basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

FEBRUARIE/MAART 2015

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 5 diagramvelle en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word NIE.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

7. VYF diagramvelle vir VRAAG 1.3, 7, 8, 9.2, 9.3 en 10 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsye in die ruimtes wat voorsien is en plaas die bladsye agterin jou ANTWOORDEBOEK.

8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die tabel hieronder toon die afstande (in kilometer) wat daagliks deur 'n verkoopsverteenwoordiger op 21 werksdae van 'n sekere maand afgelê is.

131	132	140	140	141	144	146
147	149	150	151	159	167	169
169	172	174	175	178	187	189

1.1 Bereken die gemiddelde afstand wat deur die verkoopsverteenwoordiger afgelê is. (2)

1.2 Skryf die vyfgetal-opsomming vir hierdie stel data neer. (4)

1.3 Gebruik die gekalibreerde lyn op DIAGRAMVEL 1 om 'n mond-en-snordiagram vir hierdie stel data te teken. (2)

1.4 Lewer kommentaar op die skeefheid van die data. (1)

1.5 Bereken die standaardafwyking van die afstand wat afgelê is. (2)

1.6 Die verkoopsverteenwoordiger ontdek dat sy odometer (afstandsmeter) foutief is. Die werklike lesing op elk van die 21 dae is p km meer as wat aangedui is. Skryf neer, in terme van p (waar van toepassing), die:

1.6.1 Werklike gemiddelde (1)

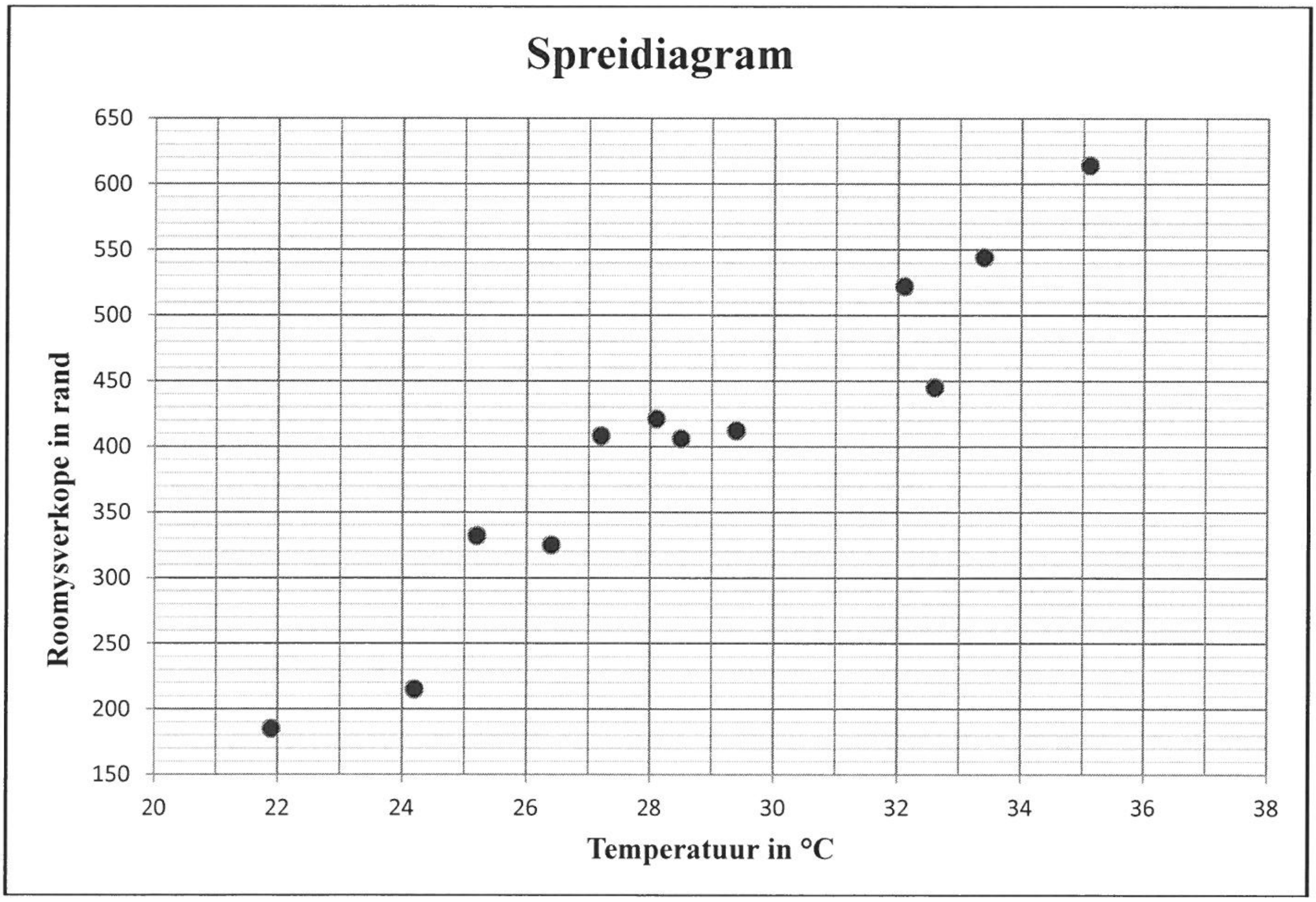
1.6.2 Werklike standaardafwyking (1)

[13]

VRAAG 2

'n Roomyswinkel het vir 12 dae van 'n sekere maand die roomysverkope, in rand, en die maksimum temperatuur, in °C, aangeteken. Die data wat versamel is, word in die tabel en spreidiagram hieronder voorgestel.

