education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

# NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

## GRAAD 12

## WISKUNDE V1

## NOVEMBER 2009(1)

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 'n inligtingsblad en 1 diagramvel.**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat enige vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 13 vrae. Beantwoord AL die vrae.

2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het in die beantwoording van vrae, duidelik aan.

3. 'n Goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.

4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.

5. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.

6. EEN diagramvel vir die beantwoording van VRAAG 13.3 is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie blaaie in die ruimtes voorsien en plaas die blaaie agter in jou ANTWOORDEBOEK.

7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjies te werk.

**VRAAG 1**

1.1 Los op vir $x$:

1.1.1 $x(x-1)=30$ (3)

1.1.2 $3x^2-5x+1=0$ (Korrek tot EEN desimale plek) (4)

1.1.3 $15x-4<9x^2$ (4)

1.2 Los vir $x$ en $y$ gelyktydig op in die volgende stel vergelykings:

$$x-y=3$$
$$x^2-xy-2y^2-7=0$$
(5)

1.3 Bereken die presiese waarde van:

$$\frac{\sqrt{10^{2009}}}{\sqrt{10^{2011}}-\sqrt{10^{2007}}}$$ (Toon ALLE berekeninge.) (3)

1.4 Vereenvoudig volledig sonder die hulp van 'n sakrekenaar:

$$\left(1+\sqrt{2x^2}\right)^2-\sqrt{8x^2}$$
(3)
**[22]**

**VRAAG 2**

2.1 Tebogo en Matthew se onderwyser het gevra dat hulle hul eie reël moet gebruik om 'n ry getalle wat met 5 begin, saam te stel. Die rye wat hulle saamgestel het, word hieronder gegee.

Matthew se ry: 5 ; 9 ; 13 ; 17 ; 21; …
Tebogo se ry: 5 ; 125 ; 3 125 ; 78 125; 1 953 125; …

Skryf die $n^{\text{de}}$ term neer (of die reël in terme van $n$) van:

2.1.1 Matthew se ry (3)

2.1.2 Tebogo se ry (2)

2.2 Nomsa genereer 'n ry wat beide rekenkundig en meetkundig is. Die eerste term van die ry is 1. Sy beweer dat daar slegs een so 'n ry is. Is dit korrek? Toon AL jou berekeninge om jou antwoord te regverdig. (5)
**[10]**

**VRAAG 3**

Gegee: $\sum_{t=0}^{99}(3t-1)$

3.1 Skryf die eerste DRIE terme van die reeks neer. (1)

3.2 Bereken die som van die reeks. (4)
**[5]**

**VRAAG 4**

Die volgende ry getalle vorm 'n kwadratiese ry:

$-3\ ;\ -2\ ;\ -3\ ;\ -6\ ;\ -11\ ;\ \ldots$

4.1 Die eerste verskille van die bostaande ry vorm ook 'n ry. Bepaal 'n uitdrukking vir die algemene term van die eerste verskille. (3)

4.2 Bereken die eerste verskil tussen die $35^{ste}$ en $36^{ste}$ terme van die kwadratiese ry. (2)

4.3 Bepaal 'n uitdrukking vir die $n^{de}$ term van die kwadratiese ry. (4)

4.4 Verduidelik hoekom die ry getalle nooit 'n positiewe term sal bevat nie. (2)
**[11]**

**VRAAG 5**

Data omtrent die groei van 'n sekere boom toon dat die boom na een jaar tot 'n hoogte van 150 cm groei. Die data toon verder dat, gedurende die volgende jaar, die hoogte met 18 cm toeneem. In elke opeenvolgende jaar sal die hoogte met $\frac{8}{9}$ van die vorige jaar se groei in hoogte toeneem. Die tabel hieronder is 'n opsomming van die groei van die boom tot aan die einde van die vierde jaar.

| | **Eerste jaar** | **Tweede jaar** | **Derde jaar** | **Vierde jaar** |
|---|---|---|---|---|
| **Hoogte van boom (cm)** | 150 | 168 | 184 | $198\frac{2}{9}$ |
| **Groei (cm)** | | 18 | 16 | $14\frac{2}{9}$ |

