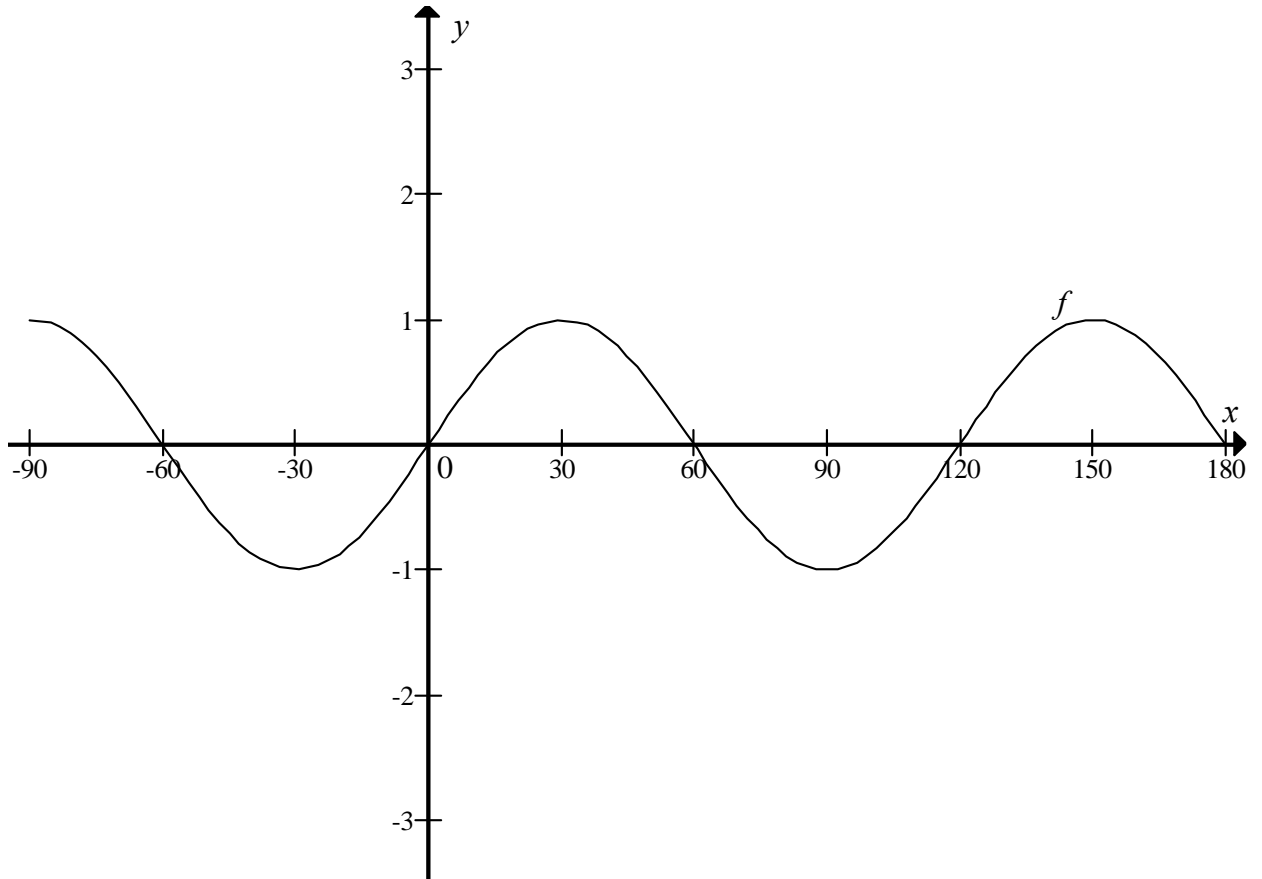
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 4

VRAAG 7.1



VRAAG 10.4





**INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta + y \sin \theta; y \cos \theta - x \sin \theta)$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$