



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2009(1)

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 'n inligtingsblad en 4 diagramvelle.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van die antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. 'n Goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.
5. VIER diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 1.3, VRAAG 2.2, VRAAG 3.3, VRAAG 5.7, VRAAG 6.1.3, VRAAG 11 en VRAAG 12.1 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie blaaie in die ruimtes voorsien en plaas hierdie blaaie agter in jou ANTWOORDEBOEK.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjies te werk.

VRAAG 1

Die data hieronder dui die totale maandelikse reënval (in millimeter) gemeet by Kaapstad Internasionale Lughawe vir die jaar 2002 aan.

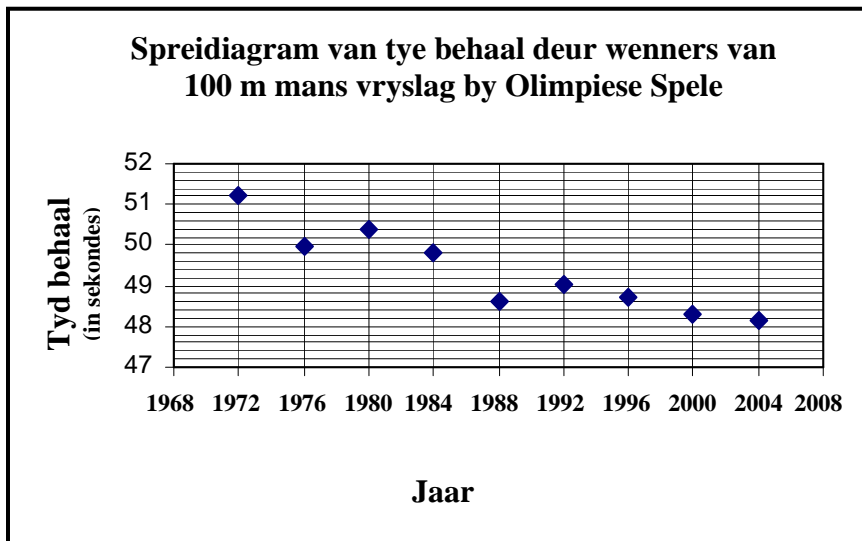
Jan.	Feb.	Maart	April	Mei	Junie	Julie	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Des.
60,9	14,9	9,3	28,0	71,9	76,4	98,2	65,7	26,1	32,5	23,6	15,0

[Bron: www.1stweather.com]

- 1.1 Bepaal die gemiddelde maandelikse reënval vir 2002. (2)
 - 1.2 Skryf die vyf-getal-opsomming vir die data neer. (5)
 - 1.3 Teken 'n mond-en-snor-diagram vir die data op DIAGRAMVEL 1. (3)
 - 1.4 Deur na die mond-en-snor-diagram te verwys, lewer kommentaar op die verspreiding van die reënval vir die jaar. (2)
 - 1.5 Bereken die standaardafwyking van die data. (3)
- [15]**

