basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

# NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

## GRAAD 12

## WISKUNDE V2

## MODEL 2014

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 3 diagramvelle en 1 inligtingsblad.**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

7. DRIE diagramvelle vir VRAAG 2.1, VRAAG 8.2, VRAAG 9, VRAAG 10.1 en VRAAG 10.2 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsye in die ruimtes wat voorsien is en plaas die bladsye agterin jou ANTWOORDEBOEK.

8. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

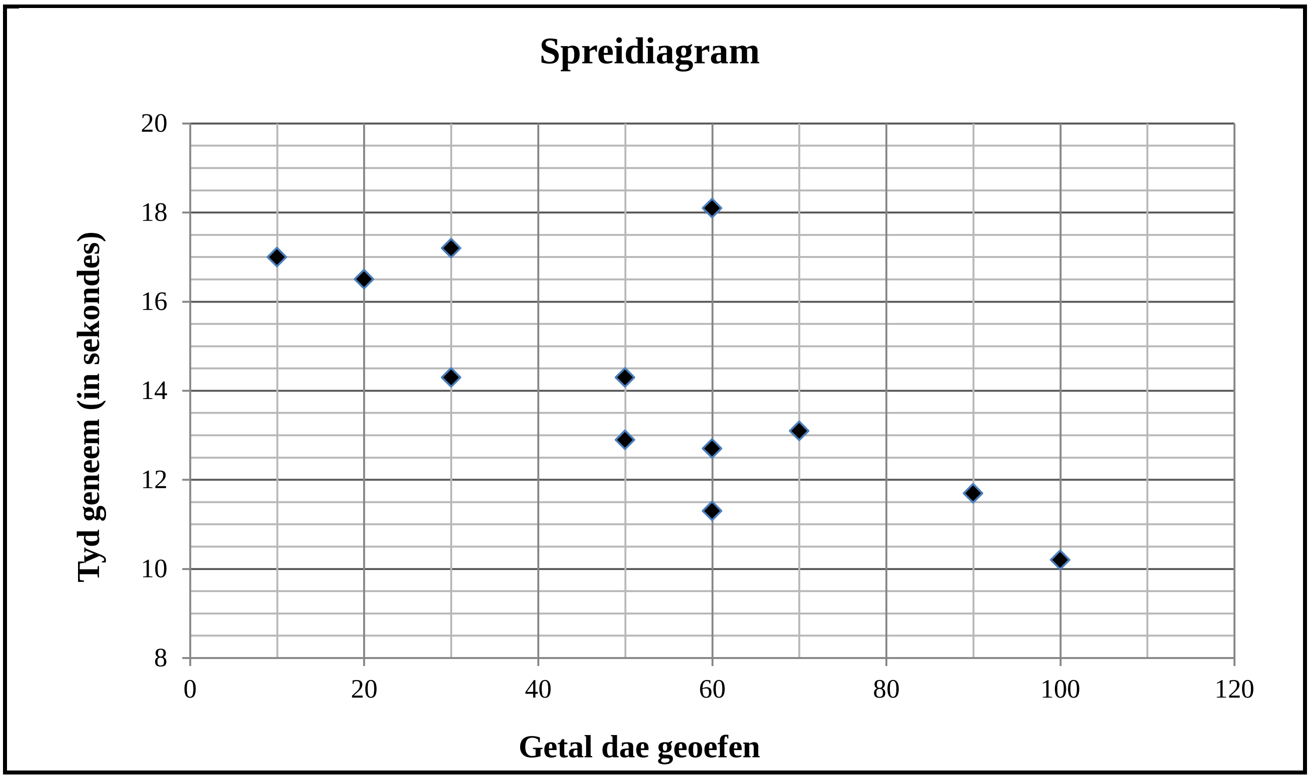
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

Twaalf atlete het geoefen om aan die proewe van die plaaslike atletiekklub se 100 m-naelloop-item deel te neem. Sommige van hulle het die oefeninge meer ernstig as die ander opgeneem. Die volgende tabel en spreidiagram toon die getal dae wat 'n atleet geoefen het en die tyd wat dit geneem het om die naelloop te voltooi. Die tye wat aangeteken is, in sekondes, is tot een desimale plek afgerond.

| Getal dae geoefen | 50 | 70 | 10 | 60 | 60 | 20 | 50 | 90 | 100 | 60 | 30 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tyd geneem (in sekondes) | 12,9 | 13,1 | 17,0 | 11,3 | 18,1 | 16,5 | 14,3 | 11,7 | 10,2 | 12,7 | 17,2 | 14,3 |




