basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

NOVEMBER 2013

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 diagramvel en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van die antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. EEN diagramvel vir VRAAG 11 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie diagramvel in die ruimtes wat daarvoor voorsien is en plaas die diagramvel agterin jou ANTWOORDEBOEK.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x in elk van die volgende:

1.1.1 $x^2 - x - 12 = 0$ (3)

1.1.2 (a) $2x^2 - 5x - 11 = 0$ (4)

(b) $2x^3 - 5x^2 - 11x = 0$ (2)

1.1.3 $-3(x+7)(x-5) < 0$ (4)

1.2 Gegee: $y + 2 = x$ en $y = x^2 - x - 10$

Los vir x en y gelyktydig op. (6)

1.3 Vereenvoudig: $\dfrac{3^{2015} + 3^{2013}}{9^{1006}}$ (3)

[22]

VRAAG 2

2.1 Gegee die meetkundige ry: 7 ; x ; 63 ; ...

Bepaal die moontlike waardes van x. (3)

2.2 Die eerste term van 'n meetkundige ry is 15. Indien die tweede term 10 is, bereken:

2.2.1 T_{10} (3)

2.2.2 S_9 (2)

2.3 Gegee: $0 ; -\frac{1}{2} ; 0 ; \frac{1}{2} ; 0 ; \frac{3}{2} ; 0 ; \frac{5}{2} ; 0 ; \frac{7}{2} ; 0 ; ...$

Neem aan dat hierdie getalpatroon op 'n soortgelyke wyse voortgaan.

2.3.1 Skryf die waarde van die 191^ste^ term van hierdie ry neer. (1)

2.3.2 Bepaal die som van die eerste 500 terme van hierdie ry. (4)

2.4 Gegee: $\sum_{k=2}^{20}(4x-1)^k$

2.4.1 Bereken die eerste term van die reeks $\sum_{k=2}^{20}(4x-1)^k$ as $x=1$. (2)

2.4.2 Vir watter waardes van x sal $\sum_{k=1}^{\infty}(4x-1)^k$ bestaan? (3)
[18]

VRAAG 3

3.1 Gegee die rekenkundige ry: $-3\,;1\,;5\,;...;393$

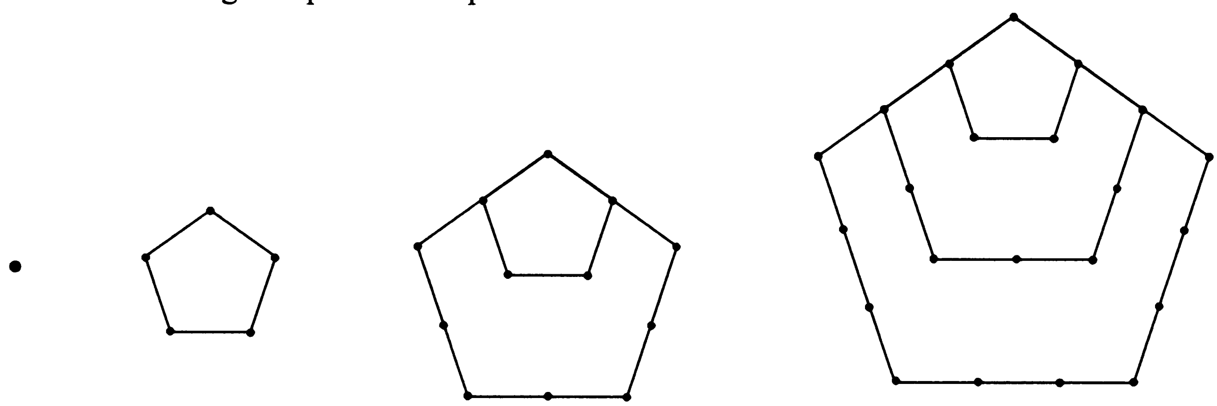
3.1.1 Bepaal 'n formule vir die n^{de} term van die ry. (2)

