



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

WISKUNDE V2

FEBRUARIE/MAART 2014

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 3 diagramvelle en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts, wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramvelle vir VRAAG 1.4, VRAAG 2.1, VRAAG 2.2 en VRAAG 6.2.2(b) is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie diagramvelle in die ruimtes voorsien en plaas die diagramvelle agterin jou ANTWOORDEBOEK.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die snoepwinkel by Great Future Hoërskool verkoop blikkies gaskoeldrank. Die Omgewingsklub by die skool het besluit om vir drie weke 'n blikkie-insamelingsprojek te hou om leerders van die effek van rommel op die omgewing bewus te maak.

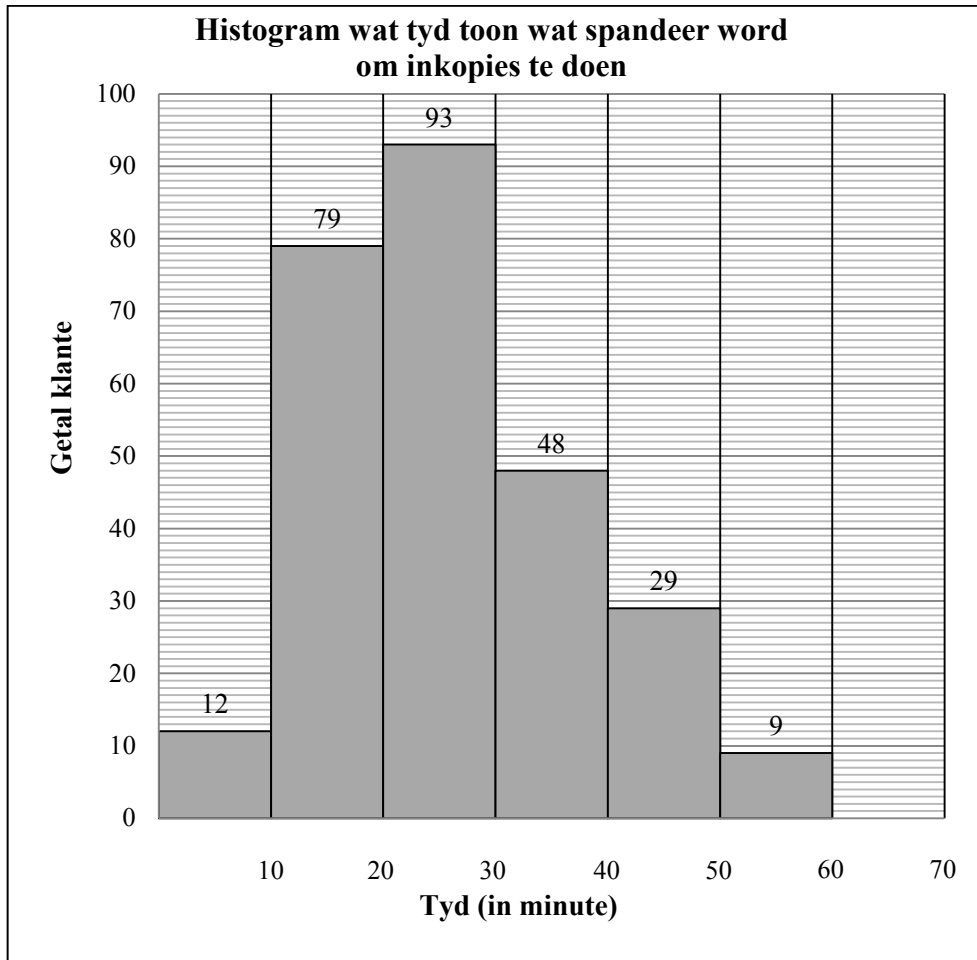
Die data hieronder toon die getal blikkies wat op elke skooldag van die drie-week-projek ingesamel is.

58	83	85	89	94
97	98	100	105	109
112	113	114	120	145

- 1.1 Bereken die gemiddelde getal blikkies wat oor die tydperk van drie weke ingesamel is. (2)
 - 1.2 Bereken die standaardafwyking. (2)
 - 1.3 Bepaal die onderste en boonste kwartiele van die data. (2)
 - 1.4 Gebruik die getallelyn op DIAGRAMVEL 1 om 'n mond-en-snordiagram, wat die data voorstel, te teken. (3)
 - 1.5 Op hoeveel dae het die getal blikkies wat ingesamel is, buite EEN standaardafwyking vanaf die gemiddeld gelê? (3)
- [12]**