1.1 Bespreek die neiging van die data wat versamel is. (1)

1.2 Identifiseer enige uitskieter(s) in die data. (1)

1.3 Bereken die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn. (4)

1.4 Voorspel in watter tyd 'n atleet wat 45 dae geoefen het, die 100 m-naelloop sal voltooi. (2)

1.5 Bereken die korrelasiekoëffisiënt. (2)

1.6 Lewer kommentaar op die sterkte van die verband tussen die veranderlikes. (1)
**[11]**

**VRAAG 2**

Die tabel hieronder toon die tyd (in uur) wat leerders tussen 14 en 18 jaar gedurende 3 weke van die vakansie voor die televisie deurgebring het.

| **Tyd (uur)** | **Kumulatiewe frekwensie** |
|---|---|
| $0 \leq t < 20$ | 25 |
| $20 \leq t < 40$ | 69 |
| $40 \leq t < 60$ | 129 |
| $60 \leq t < 80$ | 157 |
| $80 \leq t < 100$ | 166 |
| $100 \leq t < 120$ | 172 |

2.1 Skets 'n ogief (kumulatiewe frekwensiekurwe) op DIAGRAMVEL 1 om die data hierbo voor te stel. (3)

2.2 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

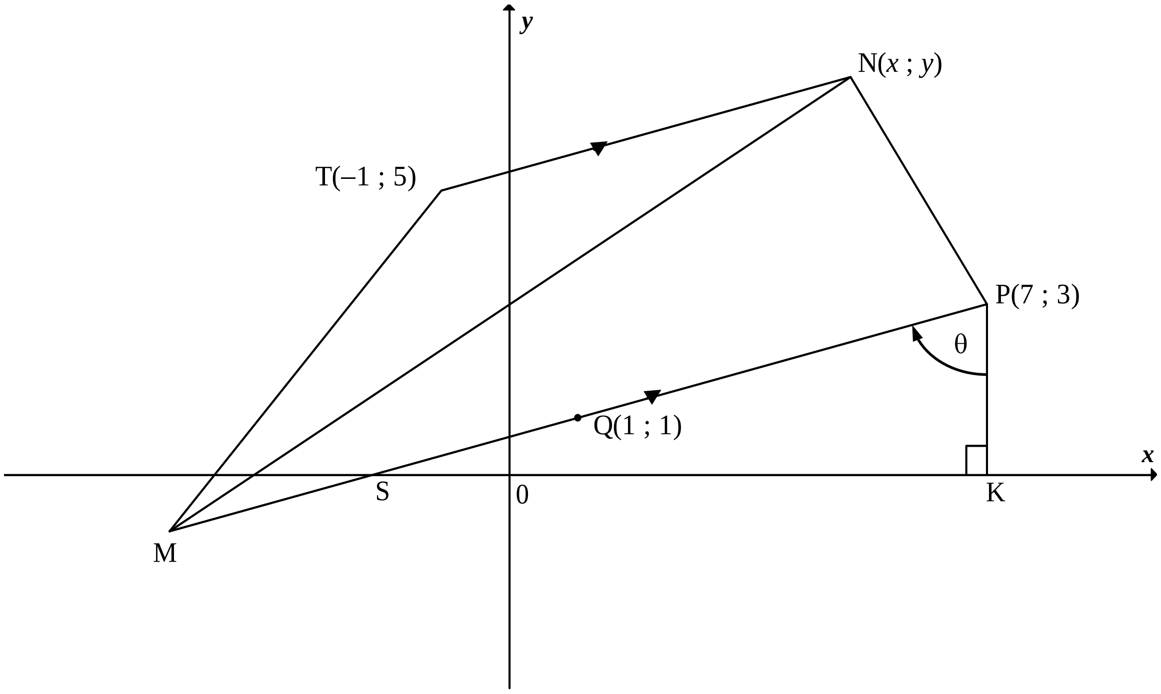
2.3 Gebruik die ogief (kumulatiewe frekwensiekurwe) om die getal leerders te bepaal wat meer as 80% van die tyd televisie gekyk het. (2)

2.4 Bepaal die gemiddelde tyd (in uur) wat die leerders tydens 3 weke van die vakansie voor die televisie deurgebring het. (4)

**[10]**

**VRAAG 3**

In die diagram hieronder is M, T(–1 ; 5), N($x$ ; $y$) en P(7 ; 3) hoekpunte van trapesium MTNP met TN | | MP. Q(1 ; 1) is die middelpunt van MP. PK is 'n vertikale lyn en $S\hat{P}K = \theta$. Die vergelyking van NP is $y = -2x + 17$.