Temperatuur in °C	24,2	26,4	21,9	25,2	28,5	32,1	29,4	35,1	33,4	28,1	32,6	27,2
Roomysverkope in rand	215	325	185	332	406	522	412	614	544	421	445	408



2.1 Beskryf die invloed van temperatuur op die roomysverkope in die spreidiagram. (1)

2.2 Gee 'n rede waarom hierdie tendens nie onbepaald kan voortgaan nie. (1)

2.3 Bereken 'n vergelyking vir die kleinstekwadrate-regressielyn (lyn van beste passing). (4)

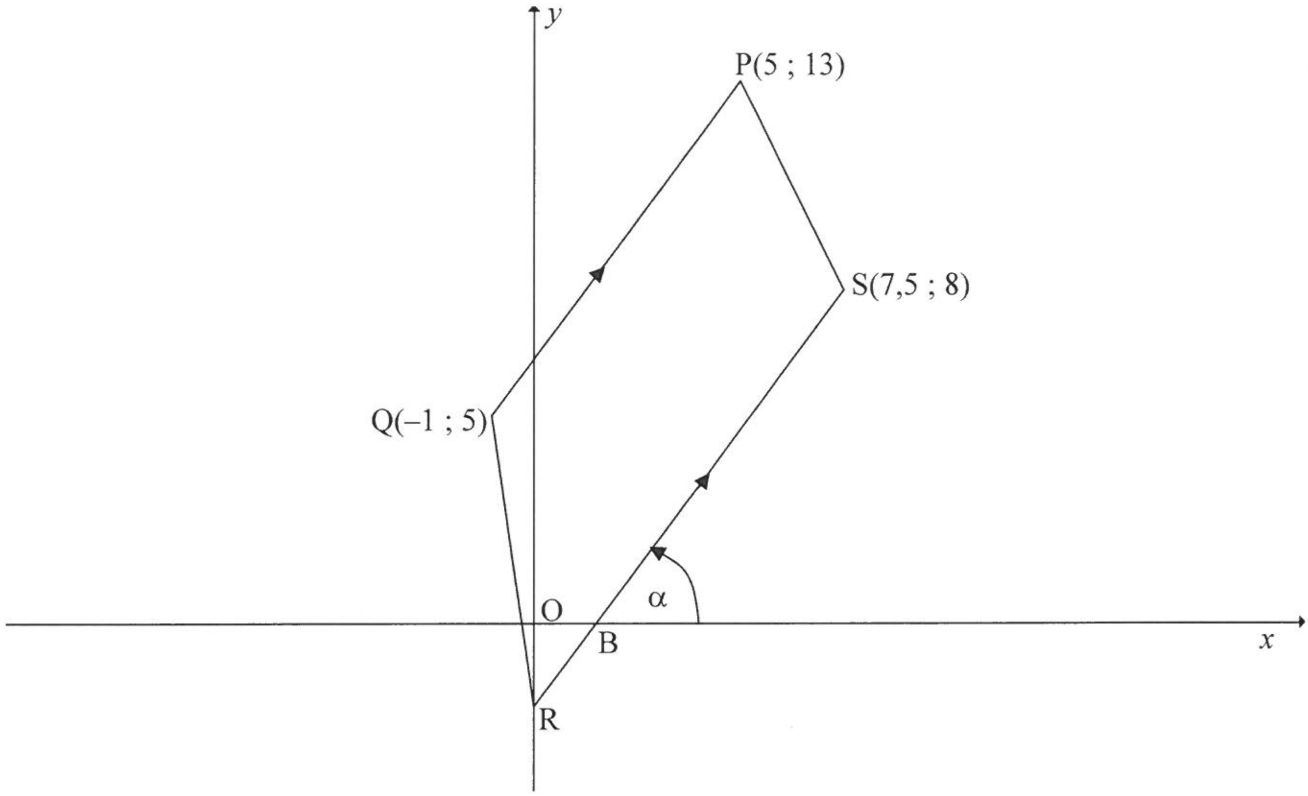
2.4 Bereken die korrelasiekoëffisiënt. (1)

2.5 Lewer kommentaar op die sterkte van die verband tussen die veranderlikes. (1)

[8]

VRAAG 3

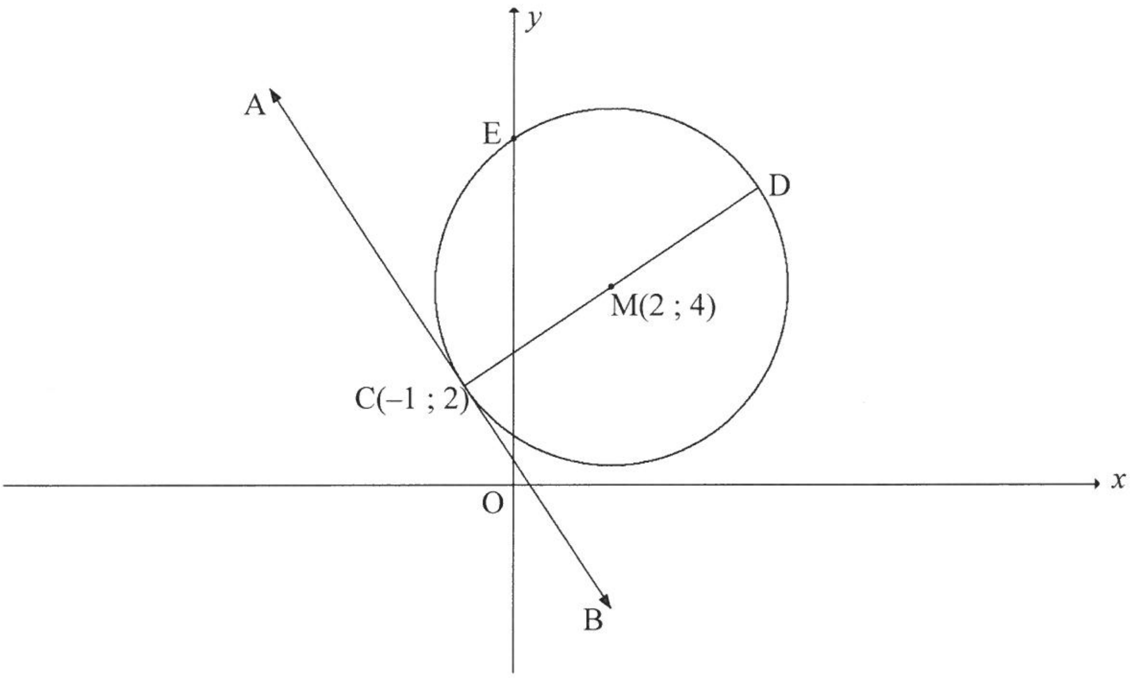
In die diagram hieronder is punt P(5 ; 13), Q(–1 ; 5) en S(7,5 ; 8) gegee. SR | | PQ waar R die y-afsnit van SR is. Die x-afsnit van SR is B. QR is verbind.