5.1 Bepaal die toename in die hoogte van die boom gedurende die sewentiende jaar. (2)

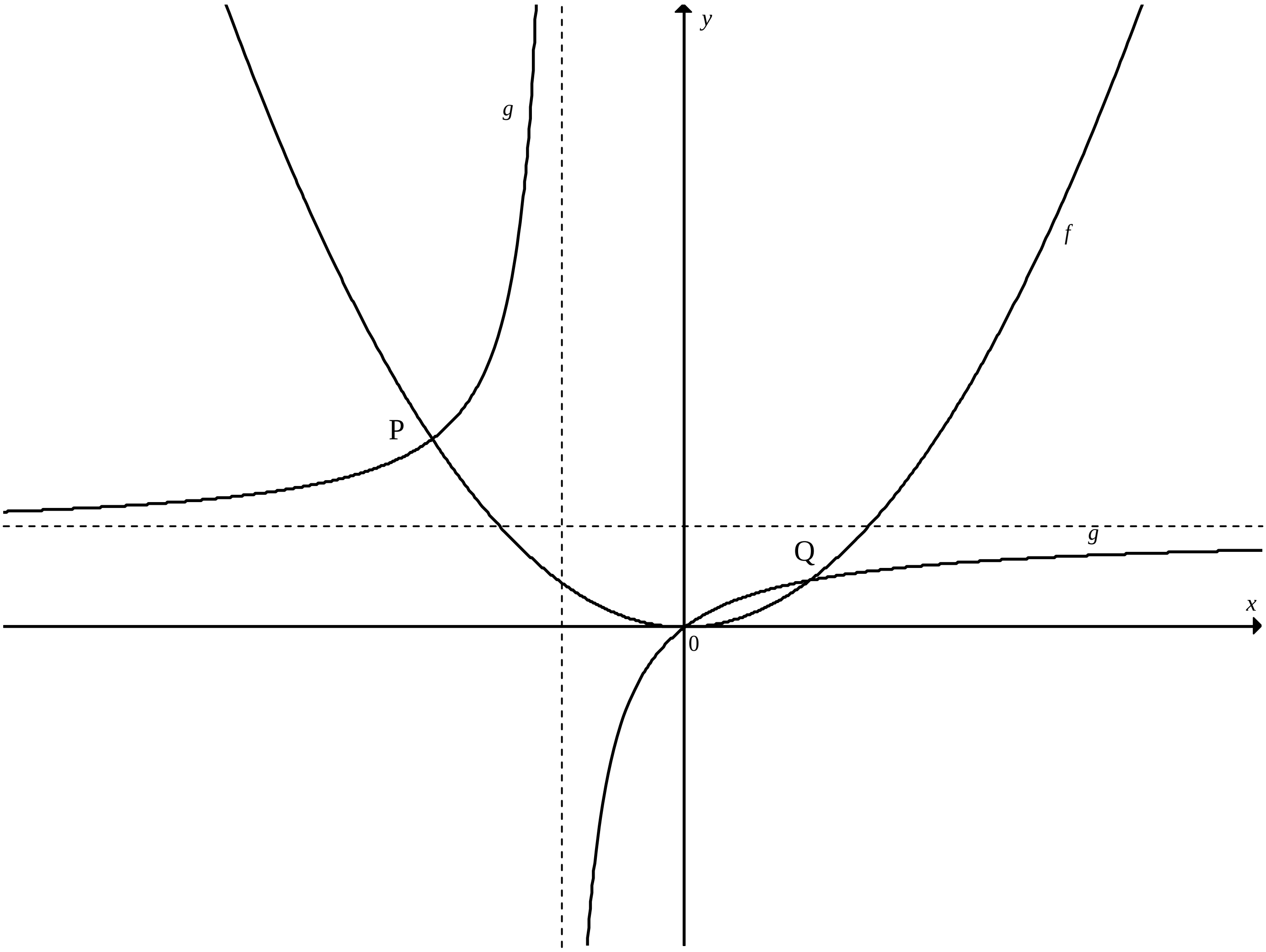
5.2 Bereken die hoogte van die boom ná 10 jaar. (3)

5.3 Toon aan dat die boom nooit 'n hoogte van meer as 312 cm sal bereik nie. (3)
**[8]**

**VRAAG 6**

Hieronder is die grafieke van $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ en $g(x) = -\frac{1}{x+1} + 1$ geskets.

P en Q is die snypunte van $f$ en $g$.