VRAAG 2

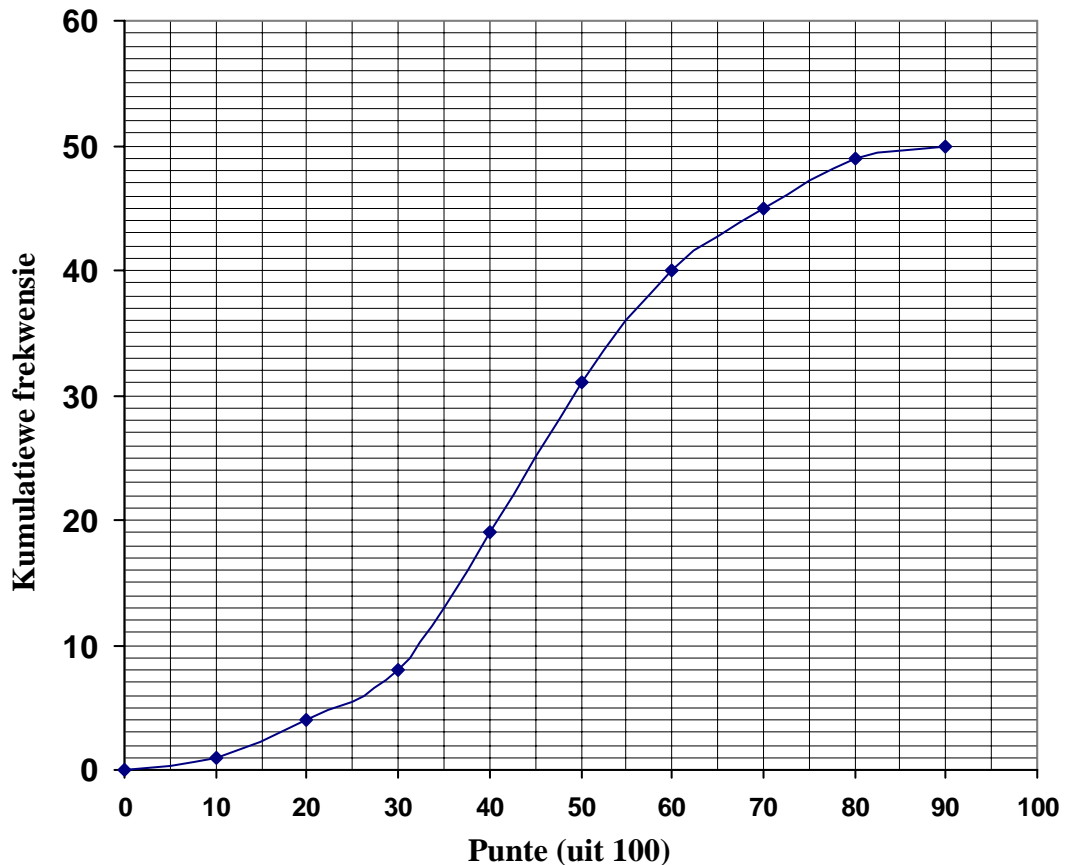
Die spreidiagram hieronder stel die tye voor wat deur die wenners van die mans 100 m- vryslag swemnommer tydens die Olimpiese Spele vanaf 1972 tot 2004 behaal is. Die data is verkry uit www.databaseOlympics.com.



- 2.1 Dui aan of 'n lineêre, kwadratiese of eksponensiële funksie die data die beste sal pas. (1)
 - 2.2 Teken die lyn van beste passing vir die data op die grafiek voorsien op DIAGRAMVEL 1. (2)
 - 2.3 Beskryf die tendens wat in hierdie tye waargeneem word. (1)
 - 2.4 Gee EEN rede vir hierdie tendens. (1)
 - 2.5 Wat kan gesê word oor die pogings van die wenners in die jaar 1976 en 1988? (2)
 - 2.6 Gebruik jou lyn van beste passing om die wentyd vir 2008 te voorspel. (1)
- [8]**

VRAAG 3

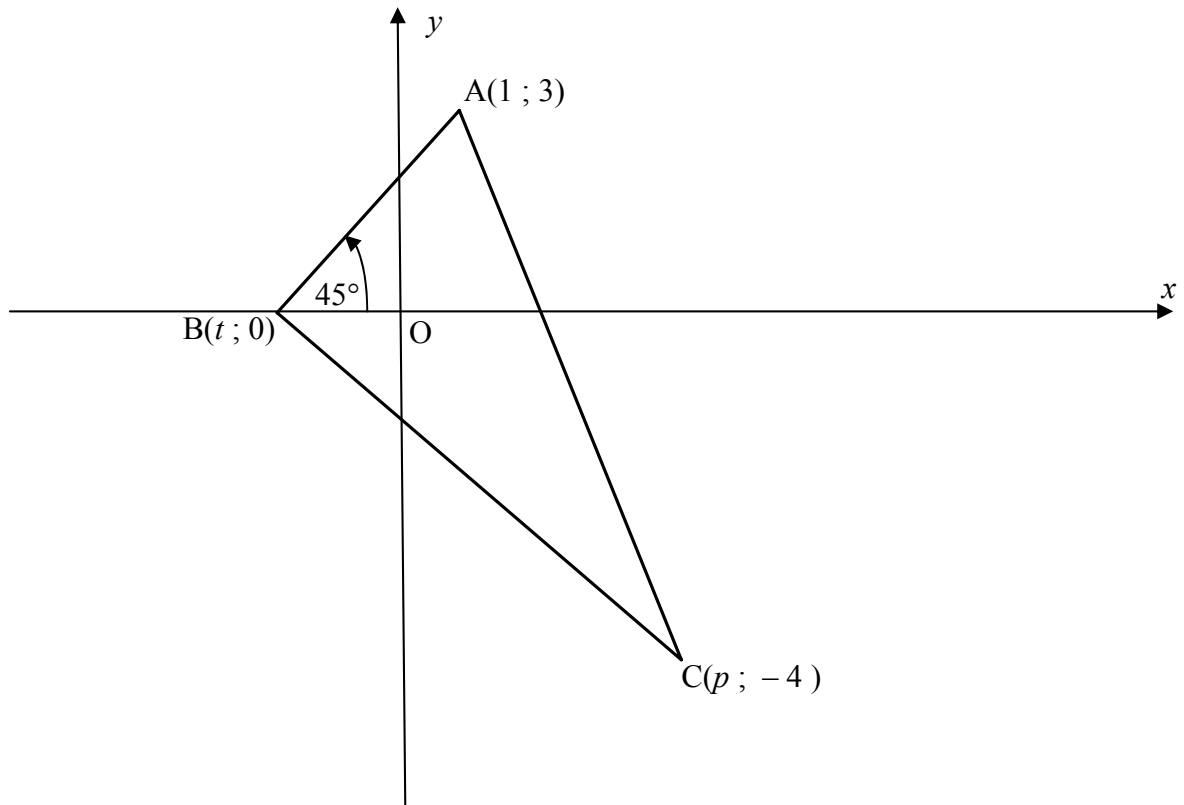
Die ogief (kumulatiewefrekwensie-grafiek) dui die prestasie aan van studente wat 'n toets oor basiese programmeringsvaardighede geskryf het. Die toets het 'n maksimum van 100 punte.