3.1	Bereken die lengte van PQ.	(3)
3.2	Bereken die gradiënt van PQ.	(2)
3.3	Bepaal die vergelyking van lyn RS in die vorm $ax + by + c = 0$.	(4)
3.4	Bepaal die x-koördinaat van B.	(2)
3.5	Bereken die grootte van $O\hat{R}B$.	(3)
3.6	Bewys dat QBSP 'n parallelogram is.	(4)
		[18]

VRAAG 4

4.1 In die diagram hieronder gaan die sirkel met middelpunt M(2 ; 4) deur C(–1 ; 2) en sny die y-as by E. Die middellyn CMD is getrek en ACB is 'n raaklyn aan die sirkel.



4.1.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. (3)

4.1.2 Skryf die koördinate van D neer. (2)

4.1.3 Bepaal die vergelyking van AB in die vorm $y = mx + c$. (5)

4.1.4 Bereken die koördinate van E. (4)

4.1.5 Toon aan dat EM ewewydig is aan AB. (2)

4.2 Bepaal of die sirkels met vergelykings $(x+2)^2+(y-4)^2=25$ en $(x-5)^2+(y+1)^2=9$ mekaar sal sny. Toon AL die berekeninge. (6)

[22]

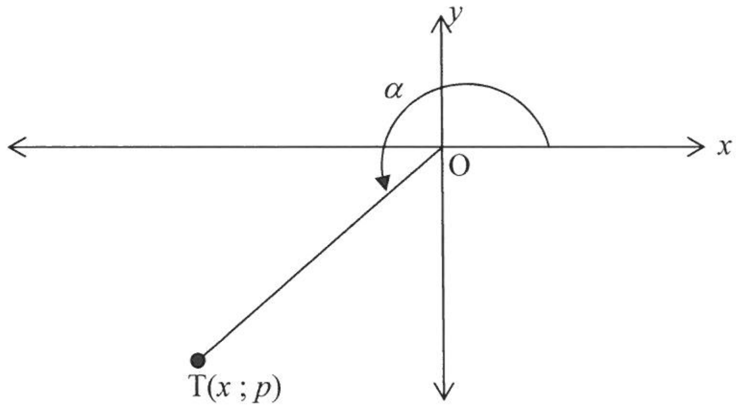
VRAAG 5

5.1 Indien $x = 3 \sin \theta$ en $y = 3 \cos \theta$, bepaal die waarde van $x^2 + y^2$. (3)

5.2 Vereenvoudig tot 'n enkele term:

$$\sin(540° - x).\sin(-x) - \cos(180° - x).\sin(90° + x)$$ (6)

5.3 In die diagram hieronder is $T(x\,;p)$ 'n punt in die derde kwadrant en dit word gegee dat $\sin\alpha = \dfrac{p}{\sqrt{1+p^2}}$.



5.3.1 Toon aan dat $x = -1$. (3)

5.3.2 Skryf $\cos(180° + \alpha)$ in terme van p in die eenvoudigste vorm neer. (2)

5.3.3 Toon aan dat $\cos 2\alpha$ as $\dfrac{1-p^2}{1+p^2}$ geskryf kan word. (3)

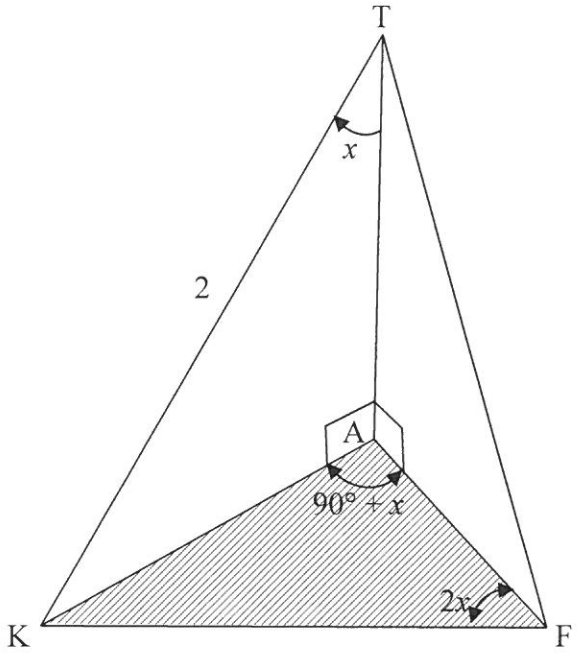
5.4 5.4.1 Vir watter waarde(s) van x sal $\dfrac{2\tan x - \sin 2x}{2\sin^2 x}$ ongedefinieerd wees in die interval $0° \leq x \leq 180°$? (3)