6.1 Toon aan dat die koördinate van P en Q onderskeidelik P(– 2 ; 2) en Q(1 ; $\frac{1}{2}$) is. (6)

6.2 'n As van simmetrie van die grafiek van $g$ is 'n reguitlyn, gedefinieer as $y = mx + c$, waar $m > 0$. Skryf die vergelyking van hierdie reguitlyn in die vorm $y = h(x) = \ldots$ neer. (2)

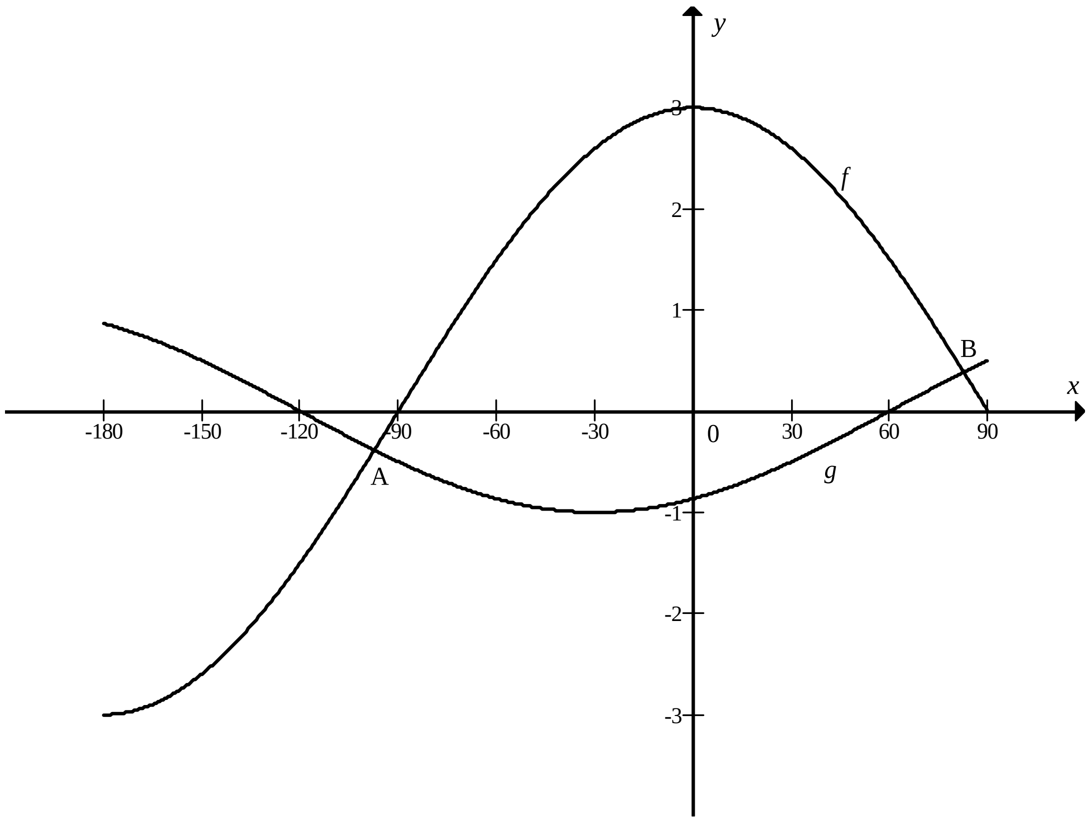
6.3 Bepaal die vergelyking van $h^{-1}$ in die vorm $y = \ldots$ (2)

6.4 Toon algebraïes aan dat $g(x) + g\left(\frac{1}{x}\right) = g(-x).g(x-1)$. ($x \neq 0$ of $x \neq 1$) (3)

**[13]**

**VRAAG 7**

Die grafieke van $f(x) = 3\cos x$ en $g(x) = \sin(x - 60°)$ is hieronder geskets vir $x \in [-180° ; 90°]$.