VRAAG 2

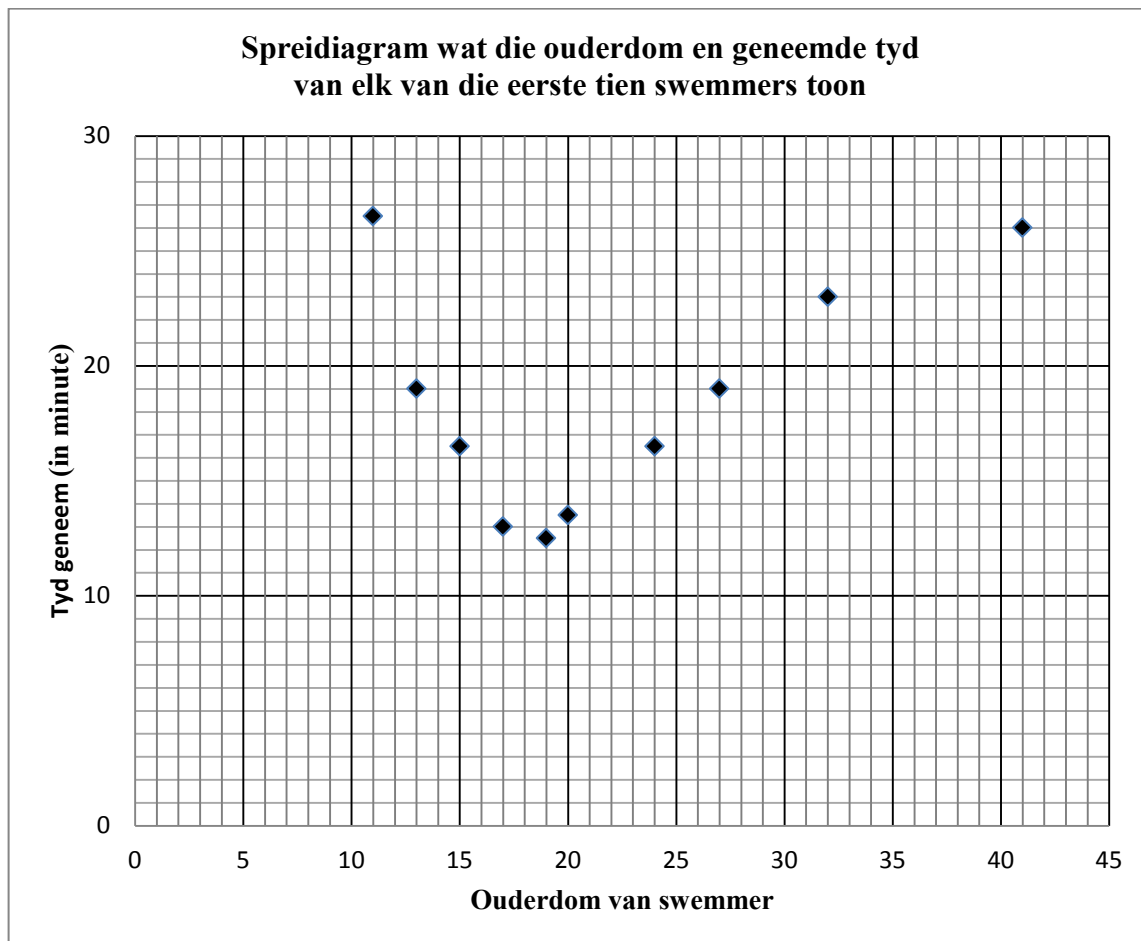
Die histogram hieronder toon die tyd, in minute, wat klante spandeer om hulle inkopies by Excellent Supermark te doen.



- 2.1 Voltooi die frekwensiekolom en kumulatiewefrekwensie-kolom in die tabel op DIAGRAMVEL 1. (3)
 - 2.2 Gebruik die rooster op DIAGRAMVEL 2 om 'n ogief van die data hierbo te skets. (4)
 - 2.3 Gebruik die ogief om die mediaantyd wat klante by hierdie supermark spandeer het te skat. (2)
 - 2.4 Lewer kommentaar op die skeefheid van die data. (1)
- [10]**

VRAAG 3

Die spreidiagram hieronder toon die ouderdom en die geneemde tyd van elk van die eerste tien swemmers van 'n swemklub om 'n oopwater-swemitem te voltooi. Die geneemde tyd is tot die naaste halfminuut afgerond.