3.1.2 Skryf die 4^{de}, 5^{de}, 6^{de} en 7^{de} term van die ry neer. (2)

3.1.3 Skryf die reswaardes neer wanneer elk van die eerste sewe terme van die ry deur 3 gedeel word. (2)

3.1.4 Bereken die som van die terme in die rekenkundige ry wat deur 3 deelbaar is. (5)

3.2 Beskou die volgende patroon van punte:



FIGUUR 1 FIGUUR 2 FIGUUR 3 FIGUUR 4

As T_n die totale aantal punte in FIGUUR n voorstel, dan is $T_1=1$ en $T_2=5$. Indien die patroon op dieselfde wyse voortgaan, bepaal:

3.2.1 T_5 (2)

3.2.2 T_{50} (5)
[18]

VRAAG 4

Gegee: $f(x) = -2x^2 - 5x + 3$

4.1 Skryf die koördinate van die y-afsnit van f neer. (1)

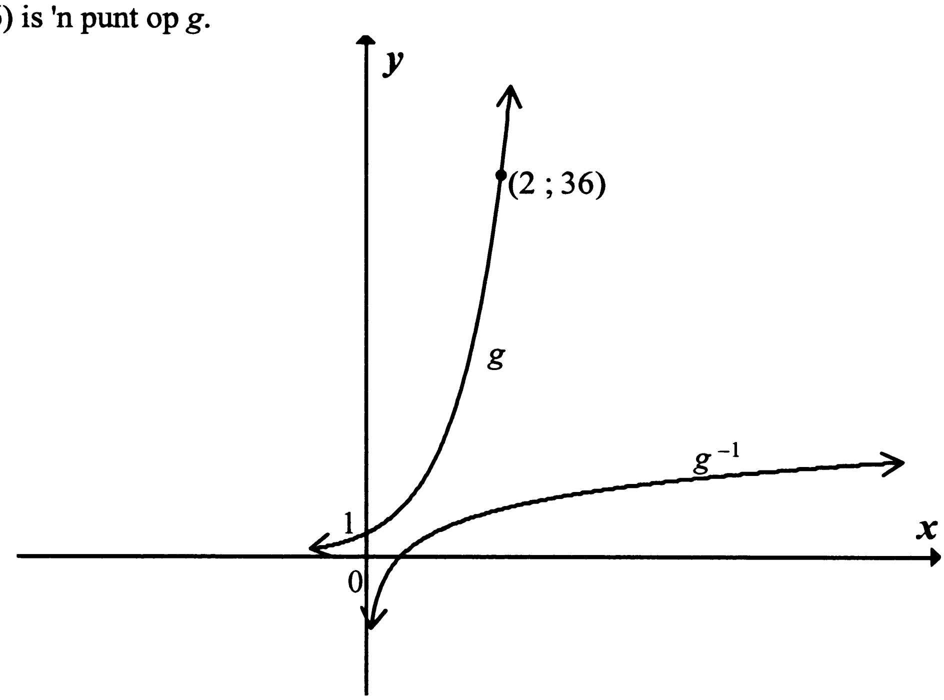
4.2 Bepaal die koördinate van die x-afsnitte van f. (3)

4.3 Bepaal die koördinate van die draaipunt van f. (3)

4.4 Skets die grafiek van $y = f(x)$, en dui die koördinate van die draaipunte en die drie afsnitte met die asse duidelik aan. (3)
[10]