5.4.2 Bewys die identiteit: $\dfrac{2\tan x - \sin 2x}{2\sin^2 x} = \tan x$ (6)

[26]

VRAAG 6

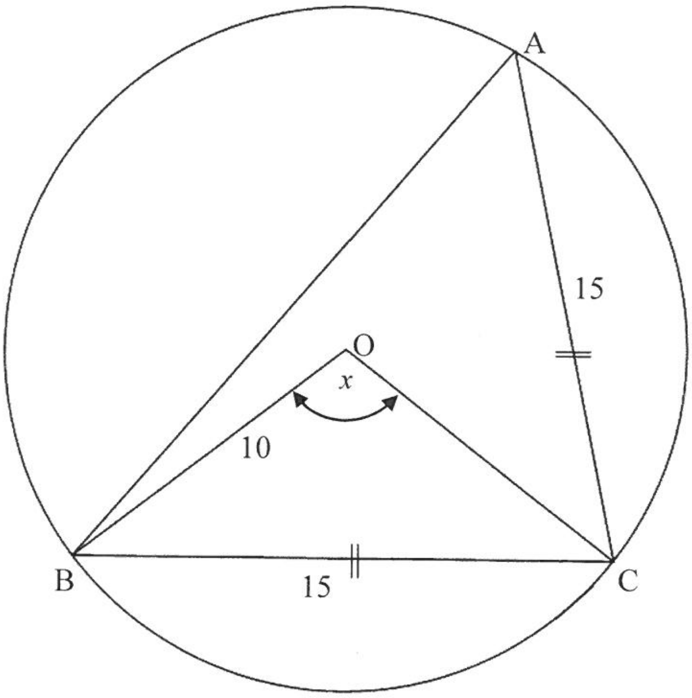
6.1 In die figuur lê punt K, A en F in dieselfde horisontale vlak en TA stel 'n vertikale toring voor. $A\hat{T}K = x$, $K\hat{A}F = 90° + x$ en $K\hat{F}A = 2x$ waar $0° < x < 30°$. $TK = 2$ eenhede.



6.1.1 Druk AK in terme van $\sin x$ uit. (2)

6.1.2 Bereken die numeriese waarde van KF. (5)

6.2 In die diagram hieronder gaan die sirkel met middelpunt O deur A, B en C. BC = AC = 15 eenhede. BO en OC is verbind. OB = 10 eenhede en $B\hat{O}C = x$.



Bereken:

6.2.1 Die grootte van x (4)

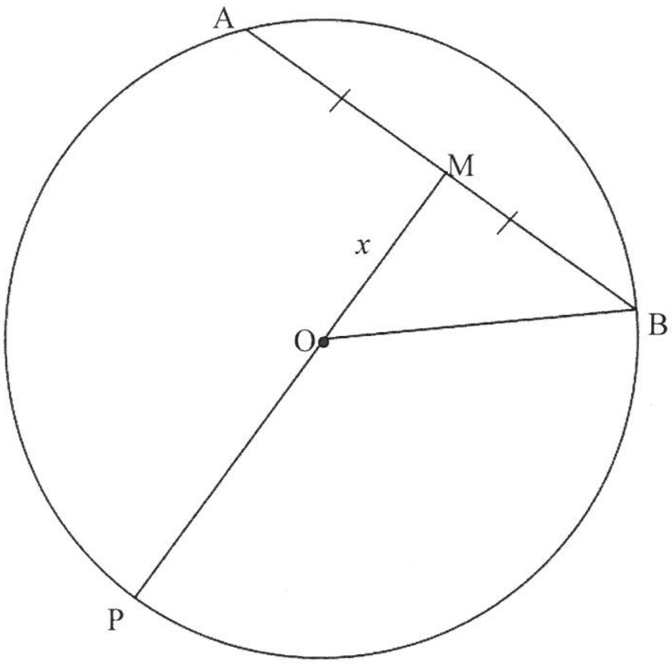
6.2.2 Die grootte van $A\hat{C}B$ (3)

6.2.3 Die oppervlakte van ΔABC (2)
[16]

GEE REDES VIR JOU ANTWOORDE IN VRAAG 7, 8, 9 EN 10.

VRAAG 7

In die diagram is AB 'n koord van die sirkel met middelpunt O. M is die middelpunt van AB. MO word na P verleng, met P 'n punt op die sirkel. OM = x eenhede, AB = 20 eenhede en $\frac{PM}{OM} = \frac{5}{2}$.