Prestasie in toets oor Rekenaarprogrammering

- 3.1 Hoeveel studente het die toets afgelê? (1)
- 3.2 Slegs die top 25% van die studente word toegelaat om 'n gevorderde kursus in programmering te volg. Bepaal die afsnypunt om die top 25% te bepaal. (1)
- 3.3 Stel 'n frekwensietabel op vir die gegewe inligting uit die ogief op DIAGRAMVEL 2. Voltooi die tabel met die inligting. (3)
- [5]

VRAAG 4

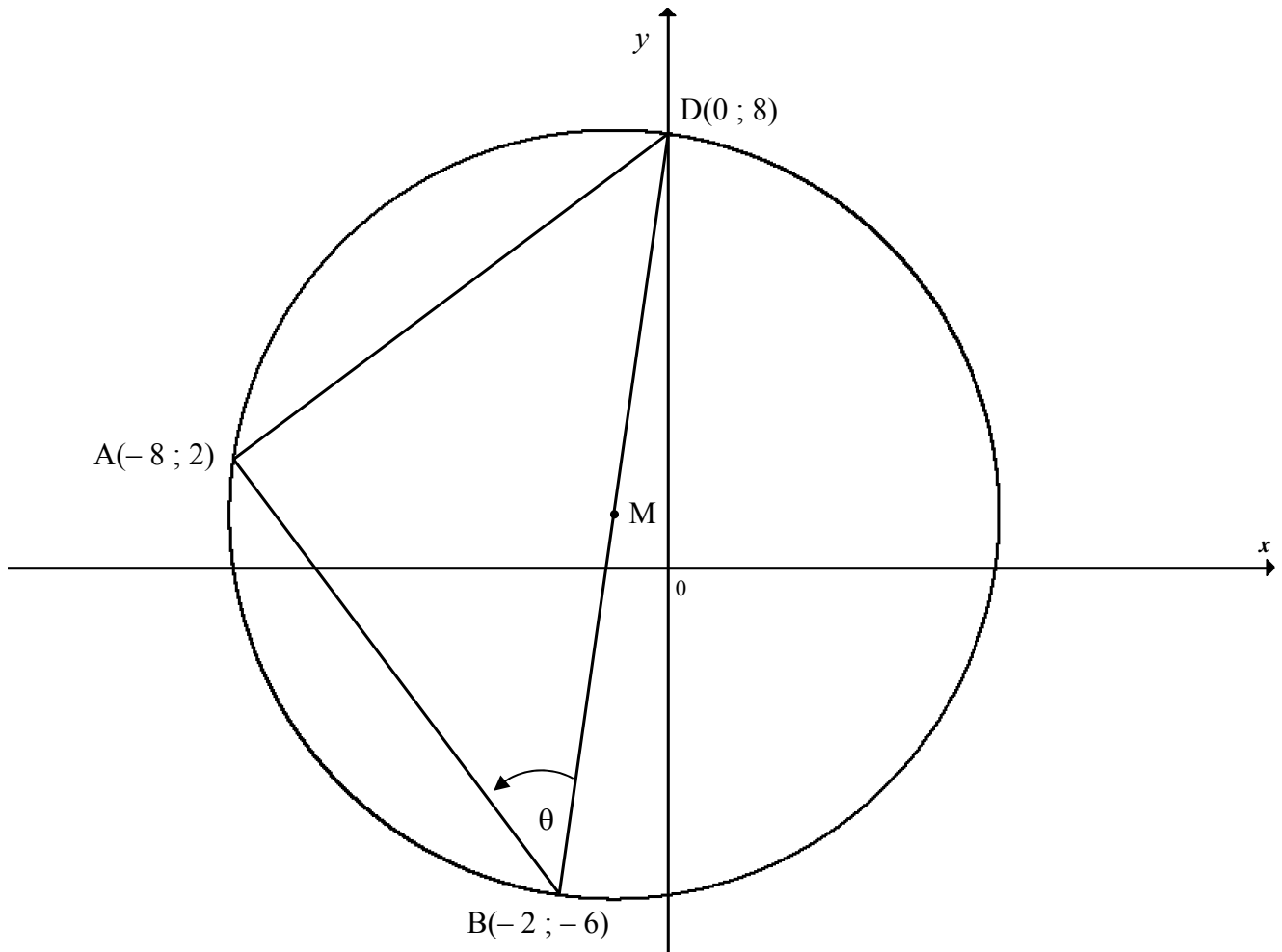
ABC is 'n driehoek met hoekpunte $A(1 ; 3)$, $B(t ; 0)$ en $C(p ; -4)$, met $p > 0$, in 'n Cartesiese vlak. AB vorm 'n 45° -hoek met die positiewe x -as. $AC = \sqrt{50}$.