VRAAG 5

5.1 Die grafieke van $g(x) = k^x$, waar $k > 0$ en $y = g^{-1}(x)$ is hieronder geskets. (2 ; 36) is 'n punt op g.



5.1.1 Bepaal die waarde van k. (2)

5.1.2 Gee die vergelyking van g^{-1} in die vorm $y = \ldots$ (2)

5.1.3 Vir watter waarde(s) van x is $g^{-1}(x) \leq 0$? (2)

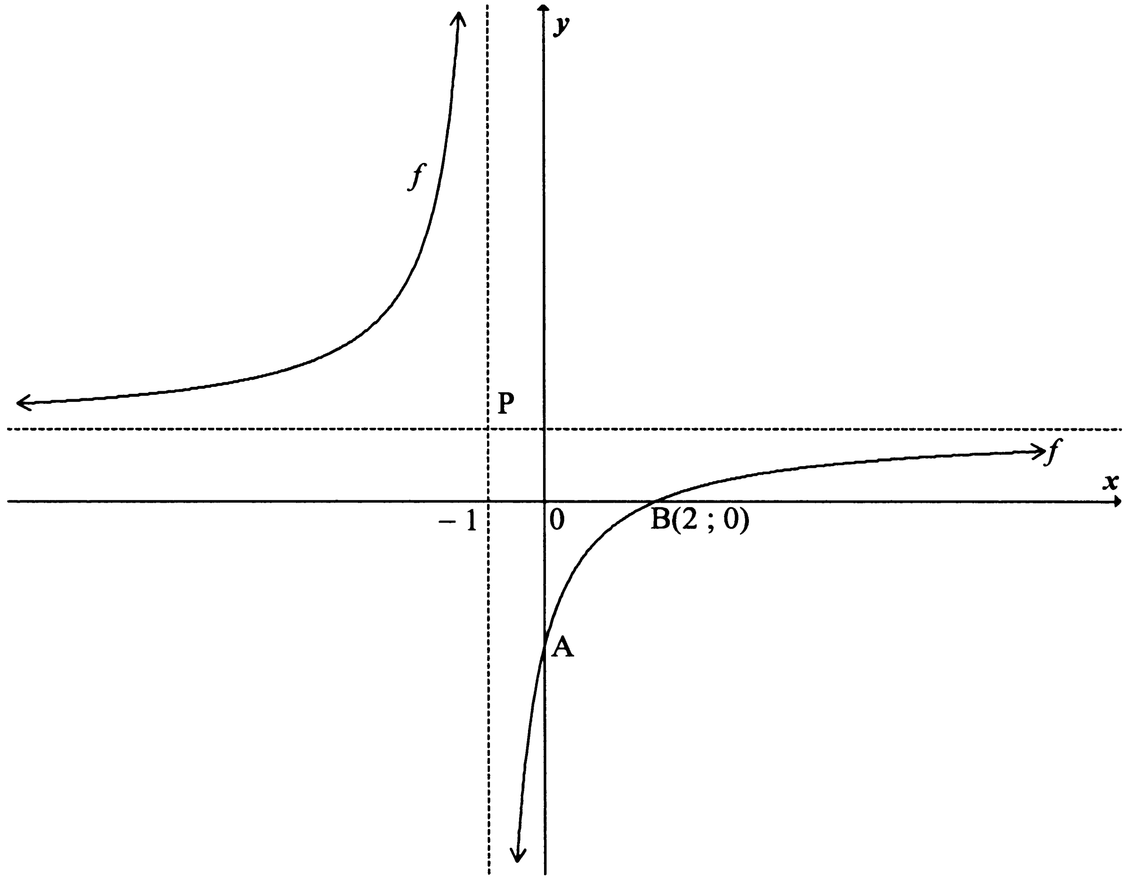
5.1.4 Skryf die definisieversameling van h neer, indien $h(x) = g^{-1}(x-3)$. (1)

5.2 5.2.1 Skets die grafiek van die inverse van $y = 1$. (2)

5.2.2 Is die inverse van $y = 1$ 'n funksie? Motiveer jou antwoord. (2)
[11]

VRAAG 6

'n Skets van die hiperbool $f(x)=\dfrac{x-d}{x-p}$, waar d en p konstantes is, is hieronder gegee. Die stippellyne is die asimptote. Die asimptote sny mekaar by P en B(2 ; 0) is 'n punt op f.