7.1 Skryf die lengte van MB neer. (1)

7.2 Gee 'n rede waarom OM $\perp$ AB. (1)

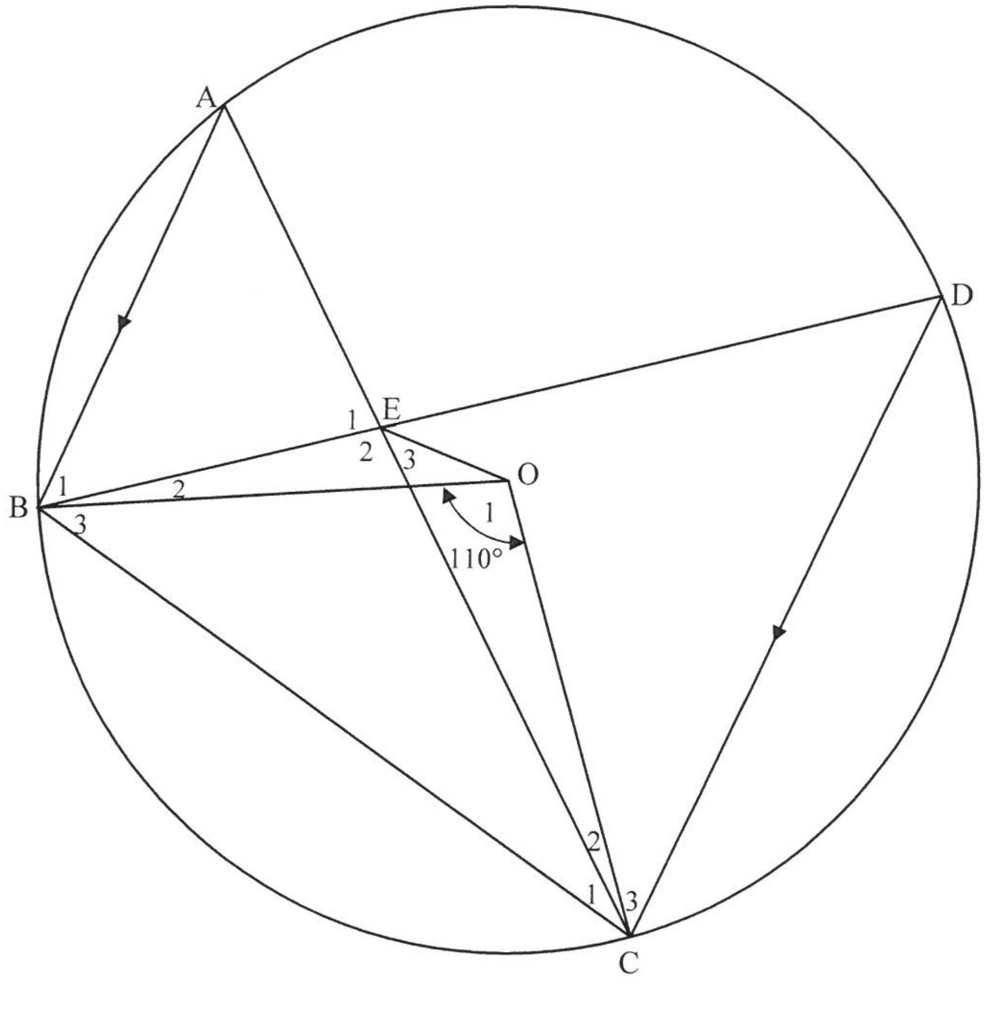
7.3 Toon aan dat OP = $\frac{3x}{2}$ eenhede. (2)

7.4 Bereken die waarde van x. (3)

[7]

VRAAG 8

In die diagram hieronder gaan die sirkel met middelpunt O deur A, B, C en D.
$AB \parallel DC$ en $B\hat{O}C = 110°$.
Die koorde AC en BD sny in E.
EO, BO, CO en BC is verbind.



8.1 Bereken die grootte van die volgende hoeke en gee redes vir jou antwoorde:

8.1.1 $\hat{D}$ (2)

8.1.2 $\hat{A}$ (2)

8.1.3 $\hat{E}_2$ (4)

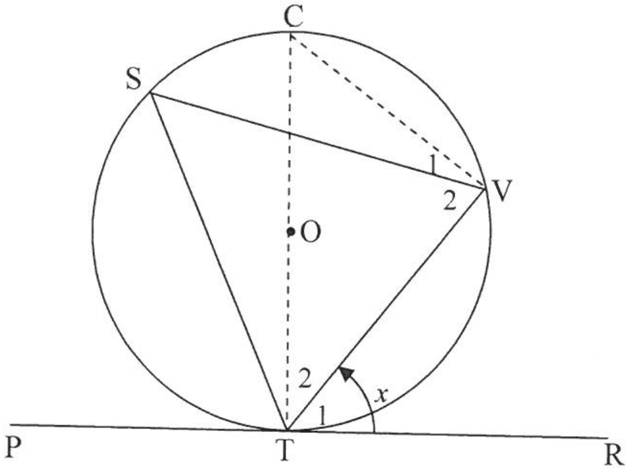
8.2 Bewys dat BEOC 'n koordevierhoek is. (2)
[10]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die bewoording van die volgende stelling:

Die buitehoek van 'n koordevierhoek is gelyk aan ... (1)

9.2 In die diagram hieronder gaan die sirkel met middelpunt O deur punt S, T en V. PR is 'n raaklyn aan die sirkel by T. VS, ST en VT is verbind.