- 4.1 Bepaal die gradiënt van AB. (2)
- 4.2 Bereken die waarde van t . (2)
- 4.3 Bereken p , die x -koördinaat van punt C. (4)
- 4.4 Bepaal gevolglik die middelpunt van BC. (2)
- 4.5 Bepaal die vergelyking van die lyn parallel aan AB, wat deur punt C gaan. (3)
- [13]**

VRAAG 5

$A(-8 ; 2)$, $B(-2 ; -6)$ en $D(0 ; 8)$ is die hoekpunte van 'n driehoek wat op die omtrek van 'n sirkel met middellyn BD en middelpunt M lê, soos in die onderstaande figuur getoon.



- 5.1 Bepaal die koördinate van M . (2)
- 5.2 Dui aan dat $(-8 ; 2)$ op die lyn $y = 7x + 58$ lê. (1)
- 5.3 Wat is die verband tussen die lyn $y = 7x + 58$ en die sirkel met middelpunt M ?
Motiveer jou antwoord. (5)
- 5.4 Bepaal die lengtes van AD en AB . (4)
- 5.5 Bewys dat $\hat{DAB} = 90^\circ$. (3)
- 5.6 Skryf die grootte van hoek θ neer. (1)
- 5.7 'n Sirkel, met middelpunt Z binne-in $\triangle ABD$, word getrek om sye AB , BD en DA onderskeidelik by N , M en T te raak. Gegewe dat $BMZN$ 'n vlieër is, bereken die radius van hierdie sirkel. 'n Diagram word op DIAGRAMVEL 2 voorsien. (6)

[22]

VRAAG 6

6.1 ABC is 'n driehoek met 'n oppervlakte van 5 vierkante eenhede. $\Delta A' B' C'$ is 'n vergroting van ΔABC deur die oorsprong met 'n skaal van 2.

6.1.1 Bepaal die oppervlakte van $\Delta A' B' C'$. (2)

6.1.2 Skryf die algemene reël vir die transformasie van ΔABC na $\Delta A' B' C'$ neer. (2)

6.1.3 Die hoekpunte van ΔABC is $A(-1 ; 4)$, $B(-1 ; 2)$ en $C(4 ; 4)$. Gebruik die rooster voorsien op DIAGRAMVEL 3 om $\Delta A' B' C'$ te teken. (3)

6.1.4 Lewer kommentaar oor die rigiditeit (starheid) van die transformasie van ΔABC na $\Delta A' B' C'$. (2)

6.2 'n Vierhoek EFGH word na sy beeld $E'''F'''G'''H'''$ op die volgende manier getransformeer:

- Reflekteer eerstens EFGH om die lyn $y = x$.
- Roteer dan hierdie beeld deur 90° in 'n kloksgewyse rigting om die oorsprong.
- Die tweede beeld het 'n translasie van 2 eenhede na links en 3 eenhede na onder om $E'''F'''G'''H'''$ te verkry.