6.1.1 Bepaal die waardes van d en p. (2)

6.1.2 Wys dat die vergelyking van f as $y=\dfrac{-3}{x+1}+1$ geskryf kan word. (2)

6.1.3 Skryf die koördinate van P neer. (2)

6.1.4 Skryf die koördinate van die beeld van $B(2\,;0)$ neer as B om die simmetrie-as $y=x+2$ gereflekteer word. (2)

6.2 Die eksponensiële funksie, $g(x)=p.2^x+q$ het 'n horisontale asimptoot by $y=1$ en gaan deur $(0\,;-2)$. Bepaal die waardes van p en q. (3)

[11]

VRAAG 7

7.1 Mpho belê R12 500 vir presies k jaar. Sy verdien rente teen 'n koers van 9% per jaar, kwartaalliks saamgestel. Aan die einde van k jaar is haar belegging R30 440 werd.

7.1.1 Bereken die effektiewe jaarlikse rentekoers van Mpho se belegging. (2)

7.1.2 Bepaal die waarde van k. (5)

7.2 Darrel beplan om sy eerste huis te koop. Die bank sal hom toelaat om 'n maksimum van 30% van sy maandelikse salaris te gebruik om die verband terug te betaal.

7.2.1 Bereken die maksimum bedrag wat die bank Darrel sal toelaat om maandeliks op sy verband terug te betaal indien Darrel R18 480 per maand verdien. (1)

7.2.2 Veronderstel dat Darrel aan die einde van elke maand die maksimum bedrag betaal wat deur die bank toegelaat word. Hoeveel geld leen Darrel indien hy 25 jaar neem om die lening terug te betaal teen 'n koers van 8% p.j., maandeliks saamgestel? (Die eerste terugbetaling word gemaak een maand nadat die lening toegestaan is.) (4)

[12]

VRAAG 8

8.1 Gegee: $f(x) = 3x^2 - 4$

8.1.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels. (5)

8.1.2 A(x ; 23), waar $x > 0$, en B(-2 ; y) is punte op die grafiek van f. Bereken die numeriese waarde van die gemiddelde gradiënt van f tussen A en B. (5)

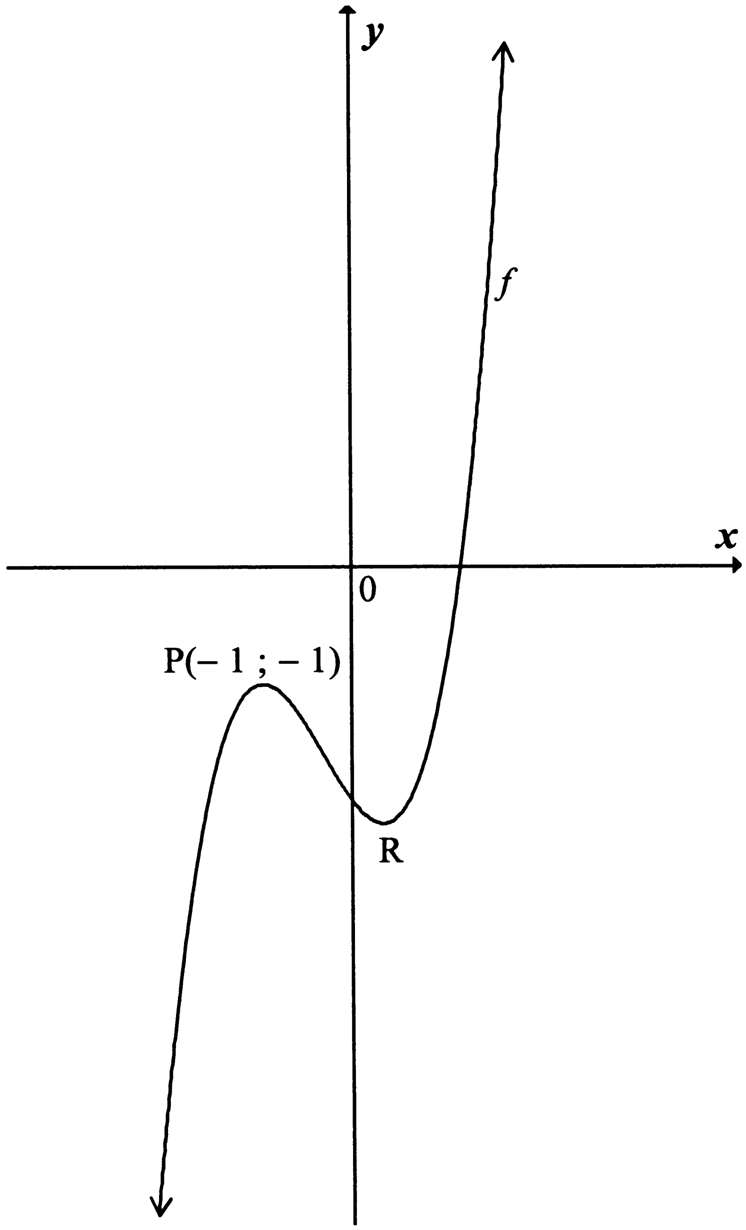
8.2 Differensieer $y = \dfrac{x+5}{\sqrt{x}}$ met betrekking tot x. (3)