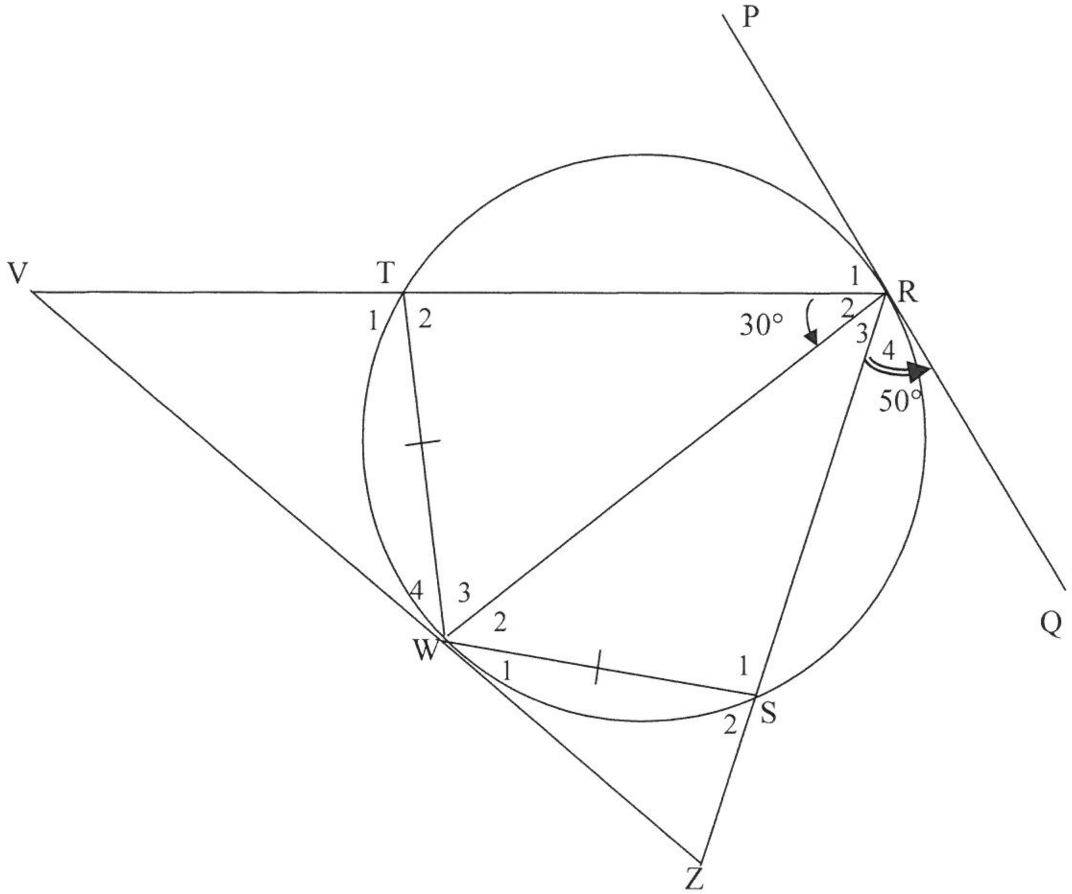
Die gedeeltelik voltooide bewys van die stelling wat beweer dat $V\hat{T}R = \hat{S}$ word hieronder gegee.
Gebruik die diagram hierbo en voltooi die bewys van die stelling op DIAGRAMVEL 3.

Konstruksie: Trek middellyn TC en verbind CV.

Bewering	**Rede**
Laat: $V\hat{T}R = \hat{T}_1 = x$	
$\hat{V}_1 + \hat{V}_2 = ...$	....
$\hat{T}_2 = 90° - x$	....
$\therefore \hat{C} = ...$	Som van die hoeke van 'n driehoek
$\therefore \hat{S} = x$	....
$\therefore V\hat{T}R = \hat{S}$	

(5)

9.3 In die figuur is TRSW 'n koordevierhoek met TW = WS. RT en RS word verleng om raaklyn VWZ by V en Z onderskeidelik te ontmoet. PRQ is 'n raaklyn aan die sirkel by R. RW is verbind. $\hat{R}_2 = 30°$ en $\hat{R}_4 = 50°$.



9.3.1 Gee 'n rede waarom $\hat{R}_3 = 30°$. (1)

9.3.2 Noem, met redes, TWEE ander hoeke gelyk aan 30°. (3)

9.3.3 Bepaal, met redes, die grootte van:

(a) $\hat{S}_2$ (3)

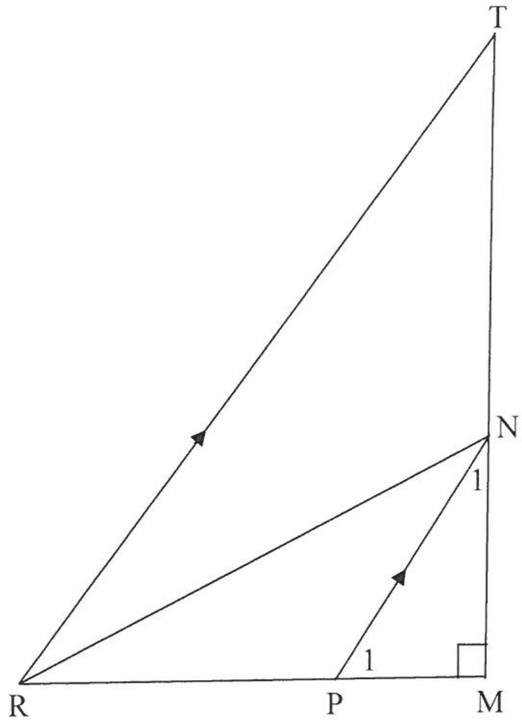
(b) $\hat{V}$ (4)

9.3.4 Bewys dat $WR^2 = RV \times RS$. (5)

[22]

VRAAG 10

In ΔTRM is $\hat{M} = 90°$. NP is ewewydig aan TR getrek met N op TM en P op RM. Dit word verder gegee dat $RT = 3PN$.



10.1 Gee redes vir die bewerings hieronder.
Gebruik DIAGRAMVEL 5.

	Bewering	Rede
	In ΔPNM en ΔRTM :	
10.1.1	$\hat{N}_1 = \hat{T}$	....
	$\hat{M}$ is gemeenskaplik	
10.1.2	$\therefore \Delta PNM \parallel\!\mid \Delta RTM$	....