Skryf die algemene reël vir die transformasie van EFGH na $E'''F'''G'''H'''$ neer. (6)
[15]

VRAAG 7

$A'(-1-\sqrt{2} ; 1-\sqrt{2})$ is die beeld van punt $A(p ; q)$, nadat punt A om die oorsprong in 'n antikloksgewyse rigting deur 'n hoek van 135° geroteer is.

7.1 $T(x ; y)$ word om die oorsprong deur 'n hoek θ in 'n antikloksgewyse rigting geroteer. Gee die formule om die koördinate van T' , die beeld van T, te bepaal. (2)

7.2 Skryf die koördinate van A' in terme van p , q en 135° neer. (2)

7.3 Bereken gevolglik of andersins p en q . (Laat jou antwoord in wortelvorm.) (7)
[11]

VRAAG 8

Gegee: $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ waar $90^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$

Bereken, met behulp van 'n skets en sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

8.1 $\tan \alpha$ (3)

8.2 $\sin(90^\circ + \alpha)$ (2)

8.3 $\cos 2\alpha$ (3)
[8]

VRAAG 9

9.1 Vereenvoudig volledig:

$$\sin(90^\circ - x) \cos(180^\circ - x) + \tan x \cdot \cos(-x) \sin(180^\circ + x) \quad (7)$$

9.2 Bewys, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, dat $\frac{\sin 190^\circ \cos 225^\circ \tan 390^\circ}{\cos 100^\circ \sin 135^\circ} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (7)

9.3 Bepaal die algemene oplossing van $\sin x + 2 \cos^2 x = 1$. (7)
[21]

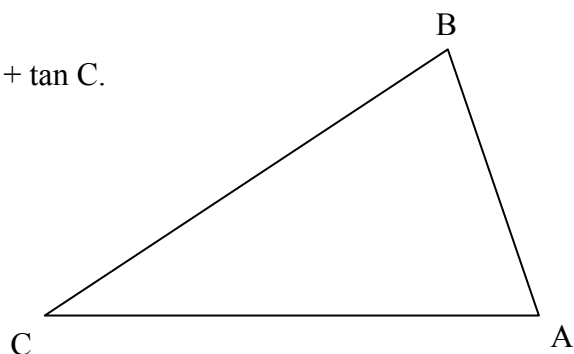
VRAAG 10

10.1 Gebruik die uitbreidings vir $\sin(A + B)$ en $\cos(A + B)$ om die identiteit te bewys van:

$$\frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)} = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \quad (3)$$

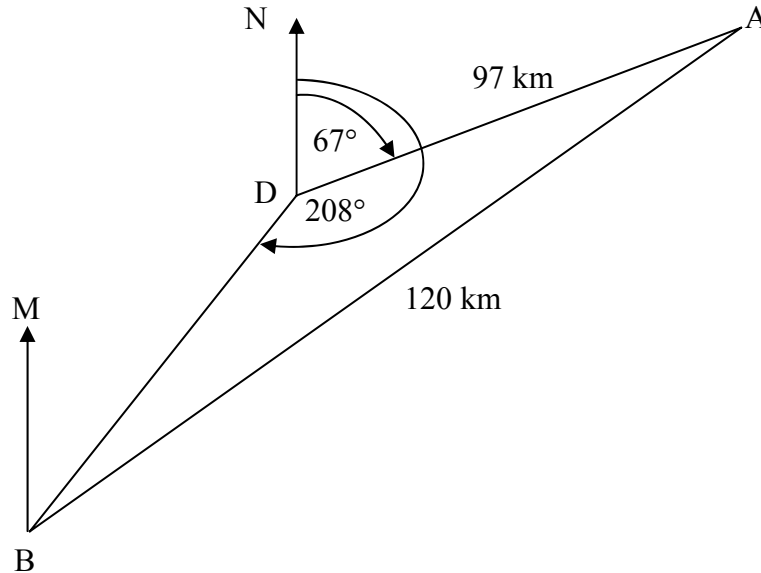
10.2 Indien $\tan(A + B) = \frac{\sin(A + B)}{\cos(A + B)}$, bewys in enige $\triangle ABC$ dat

$$\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C = \tan A + \tan B + \tan C. \quad (4)$$



VRAAG 11

11.1 Twee skepe, A en B, is 120 km van mekaar af. Skip A is in 'n rigting 67° van D af en 97 km ver van D af. DN wys direk noord. Skip B is in 'n rigting 208° van D af. 'n Diagram word op DIAGRAMVEL 3 voorsien.