- 3.1 Skryf die koördinate van 'n uitskieter in die spreidiagram neer. (1)
- 3.2 Watter van die volgende funksies sal die data die beste pas: lineêr, kwadratiese of eksponensieel? (1)
- 3.3 Gee 'n verduideliking vir die tendens wat in hierdie dataversameling waargeneem word. (2)
- 3.4 Indien die twee swakste (langste) tye uit die dataversameling weggelaat word, hoe sal dit die volgende beïnvloed:
 - 3.4.1 Die standaardafwyking van die oorspronklike dataversameling (1)
 - 3.4.2 Die gemiddeld van die oorspronklike dataversameling (1)

[6]

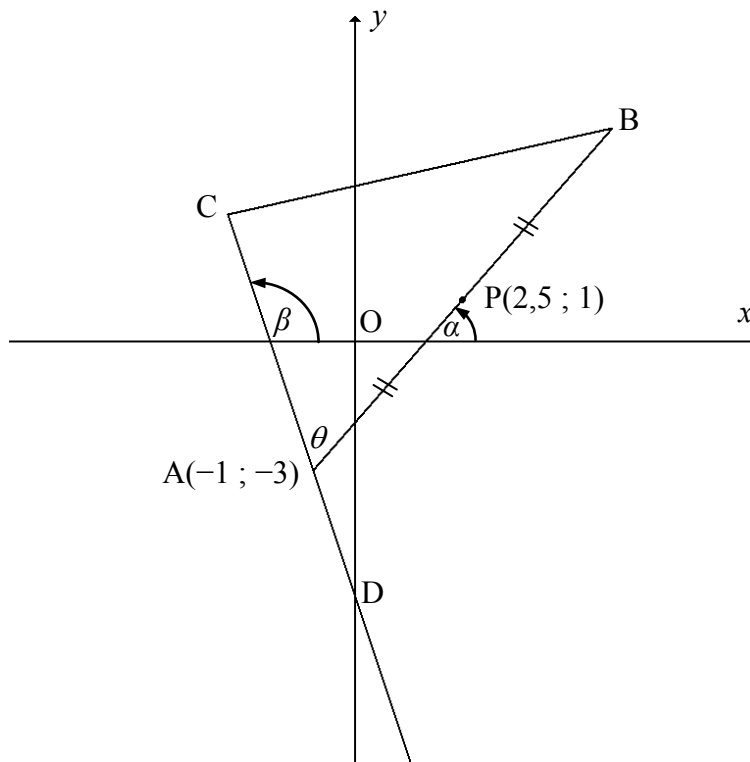
VRAAG 4

In die diagram hieronder is $A(-1 ; -3)$, B en C die hoekpunte van 'n driehoek.

$P(2,5 ; 1)$ is die middelpunt van AB. CA verleng sny die y-as by D.

Die vergelyking van CD is $y = -3x + k$. $\widehat{CAB} = \theta$.

α en β is die hoeke wat AB en AC onderskeidelik met die x-as maak.