7.1 Skryf die waardeversameling van $f$ neer. (1)

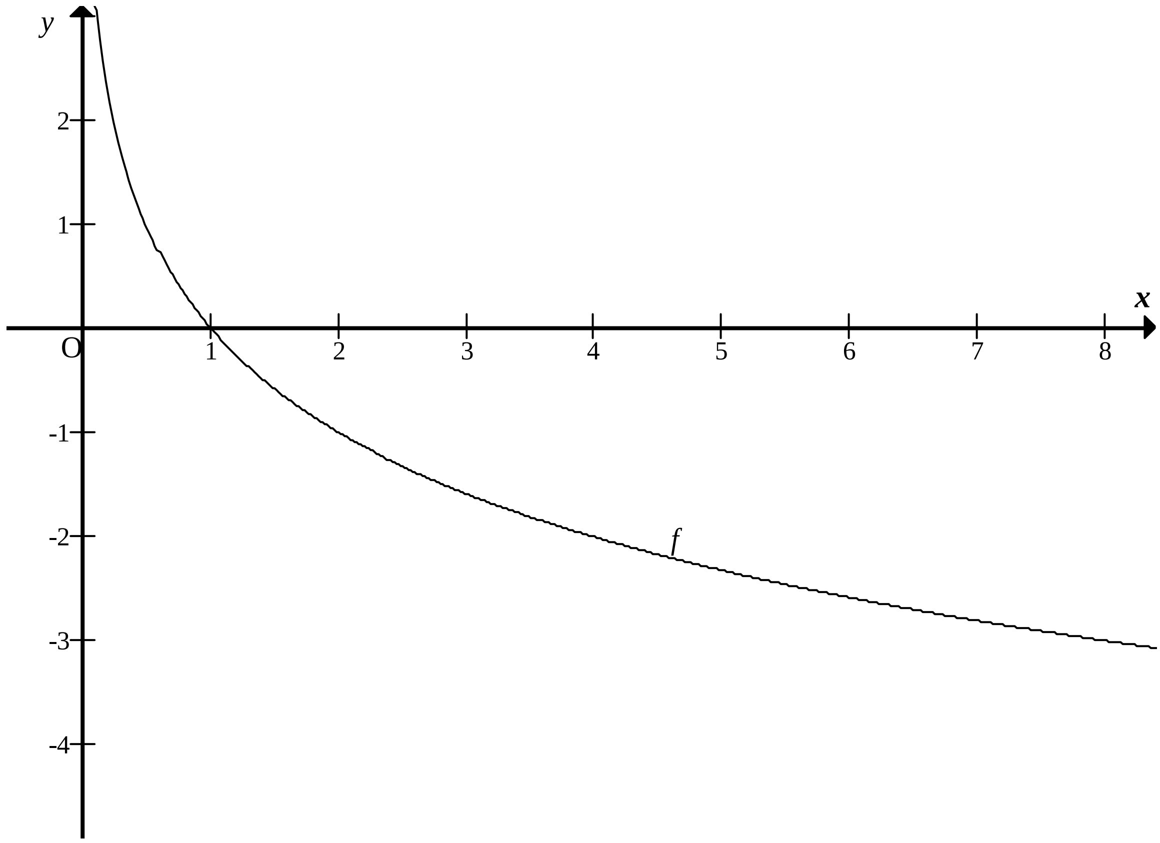
7.2 Indien A(– 97,37° ; – 0,38) is, skryf die koördinate van B neer. (3)

7.3 Skryf die periode van $g(3x)$ neer. (2)

7.4 Skryf 'n waarde vir $x$ neer waar $g(x) - f(x)$ 'n maksimum sal wees. (2)
**[8]**

**VRAAG 8**

Hieronder is die grafiek van $f(x) = -\log_2 x$ geskets.




8.1 Skryf die definisieversameling van $f$ neer. (1)

8.2 Skryf die vergelyking van $f^{-1}$ in die vorm $y = \ldots$ neer. (1)

8.3 Skryf die vergelyking van die asimptoot van $f^{-1}$ neer. (1)

8.4 Verduidelik hoe jy die volgende grafieke sal skets deur die grafiek van $f$ te gebruik:

8.4.1 $g(x) = \log_2 x$ (1)

8.4.2 $h(x) = 2^{-x} - 5$ (3)

8.5 Gebruik die grafiek van $f$ om vir $x$ op te los waar $\log_2 x < 3$. (3)

**[10]**

## VRAAG 9

9.1 'n Fotokopieerder met 'n waarde van R24 000 depresieer teen 'n tempo van 18% p.j. op die verminderendesaldo-metode. Na verloop van hoeveel jaar sal die waarde van die masjien R15 000 wees? (4)

9.2 'n Motor wat R130 000 kos, word soos volg geadverteer: 'Geen deposito nodig nie en die eerste paaiement betaalbaar drie maande na datum van aankoop.' Die rentekoers word as 18% p.j. maandeliks saamgestel, aangedui.