3.1 Skryf die koördinate van K neer. (1)

3.2 Bepaal die koördinate van M. (2)

3.3 Bepaal die gradiënt van PM. (2)

3.4 Bereken die grootte van $\theta$. (3)

3.5 Vervolgens, of andersins, bereken die lengte van PS. (3)

3.6 Bepaal die koördinate van N. (5)

3.7 As A($a$ ; 5) in die Cartesiese vlak lê:

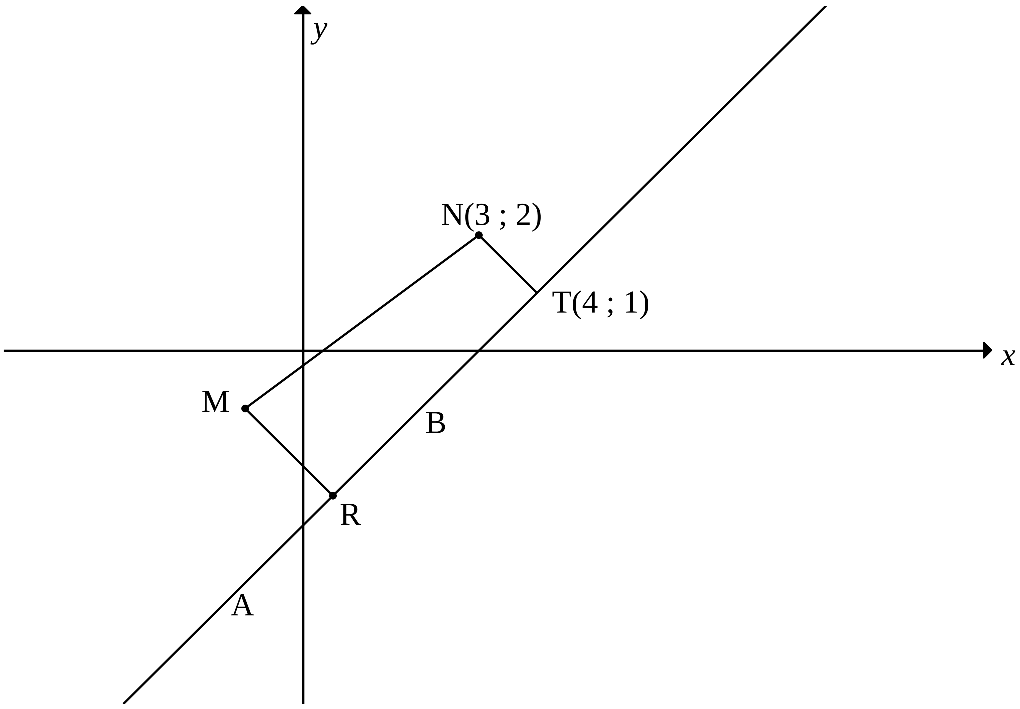
3.7.1 Skryf die vergelyking neer van die reguitlyn wat die moontlike posisies van A voorstel. (1)

3.7.2 Vervolgens, of andersins, bereken die waarde(s) van $a$ waarvoor $T\hat{A}Q = 45°$. (5)

**[22]**

**VRAAG 4**

In die diagram hieronder word die sirkel, met middelpunt M, se vergelyking gegee deur $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$. R is 'n punt op koord AB sodat MR koord AB halveer. ABT is 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt N(3 ; 2) by punt T(4 ; 1).




4.1 Skryf die koördinate van M neer. (1)

4.2 Bepaal die vergelyking van AT in die vorm $y = mx + c$. (5)

4.3 Indien verder gegee word dat $MR = \frac{\sqrt{10}}{2}$ eenhede, bereken die lengte van AB.
Laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (4)

4.4 Bereken die lengte van MN. (2)

4.5 'n Ander sirkel met middelpunt N raak die sirkel met middelpunt M by punt K. Bepaal die vergelyking van die nuwe sirkel. Skryf jou antwoord in die vorm $x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0$. (3)

**[15]**

**VRAAG 5**

5.1 Gegee dat $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ en $90° < \alpha < 270°$.

SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik, bepaal die waarde van elk van die volgende, in die eenvoudigste vorm:

5.1.1 $\sin(-\alpha)$ (2)

5.1.2 $\cos\alpha$ (2)

5.1.3 $\sin(\alpha - 45°)$ (3)