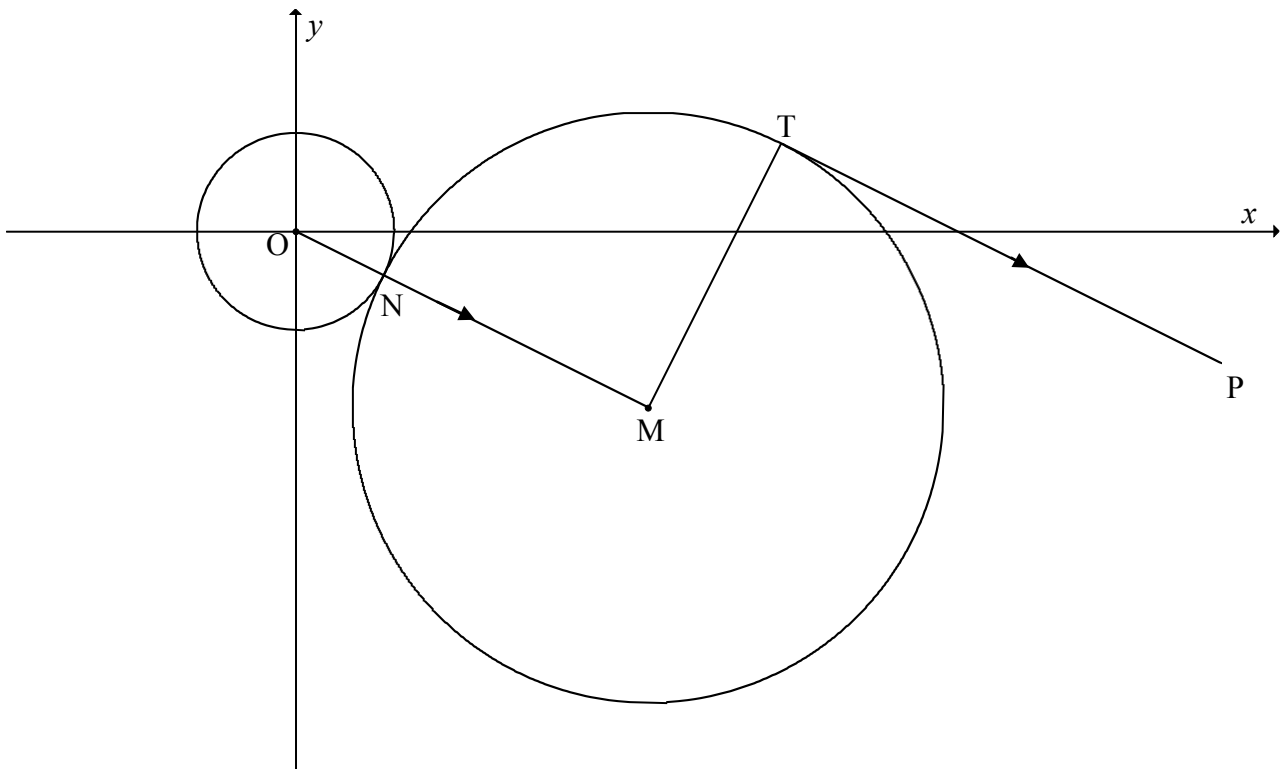


- 4.1 Bepaal die waarde van k . (2)
- 4.2 Bepaal die koördinate van B. (2)
- 4.3 Bepaal die gradiënt van AB. (2)
- 4.4 Bereken die grootte van θ . (5)
- 4.5 Bereken die lengte van AD. Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)
- 4.6 Indien $AC = 2AD$ en $AB = \sqrt{113}$, bereken die lengte van CB. (5)
- [18]**

VRAAG 5

In die diagram hieronder is $(x - 8)^2 + (y + 4)^2 = 45$ die vergelyking van die sirkel met middelpunt M.

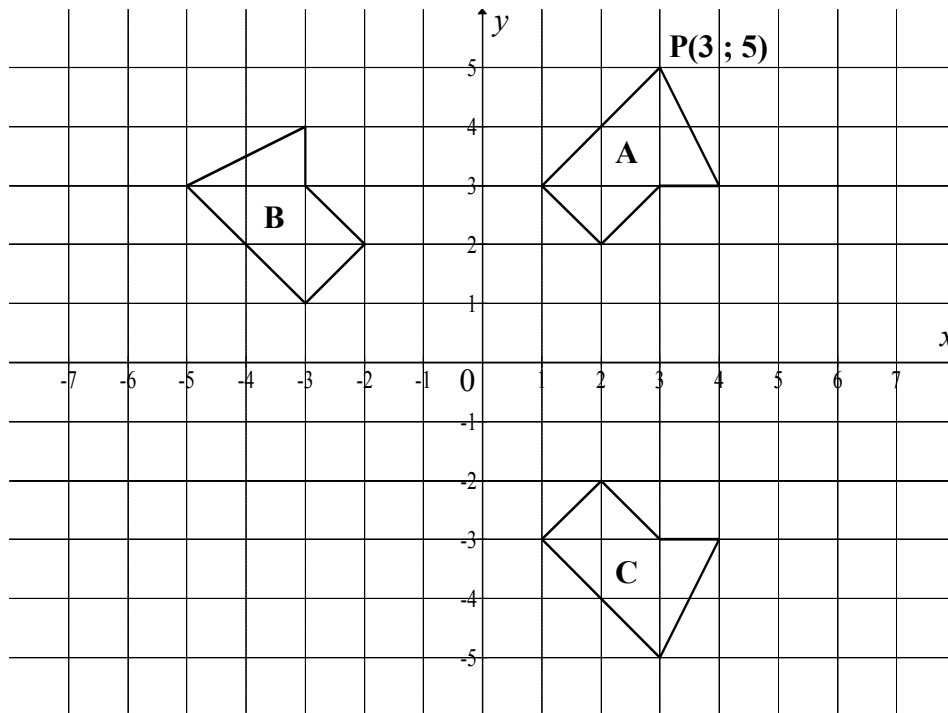
PT is 'n raaklyn aan hierdie sirkel by T en PT is ewewydig aan OM. 'n Ander sirkel, met middelpunt O, raak die sirkel met middelpunt M by N.



- 5.1 Skryf die koördinate van M neer. (1)
- 5.2 Bereken die lengte van OM. Laat jou antwoord in die eenvoudigste wortelvorm. (2)
- 5.3 Bereken die lengte van ON. Laat jou antwoord in die eenvoudigste wortelvorm. (3)
- 5.4 Bereken die grootte van $\hat{O}MT$. (2)
- 5.5 Bepaal die vergelyking van MT in die vorm $y = mx + c$. (5)
- 5.6 Bereken die koördinate van T. (6)
- [19]**

VRAAG 6

6.1 Die diagram hieronder toon veelhoeke A, B en C.
 $P(3 ; 5)$ is 'n hoekpunt van veelhoek A.



6.1.1 Beskryf volledig die transformasie van veelhoek A na veelhoek B. (2)

6.1.2 Skryf die reël neer wat veelhoek B na veelhoek C transformeer. (2)

6.1.3 P' is die beeld van P wanneer veelhoek A om die oorsprong deur 180° geroteer word. Skryf die koördinate van P' neer. (2)

6.2 $P(3 ; 2)$, $Q(-1 ; 2)$, $R(-2 ; 1)$ en $S(-1 ; 0)$ is die hoekpunte van vierhoek PQRS.