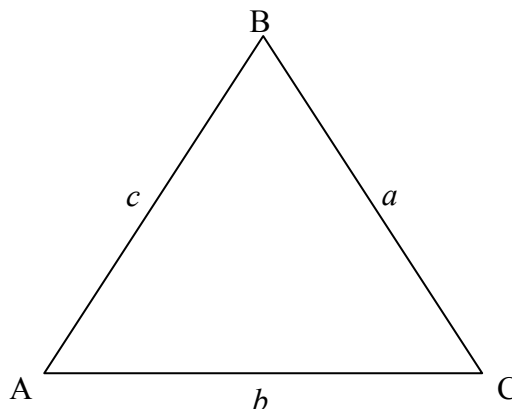


11.1.1 Bepaal die rigting van Skip A vanaf Skip B, dit is \hat{MBA} , wanneer $BM \parallel DN$. (6)

11.1.2 Indien Skip B reg noord vaar en Skip A vaar reg suid, sal Skip A op 'n sekere tydstop reg oos van Skip B wees.

Bereken die afstand tussen die twee skepe op daardie tydstop. (3)

11.2 Driehoek ABC is gelykbenig met $AB = BC$.



Bewys dat $\cos B = 1 - \frac{b^2}{2a^2}$ (4)
[13]

VRAAG 12

Gegee: $g(x) = 2 \cos(x - 30^\circ)$

- 12.1 Skets die grafiek van g vir $x \in [-90^\circ; 270^\circ]$ op DIAGRAMVEL 4. (2)
- 12.2 Gebruik die simbole A en B om die twee punte op die grafiek van g te stip waarvoor $\cos(x - 30^\circ) = 0,5$. (2)
- 12.3 Bereken die x -koördinate van die punte A en B. (3)
- 12.4 Skryf die waardes neer van x , waar $x \in [-90^\circ; 270^\circ]$ en $g'(x) = 0$. (2)
- 12.5 Gebruik die grafiek om vir x op te los, $x \in [-90^\circ; 270^\circ]$, waar $g(x) < 0$. (3)

[12]**TOTAAL: 150**

INLICHTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n (a + (i-1)d) = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\sum_{i=1}^n ar^{i-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1-r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In $\triangle ABC$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

SENTRUMNOMMER:

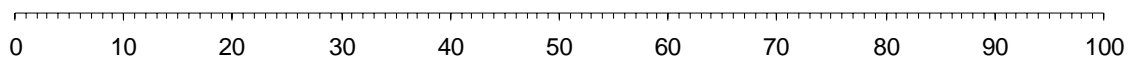
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

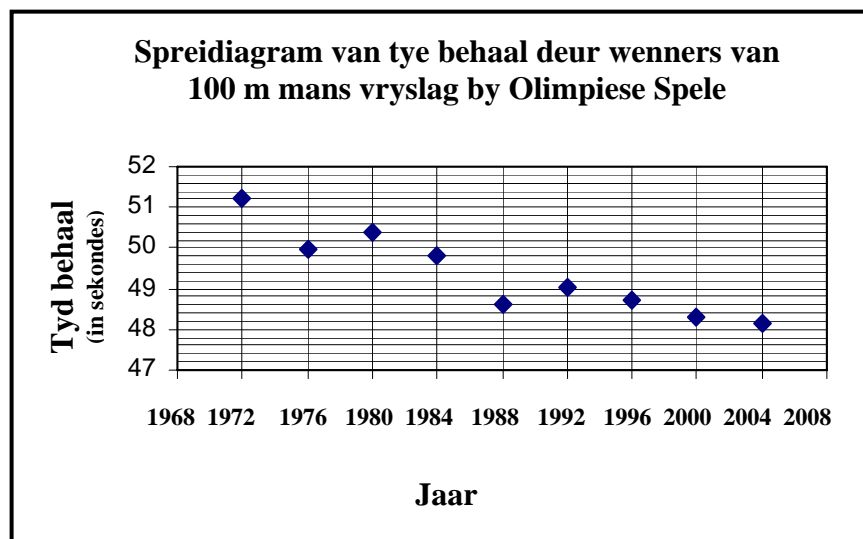
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 1.3