5.2 Beskou die identiteit: $\dfrac{8\sin(180° - x)\cos(x - 360°)}{\sin^2 x - \sin^2(90° + x)} = -4\tan 2x$

5.2.1 Bewys die identiteit. (6)

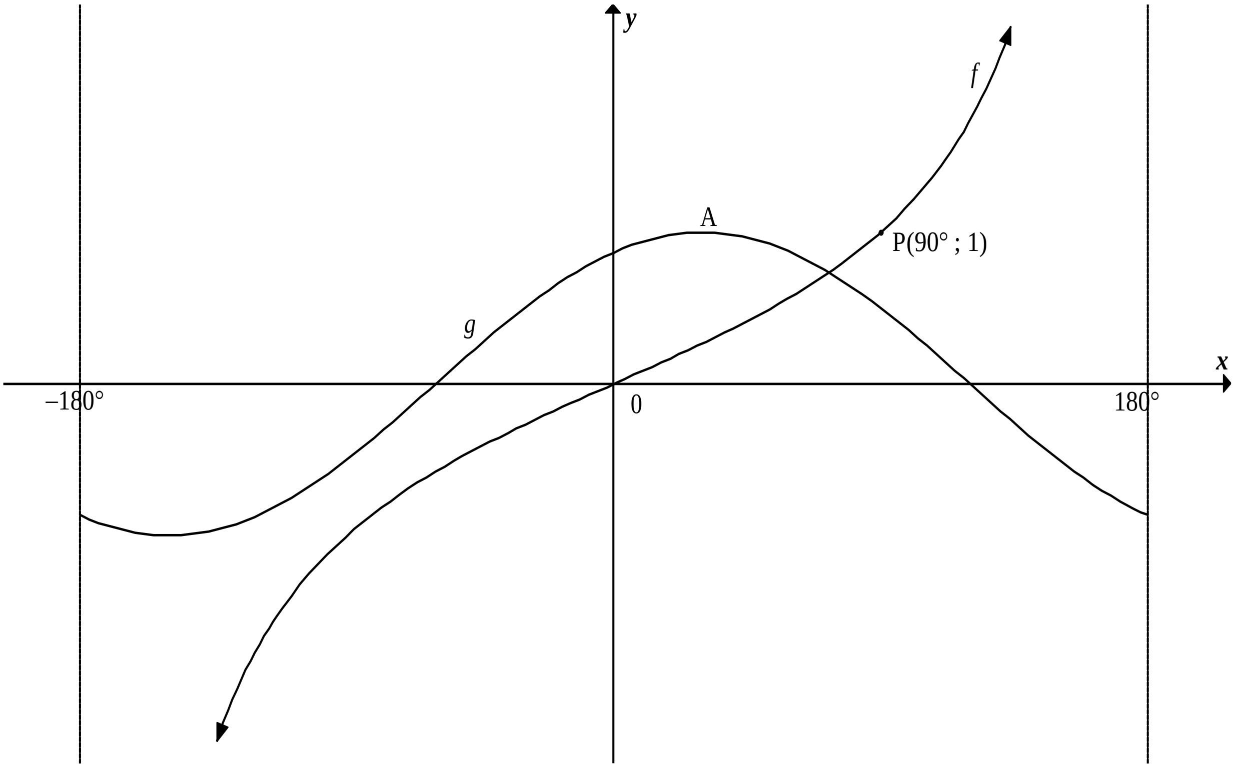
5.2.2 Vir watter waarde(s) van $x$ in die interval $0° < x < 180°$ is die identiteit nie gedefinieerd nie? (2)

5.3 Bepaal die algemene oplossing van $\cos 2\theta + 4\sin^2\theta - 5\sin\theta - 4 = 0$. (7)

**[22]**

## VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = \tan bx$ en $g(x) = \cos(x - 30°)$ op dieselfde assestelsel geskets vir $-180° \leq x \leq 180°$. Die punt P(90° ; 1) lê op $f$. Gebruik die diagram om die volgende vrae te beantwoord.




6.1 Bepaal die waarde van $b$. (1)

6.2 Skryf die koördinate van A, 'n draaipunt van $g$, neer. (2)

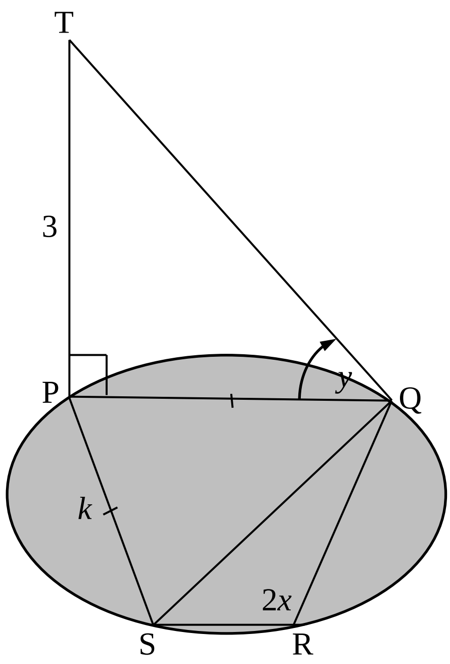
6.3 Skryf die vergelyking van die asimptoot/asimptote van $y = \tan b(x + 20°)$, vir $x \in [-180°;180°]$, neer. (1)