(2)

10.2 Bewys dat $\frac{PM}{RM} = \frac{1}{3}$. (2)

10.3 Toon aan dat $RN^2 - PN^2 = 2RP^2$. (4)
[8]

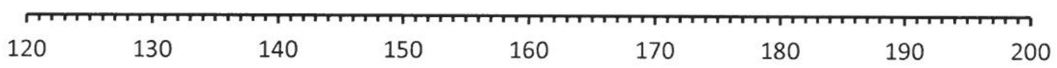
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

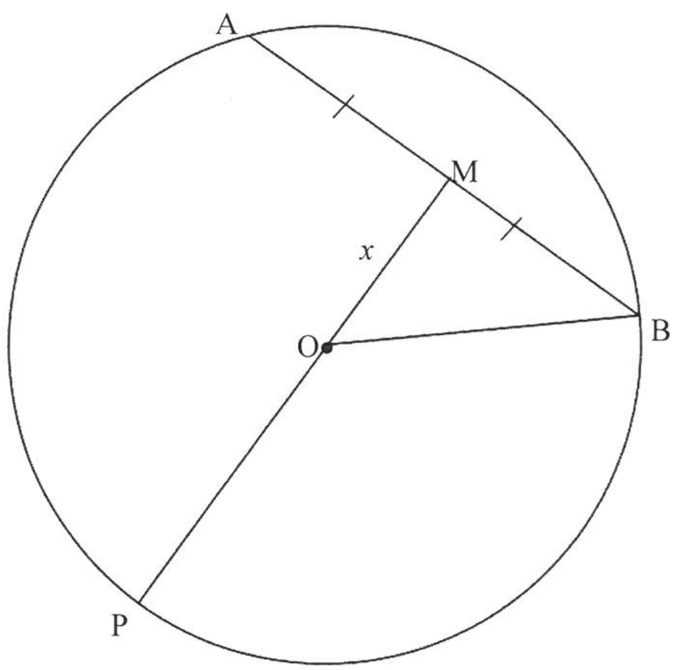
EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 1.3



VRAAG 7

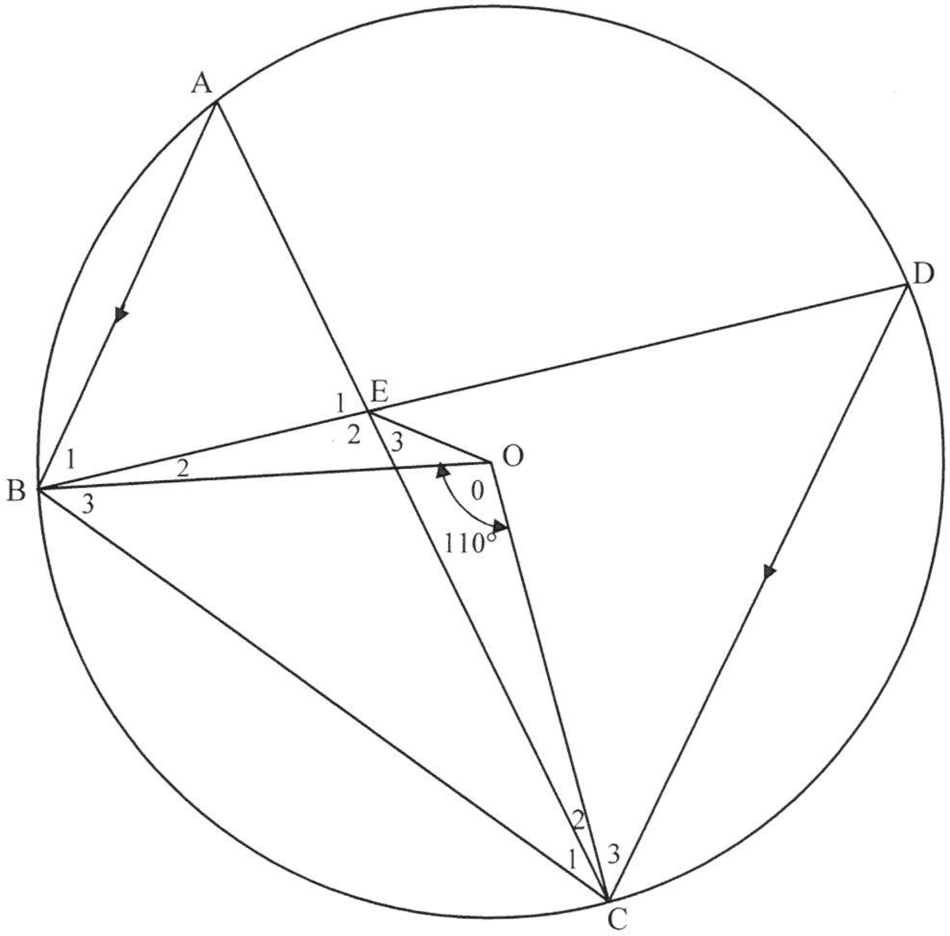


SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | |

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 8

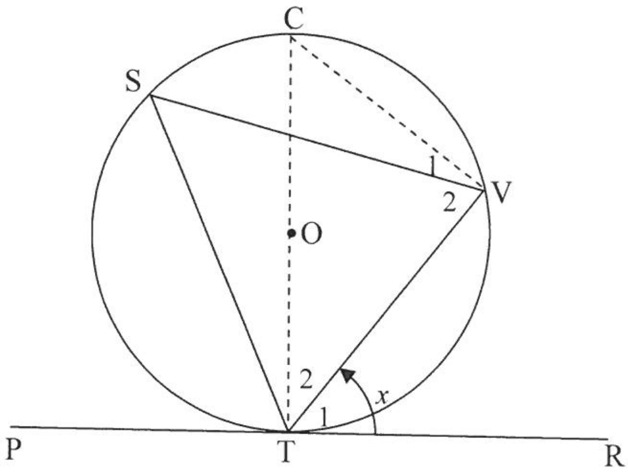


SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 3

VRAAG 9.2



Konstruksie: Trek middellyn CT en verbind CV.