8.3 Bepaal die gradiënt van die raaklyn van die grafiek van $f(x) = -3x^3 - 4x + 5$ by $x = -1$. (4)

[17]

VRAAG 9

Die funksie gedefinieer deur $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ is hieronder geskets.
P(– 1 ; – 1) en R is die draaipunte van *f*.



9.1 Toon aan dat $a = 1$ en $b = -1$. (6)

9.2 Bepaal vervolgens of andersins die *x*-koördinaat van R. (3)

9.3 Skryf die koördinate van 'n draaipunt van *h* neer as *h* gedefinieer word as $h(x) = 2f(x) - 4$. (2)

[11]

VRAAG 10

'n Nywerheidsproses het water nodig om deur sy stelsel te vloei as deel van die afkoelingsiklus. Water vloei ononderbroke deur die stelsel vir 'n spesifieke tydperk.

Die verhouding tussen die tyd (t) vandat die water begin vloei en die tempo (r) waarteen die water deur die stelsel vloei, word gegee deur die vergelyking:

$$r = -0{,}2t^2 + 10t$$

waar t in sekondes gemeet word.

10.1 Na hoe lank sal die water teen die maksimum tempo vloei? (3)

10.2 Na hoeveel sekondes hou die water op vloei? (3)
[6]

VRAAG 11

'n Maatskappy vervaardig beide kortmouhemde en langmouhemde. Die beperkings hieronder bepaal die produksie van die hemde per dag.

- Nie meer as 80 kortmouhemde kan per dag vervaardig word nie.
- Daar moet 'n minimum van 50 langmouhemde per dag vervaardig word.
- Hoogstens 5 langmouhemde moet vir elke kortmouhemp vervaardig word.
- Elke kortmouhemp het 5 knope en elke langmouhemp het 4 knope.
- Hoogstens 800 knope is elke dag vir daaglikse vervaardiging beskikbaar.

Laat die getal kortmouhemde x en die getal langmouhemde y wees.

11.1 Skryf die beperkings neer wat hierdie stelsel bepaal. (4)

11.2 Skets die stelsel van beperkings (ongelykhede) op die grafiekpapier op DIAGRAMVEL 1. Dui die gangbare gebied duidelik aan. (5)

11.3 'n Wins van R30 word op elke kortmouhemp gemaak en 'n wins van R20 word op elke langmouhemp gemaak.

11.3.1 Skryf die winsfunksie (winsvergelyking) neer. (1)

11.3.2 Bepaal die getal kortmouhemde en langmouhemde wat per dag vervaardig moet word om maksimum wins vir die maatskappy te verseker. (2)

11.4 Indien die objektiewe winsvergelyking gegee word deur $P = ax + by$, bepaal $\frac{a}{b}$ as P 'n maksimum by elke waarde van y tussen 100 en 160 bereik. (2)
[14]