6.4 Bepaal die waardeversameling van $h$ as $h(x) = 2g(x) + 1$. (2)
**[6]**

## VRAAG 7

7.1 Bewys dat in enige skerphoekige $\Delta ABC$ is $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$. (5)

7.2 Die raamwerk van 'n konstruksie bestaan uit 'n koordevierhoek PQRS in die horisontale vlak en 'n vertikale paal TP soos in die figuur aangetoon. Die hoogtehoek van T, soos gemeet vanaf Q, is $y°$. PQ = PS = $k$ eenhede, TP = 3 eenhede en $S\hat{R}Q = 2x°$.




7.2.1 Toon aan, met redes, dat $P\hat{S}Q = x$. (2)

7.2.2 Bewys dat $SQ = 2k \cos x$. (4)

7.2.3 Bewys vervolgens dat $SQ = \frac{6\cos x}{\tan y}$. (2)

**[13]**

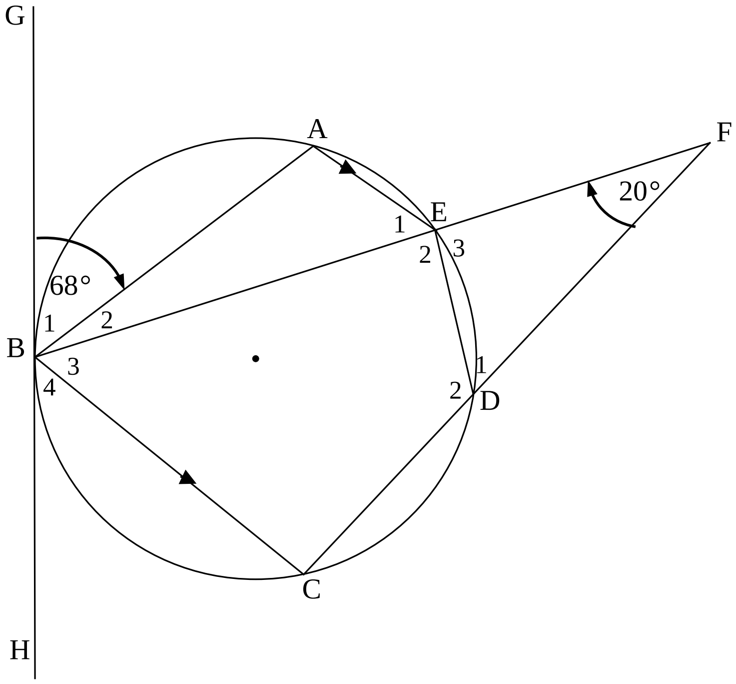
**Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 8, 9 en 10.**

**VRAAG 8**

8.1 Voltooi die volgende bewering:

Die hoek tussen 'n raaklyn en 'n koord by die raakpunt is gelyk aan ... (1)

8.2 In die diagram is A, B, C, D en E punte op die omtrek van die sirkel sodat AE | | BC. BE en CD verleng ontmoet in F. GBH is 'n raaklyn aan die sirkel by B. $\hat{B}_1 = 68°$ en $\hat{F} = 20°$.




Bepaal die grootte van elk van die volgende:

8.2.1 $\hat{E}_1$ (2)

8.2.2 $\hat{B}_3$ (1)

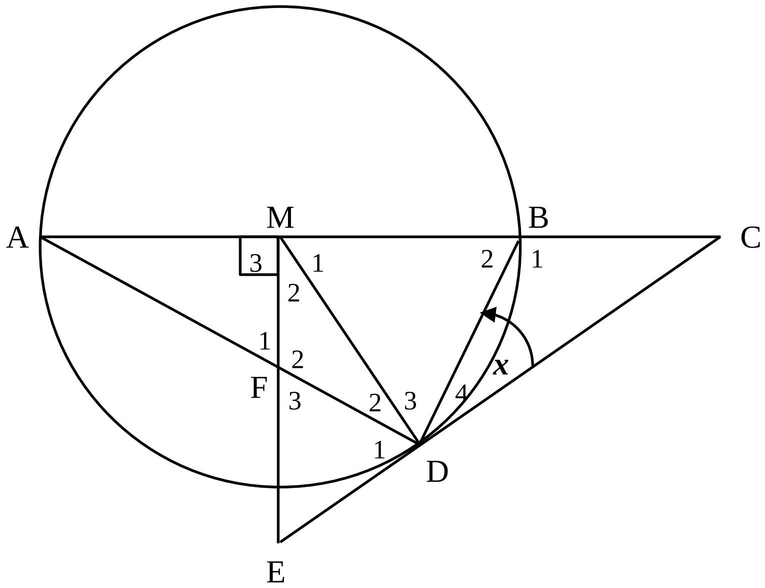
8.2.3 $\hat{D}_1$ (2)