6.2.1 PQRS word deur die oorsprong met 'n skaalfaktor van 2 vergroot om $P'Q'R'S'$ te verkry. Skryf die koördinate van Q' neer. (1)

6.2.2 $P''Q''R''S''$ is die beeld wanneer $P'Q'R'S'$ om die y-as gereflekteer en dan 3 eenhede na regs en 1 eenheid opwaarts getransleer word.

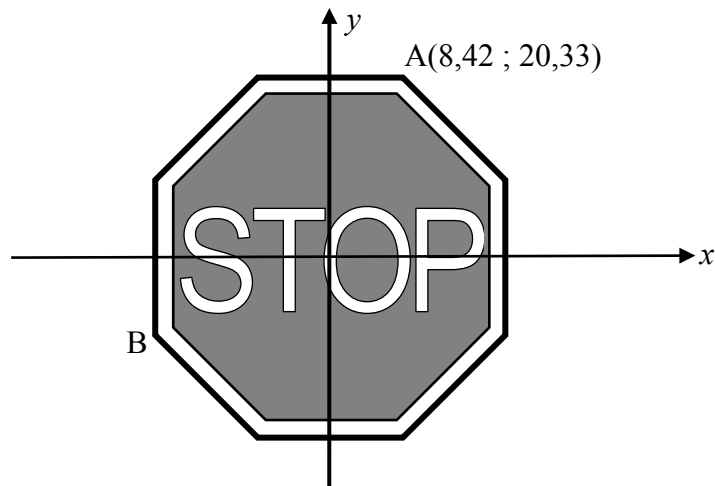
(a) Skryf die enkelreël neer wat PQRS na $P''Q''R''S''$ transformeer. (3)

(b) Gebruik die rooster op DIAGRAMVEL 3 om $P''Q''R''S''$ te skets. Benoem die hoekpunte. (5)

6.2.3 Los vir t op in die vergelyking:

Omtrek van PQRS = $t \times$ omtrek van $P''Q''R''S''$ (2)

[17]

VRAAG 7

Die STOP-teken is 'n reëlmatige oktagoon (agthoek). Beskou $A(8,42 ; 20,33)$ as 'n hoekpunt op 'n STOP-teken met sy middelpunt by die oorsprong.

Indien die STOP-teken om die oorsprong in 'n antikloksgegewyse rigting geroteer word sodat A met punt B saamval, bepaal die koördinate van B.

[6]**VRAAG 8**

8.1 Indien $\sin A = \frac{3}{5}$ en $\cos A < 0$, bepaal, SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik, die waarde van:

8.1.1 $\sin(-A)$ (2)

8.1.2 $\tan A$ (3)

8.2 Indien $\cos 34^\circ = p$, skryf die volgende, SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik, in terme van p neer:

8.2.1 $\cos 214^\circ$ (2)

8.2.2 $\cos 68^\circ$ (2)

8.2.3 $\tan 56^\circ$ (4)