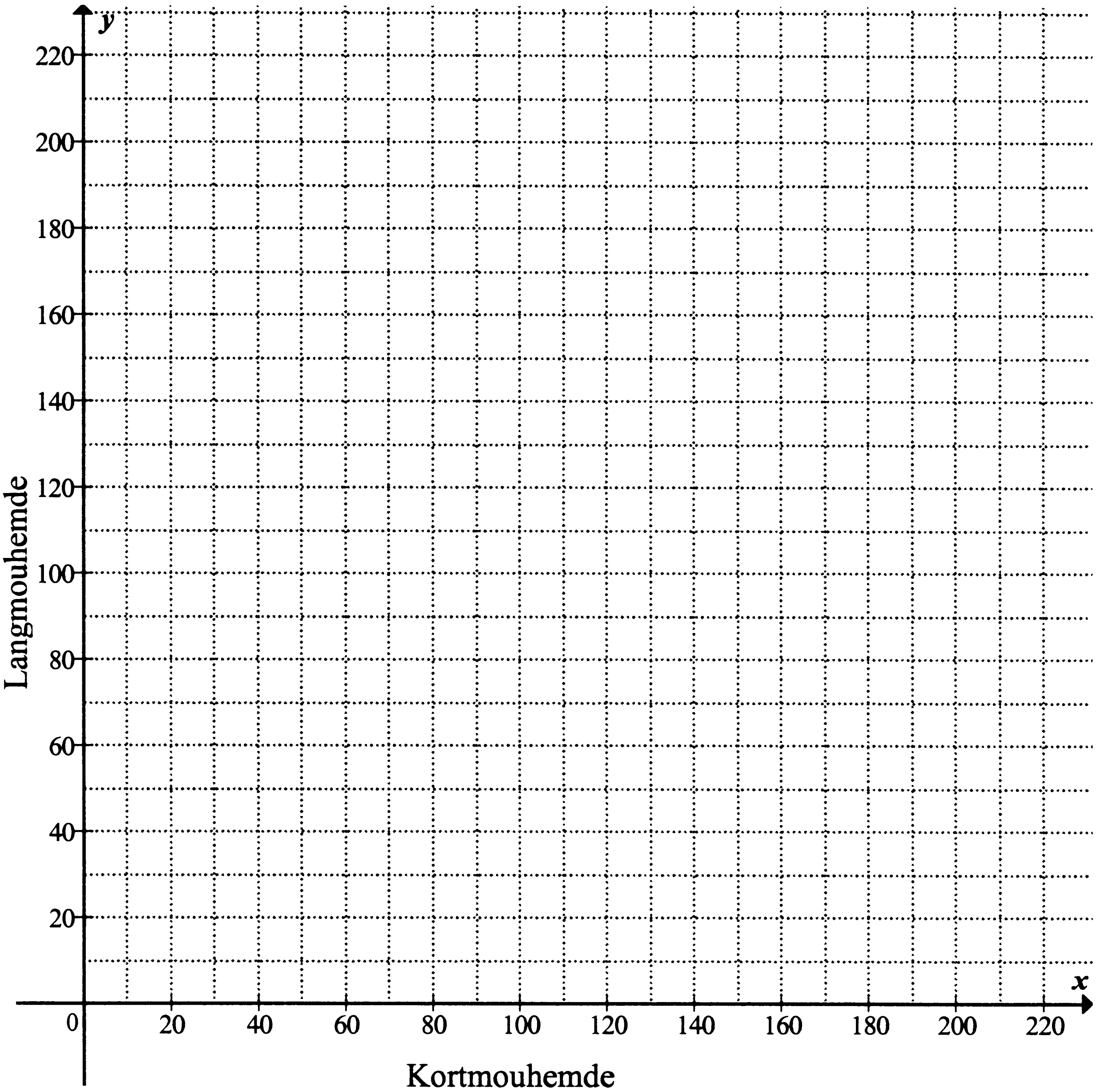
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 11.2



INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $\quad r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$\textit{area}\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$$(x\,;\,y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta\,;\, y\cos\theta + x\sin\theta)$$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \textit{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \textit{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$