8.2.4 $\hat{E}_2$ (1)

8.2.5 $\hat{C}$ (2)
**[9]**

**VRAAG 9**

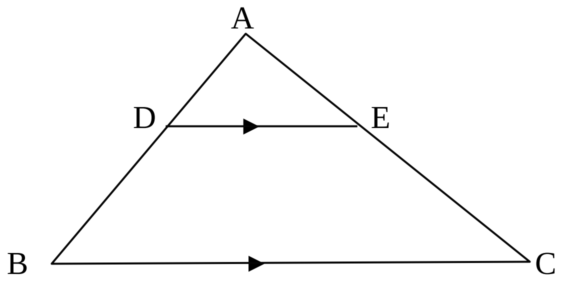
In die diagram is M die middelpunt van die sirkel en middellyn AB is verleng na C. ME is loodreg op AC getrek sodat CDE 'n raaklyn aan die sirkel by D is. ME en koord AD sny in F. MB = 2BC.




| | | |
|---|---|---|
| 9.1 | As $\hat{D}_4 = x$, skryf, met redes, TWEE ander hoeke neer wat gelyk is aan $x$. | (3) |
| 9.2 | Bewys dat CM 'n raaklyn by M is aan die sirkel wat deur M, E en D gaan. | (4) |
| 9.3 | Bewys dat FMBD 'n koordevierhoek is. | (3) |
| 9.4 | Bewys dat $DC^2 = 5BC^2$. | (3) |
| 9.5 | Bewys dat $\Delta DBC \mid\mid\mid \Delta DFM$. | (4) |
| 9.6 | Bepaal vervolgens die waarde van $\frac{DM}{FM}$. | (2) **[19]** |

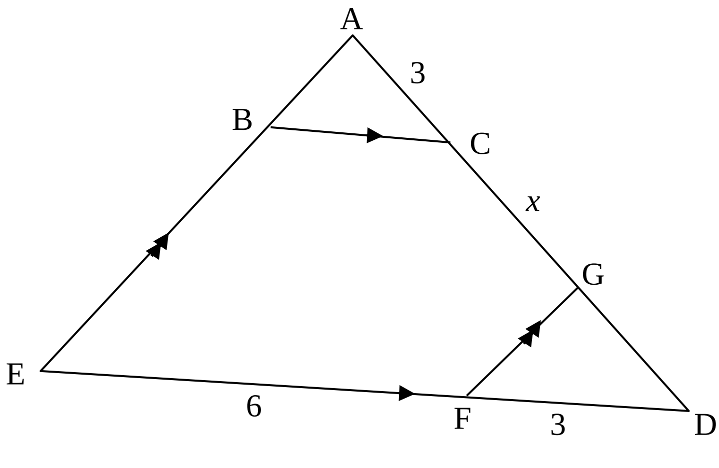
## VRAAG 10

10.1 In die diagram lê punt D en E op onderskeidelik sy AB en AC van $\Delta$ABC sodat DE | | BC. Gebruik Euklidiesemeetkunde-metodes om die stelling te bewys wat beweer dat $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$.




(6)

10.2 In die diagram is ADE 'n driehoek met BC | | ED en AE | | GF. Verder word ook gegee dat AB : BE = 1 : 3, AC = 3 eenhede, EF = 6 eenhede, FD = 3 eenhede en CG = $x$ eenhede.