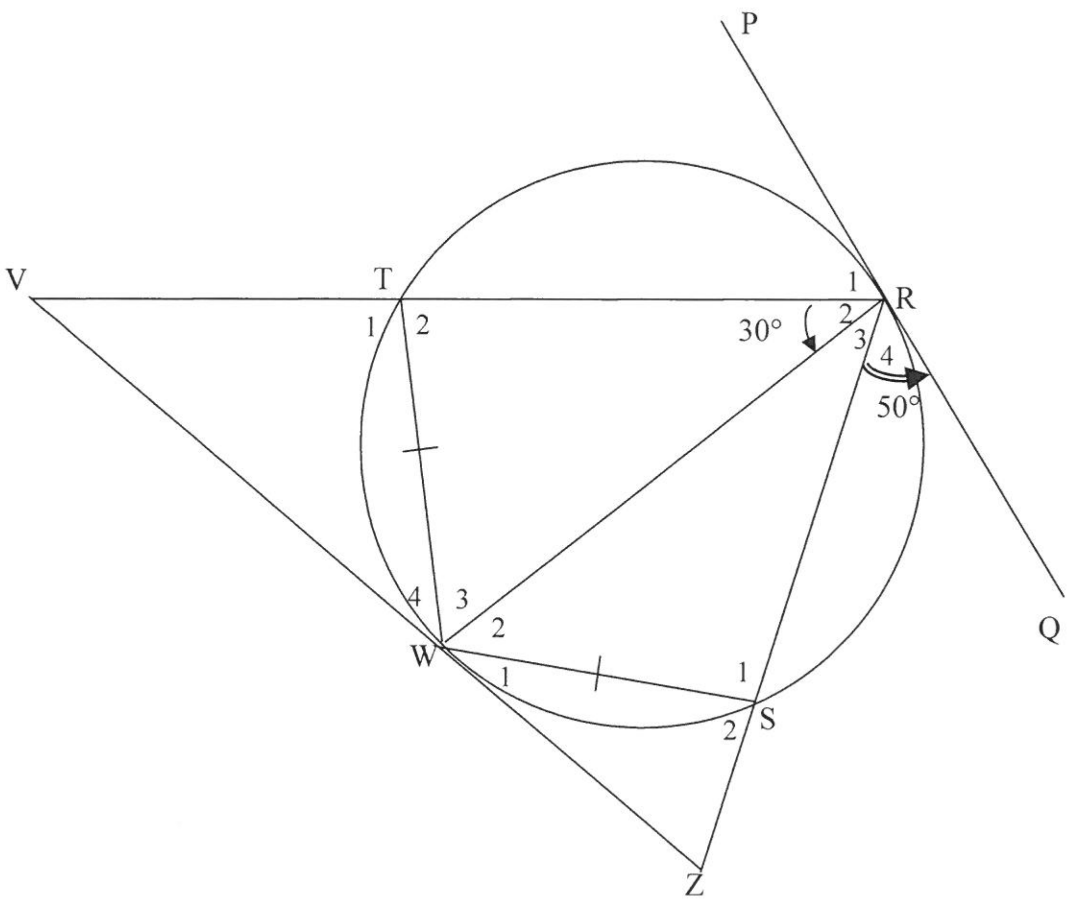
Bewering	**Rede**
Laat: $V\hat{T}R = \hat{T}_1 = x$	
$\hat{V}_1 + \hat{V}_2 = ...$	....
$\hat{T}_2 = 90° - x$	....
$\therefore \hat{C} = ...$	Som van die hoeke van 'n driehoek
$\therefore \hat{S} = x$	....
$\therefore V\hat{T}R = \hat{S}$	

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 4

VRAAG 9.3

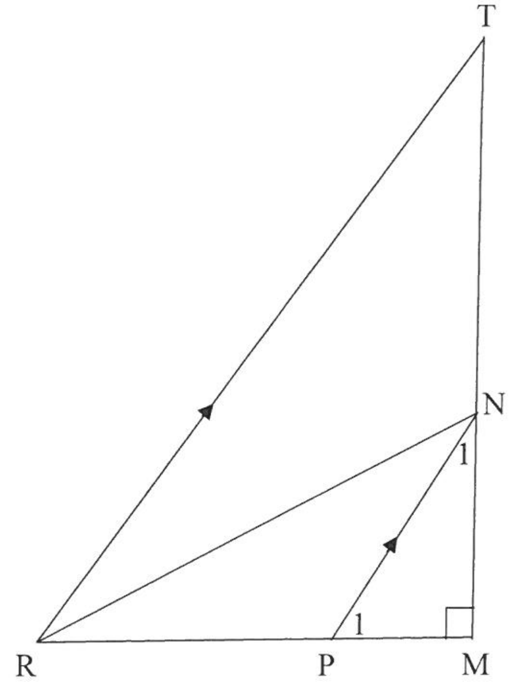


SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 5

VRAAG 10



10.1

	Bewering	Rede
	In ΔPNM en ΔRTM :	
10.1.1	$\hat{N}_1 = \hat{T}$	....
	$\hat{M}$ is gemeenskaplik	
10.1.2	$\therefore \Delta PNM \mid\mid\mid \Delta RTM$	....

INLIGTINGSBLAD

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$A=P(1+ni)$ $\quad A=P(1-ni)$ $\quad A=P(1-i)^n$ $\quad A=P(1+i)^n$

$T_n=a+(n-1)d$ $\quad S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$T_n=ar^{n-1}$ $\quad S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}\ ;\ r\neq 1$ $\quad S_\infty=\frac{a}{1-r};\ -1<r<1$

$F=\frac{x[(1+i)^n-1]}{i}$ $\quad P=\frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$y=mx+c$ $\quad y-y_1=m(x-x_1)$ $\quad m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\quad m=\tan\theta$

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$

$\textit{oppervlakte}\ \Delta ABC=\frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha=\begin{cases}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 1-2\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1\end{cases}$$

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x}=\frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B)=P(A)+P(B)-P(A \text{ en } B)$

$\hat{y}=a+bx$ $\quad b=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$