9.2.1 Bereken die bedrag wat geskuld word twee maande na die datum van aankoop, wat een maand is voor die datum waarop die eerste betaling gedoen moet word. (3)

9.2.2 Herschel koop hierdie motor op 1 Maart 2009 en betaal die eerste paaiement op 1 Junie 2009. Daarna betaal hy nog 53 gelyke paaiemente op die eerste dag van elke maand.

(a) Bereken sy maandelikse terugbetalings. (3)

(b) Bereken die totaal van al Herschel se terugbetalings. (1)

9.2.3 Hashim het ook 'n motor vir R130 000 gekoop. Hy het ook 'n lening vir R130 000 uitgeneem teen 'n rentekoers van 18% p.j. maandeliks saamgestel. Hy het ook 54 gelyke paaiemente betaal. Hy begin egter sy betalings een maand nadat hy die motor aangekoop het. Bereken die totaal van al Hashim se terugbetalings. (4)

9.2.4 Bereken die verskil tussen Herschel en Hashim se totale terugbetalings. (1)
**[16]**

## VRAAG 10

10.1 Differensieer $f(x)$ vanuit eerste beginsels indien $f(x) = -2x^2 + 3$. (5)

10.2 Evalueer: $\frac{dy}{dx}$ indien $y = x^2 - \frac{1}{2x^3}$ (2)
**[7]**

## VRAAG 11

Gegee: $f(x) = -x^3 + x^2 + 8x - 12$

11.1 Bereken die *x*-snypunte van die grafiek van $f$. (5)

11.2 Bepaal die koördinate van die draaipunte van die grafiek van $f$. (5)

11.3 Skets die grafiek van $f$ en dui al die snypunte met die asse en die draaipunte duidelik aan. (3)

11.4 Skryf die *x*-koördinaat van die buigpunt van $f$ neer. (2)

11.5 Skryf die koördinate van die draaipunte van $h(x) = f(x) - 3$ neer. (2)

**[17]**

## VRAAG 12

'n Toeris ry met sy motor oor 'n bergagtige pas as deel van sy reis. Die hoogte bo seevlak van die motor, na $t$ minute, word gegee as $s(t) = 5t^3 - 65t^2 + 200t + 100$ meter. Die reis duur 8 minute.

12.1 Hoe hoog is die motor bo seevlak wanneer met die reis oor die bergagtige pas begin word? (2)

12.2 Bereken die motor se tempo van verandering in hoogte bo seevlak met betrekking tot tyd, 4 minute nadat die reis oor die bergagtige pas begin het. (3)

12.3 Interpreteer jou antwoord op VRAAG 12.2. (2)

12.4 Hoeveel minute nadat die reis begin het, sal die tempo van verandering in hoogte met betrekking tot tyd, 'n minimum wees? (3)