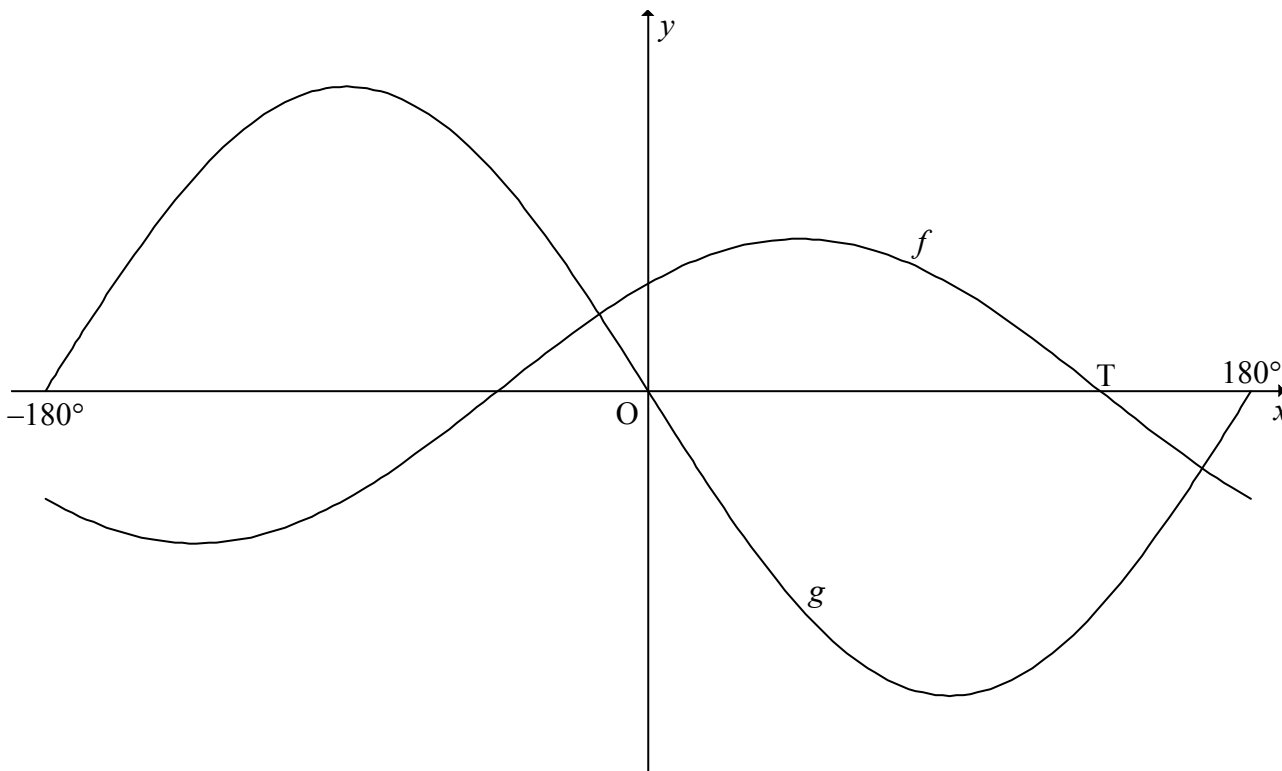
8.3 Bepaal die waarde van die volgende uitdrukking, SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:

$\cos 350^\circ \sin 40^\circ - \cos 440^\circ \cos 40^\circ$ (5)

[18]

VRAAG 9

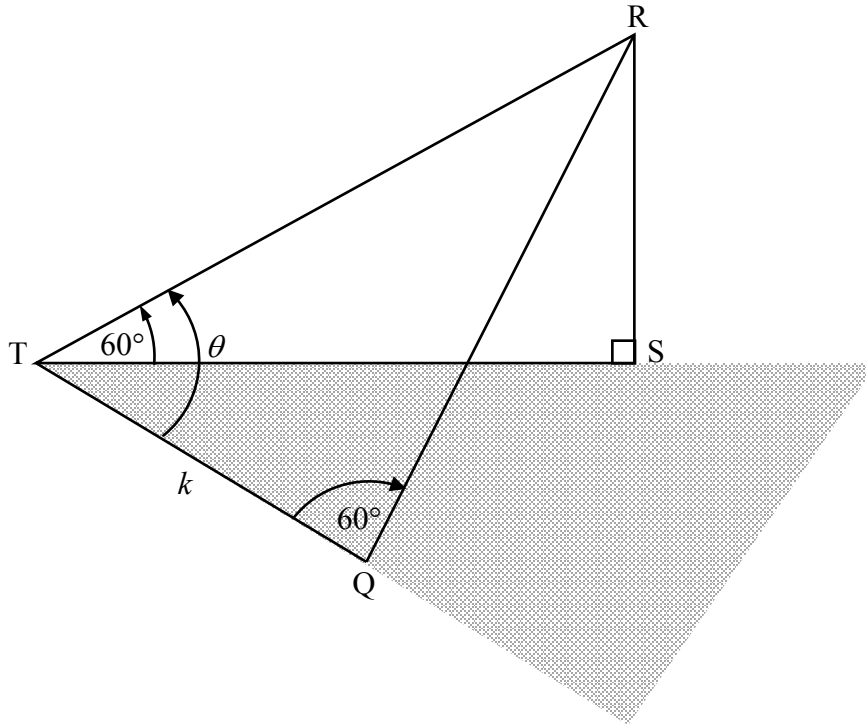
Die grafieke van $f(x) = \cos(x - 45^\circ)$ en $g(x) = -2 \sin x$ is hieronder geskets vir $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$. Die punt T is 'n x-afsnit van f , soos in die diagram aangetoon.