Bereken, met redes:

10.2.1 Die lengte van CD (3)

10.2.2 Die waarde van $x$ (4)

10.2.3 Die lengte van BC (5)

10.2.4 Die waarde van $\frac{\text{area } \Delta ABC}{\text{area } \Delta GFD}$ (5)

**[23]**

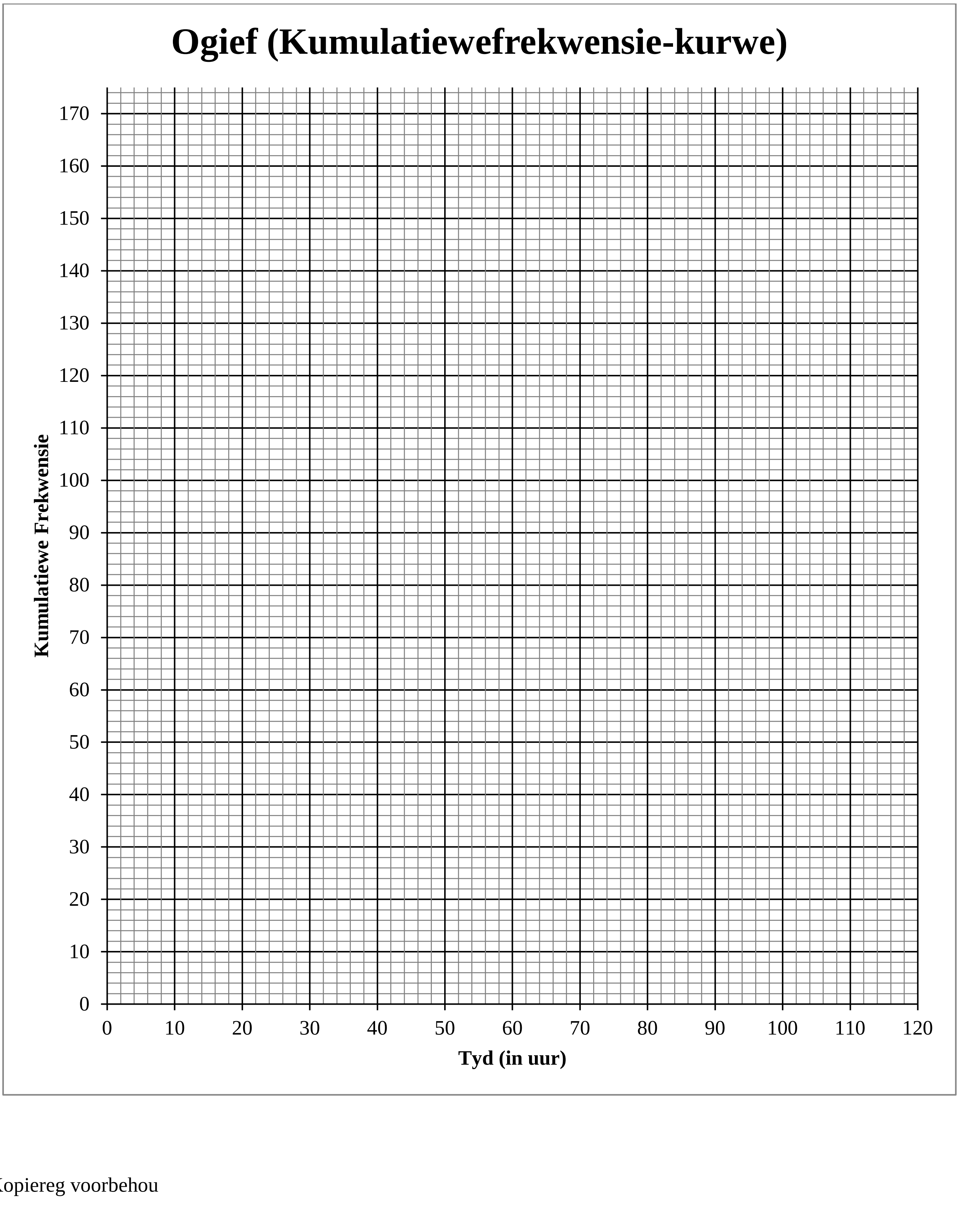
**TOTAAL: 150**

**NAAM:**

**GRAAD/KLAS:**

**DIAGRAMVEL 1**

**VRAAG 2.1**

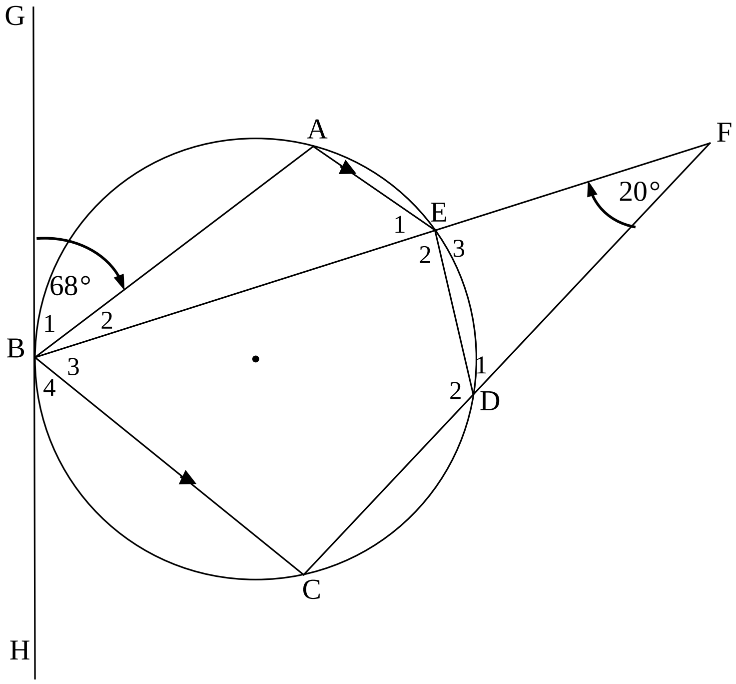


**NAAM:**

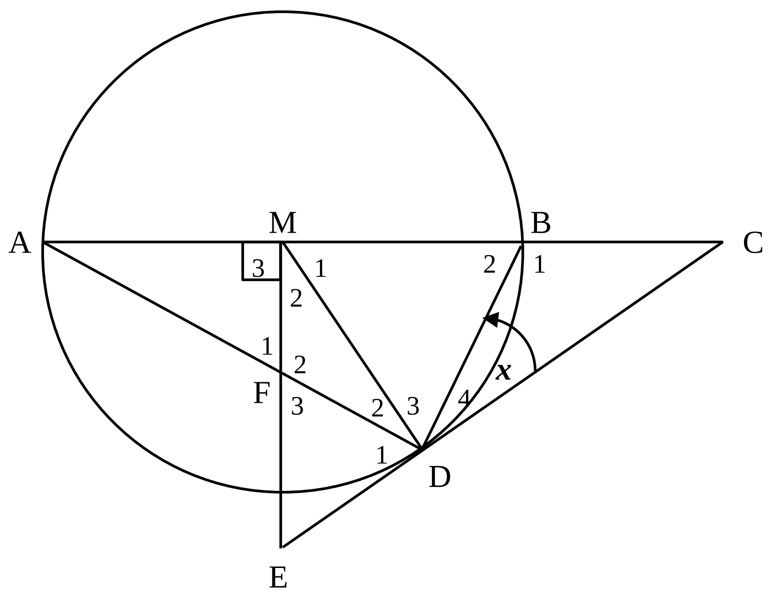
**GRAAD/KLAS:**

**DIAGRAMVEL 2**

**VRAAG 8.2**




**VRAAG 9**

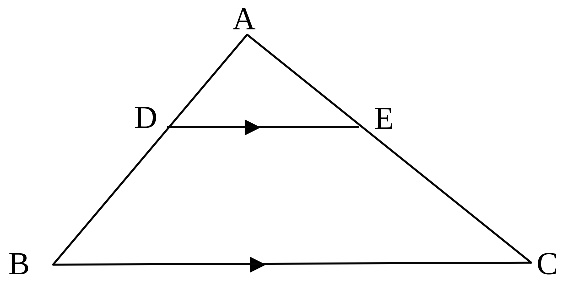


**NAAM:**

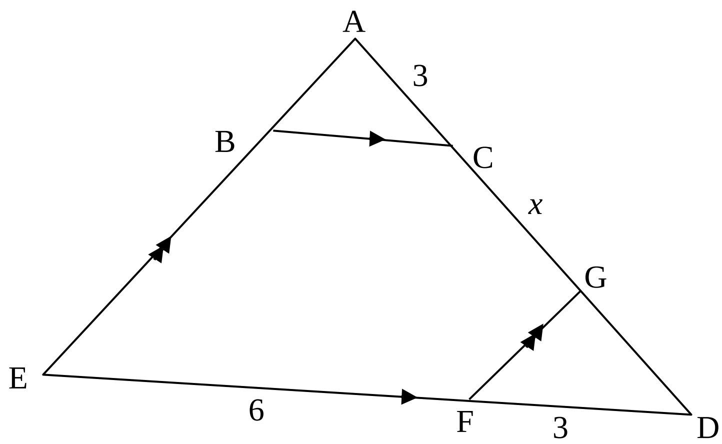
**GRAAD/KLAS:**

**DIAGRAMVEL 3**

**VRAAG 10.1**




**VRAAG 10.2**



# INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $A = P(1-ni)$ $A = P(1-i)^n$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$ ; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ ; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In $\Delta \mathrm{ABC}$: $\frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $area\,\Delta \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin \mathrm{C}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A \text{ } fr \text{ } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ } en \text{ } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$