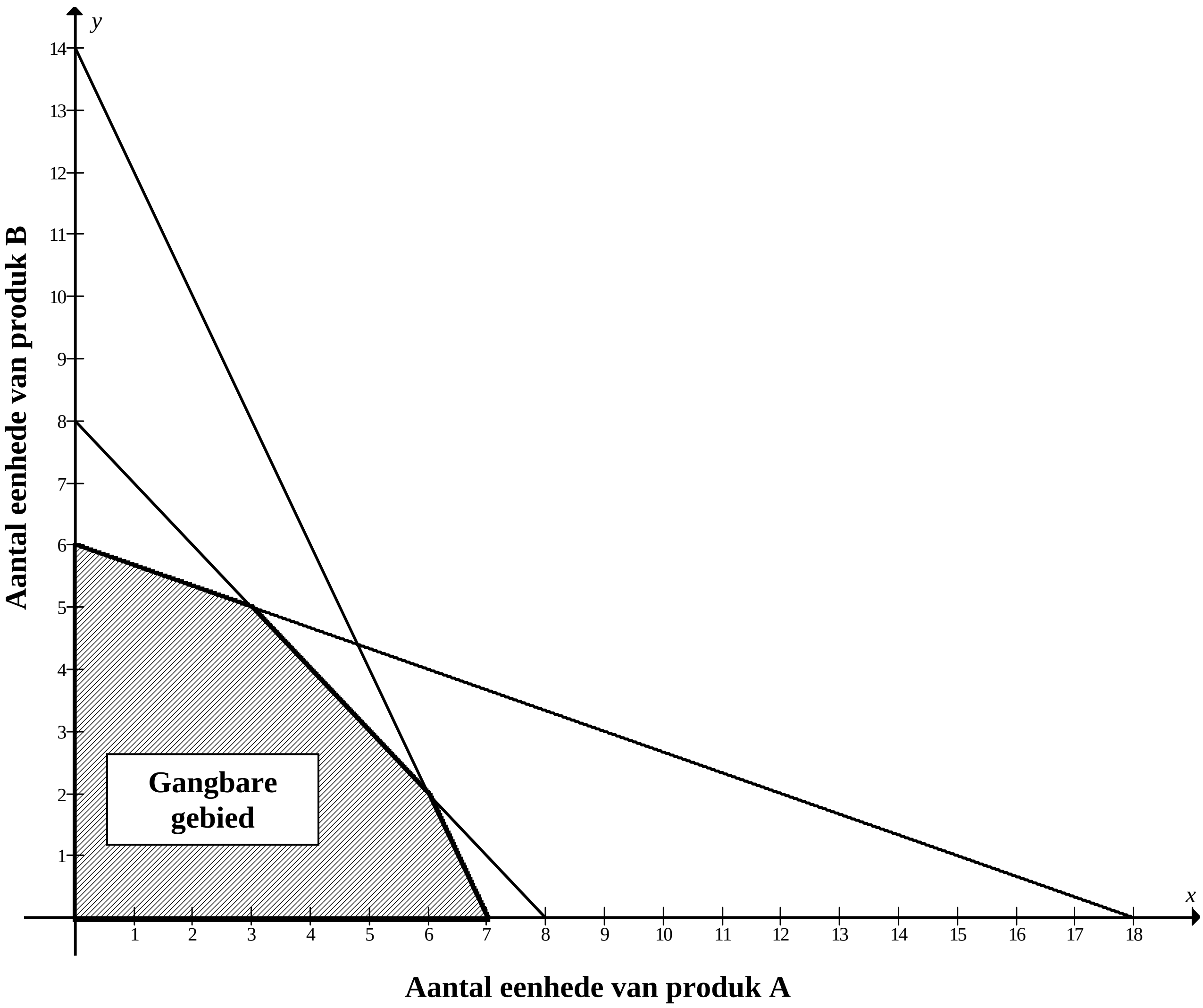
**[10]**

**VRAAG 13**

'n Staalvervaardiger maak twee tipes produkte, produk A en B, wat onderdele het wat uitgesny, aanmekaargesit en afgewerk moet word. Die vervaardiger is bewus van die feit dat hy soveel produkte kan verkoop as wat vervaardig kan word.

Laat *x* en *y* onderskeidelik die aantal eenhede van produk A en produk B wees wat daagliks vervaardig word.

Die beperkinge op die vervaardigingsproses van die produkte word hieronder voorgestel en die gangbare gebied is geskakeer.




13.1 Skryf die beperkinge wat die bostaande inligting beskryf, in terme van *x* en *y* neer. (7)

13.2 Indien produk A 'n wins van R30 per item lewer en produk B 'n wins van R40 per item, skryf die vergelyking neer wat die daaglikse wins in terme van *x* en *y* sal aandui. (2)

13.3 Bepaal die aantal eenhede van produk A en produk B wat die vervaardiger moet vervaardig om sy daaglikse wins te maksimeer. 'n Diagram word op DIAGRAMVEL 1 voorsien. (2)

13.4 Die vervaardiger wil graag hê dat die maksimum wins (6 ; 2) moet wees vir die winsvergelyking P = $mx$ + c. Bepaal die waardes van $m$ wat hierdie voorwaarde sal bevredig. (2)

**[13]**

**TOTAAL: 150**

# INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad \sum_{i=1}^{n} \left(a + (i-1)d\right) = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$\sum_{i=1}^{n} ar^{i-1} = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$ ; $r \neq 1$ $\quad \sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1 - r}$ ; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

*In $\Delta ABC$:*

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad area\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A\ of\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ en\ B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$

**SENTRUMNOMMER:**

**EKSAMENNOMMER:**

**DIAGRAMVEL 1**

**VRAAG 13.3**