- 9.1 Toon aan dat $\cos(x - 45^\circ) = -2 \sin x$ geskryf kan word as $\tan x = -0,2612$. (4)
 - 9.2 Los die vergelyking op: $\cos(x - 45^\circ) = -2 \sin x$ vir $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$. (3)
 - 9.3 Skryf die koördinate van punt T neer. (2)
 - 9.4 Skryf die interval neer waarvoor $f(x) \geq g(x)$. (2)
 - 9.5 Skryf die interval neer waarvoor beide f en g streng stygend is. (3)
 - 9.6 Die grafiek h word verkry as die grafiek f met 45° na regs geskuif word. Skryf die vergelyking van h in sy eenvoudigste vorm neer. (2)
- [16]**

VRAAG 10

In die diagram hieronder is RS die hoogte van 'n vertikale toring. T en Q is twee punte in dieselfde horisontale vlak as die voet S van die toring. Vanaf punt T is die hoogtehoek na die toppunt van die toring 60° . $\widehat{RTQ} = \theta$, $\widehat{RQT} = 60^\circ$ en $TQ = k$ meter.



- 10.1 Druk TR in terme van θ en k uit. (3)
- 10.2 Toon dat $RS = \frac{3k}{2(\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta)}$. (7)
[10]

VRAAG 11

11.1 Beskou die funksie: $f(x) = 3 - 2\sin^2 x$

11.1.1 Bepaal die waardeversameling van f . (4)

11.1.2 Vir watter waarde(s) van x , $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$, sal f 'n minimum waarde hê? (3)

11.2 11.2.1 Toon aan dat $1 - \cos 2Q = 2\sin^2 Q$. (1)

11.2.2 Gegee: $\hat{P} + \hat{Q} + \hat{R} = 180^\circ$

(a) Toon aan dat $\sin 2R = -\sin(2P + 2Q)$. (3)

(b) Toon vervolgens aan dat
 $\sin 2P + \sin 2Q + \sin 2R = 4 \sin P \sin Q \sin R$. (7)
[18]

TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

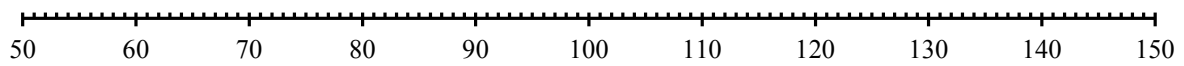
--	--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 1.4



VRAAG 2.1

Tyd (in minute)	Frekwensie	Kumulatiewe frekwensie
$0 < x \leq 10$		
$10 < x \leq 20$		
$20 < x \leq 30$		
$30 < x \leq 40$		
$40 < x \leq 50$		
$50 < x \leq 60$		

SENTRUMNOMMER:

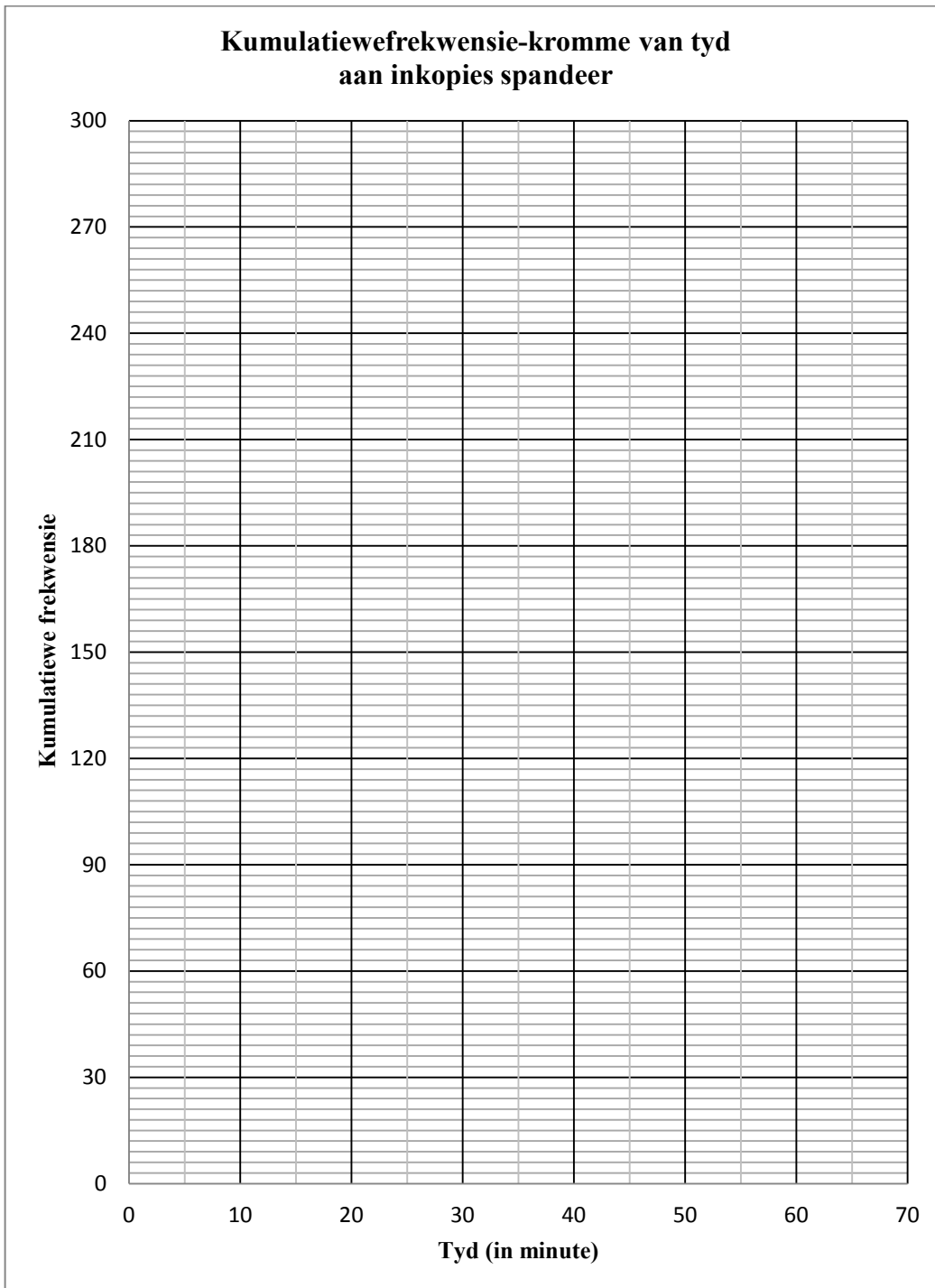
--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 2.2



SENTRUMNOMMER:

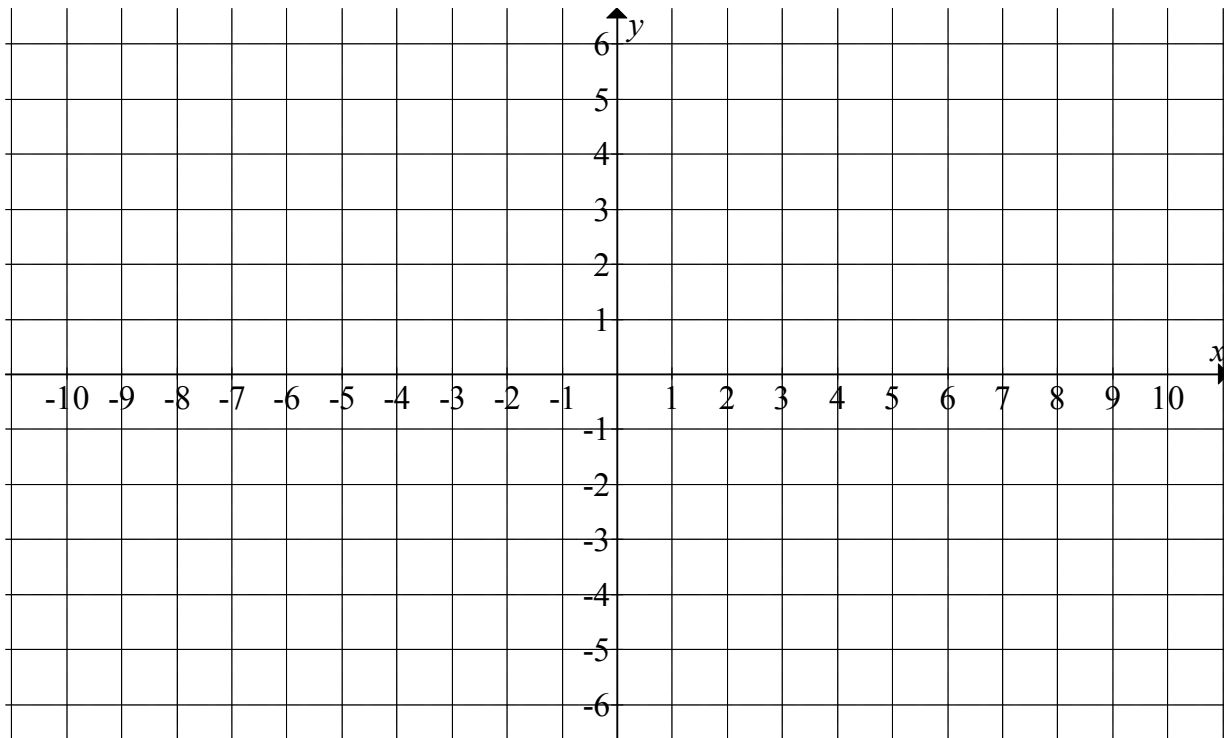
--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 3

VRAAG 6.2.2(b)



INLICHTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$