VRAAG 2.2



SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

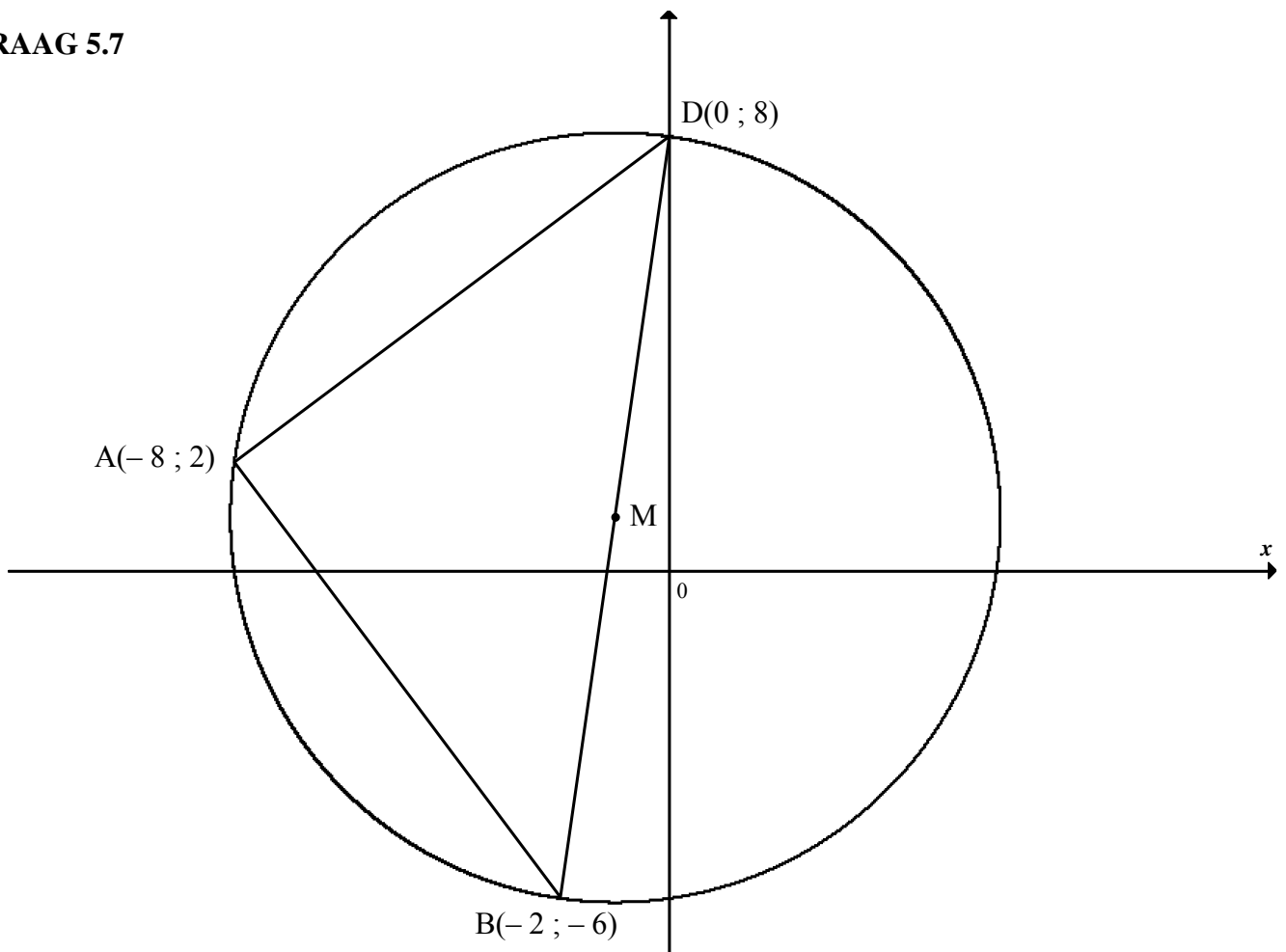
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 3.3

Punte (uit 100)	Frekwensie (f)

VRAAG 5.7



SENTRUMNOMMER:

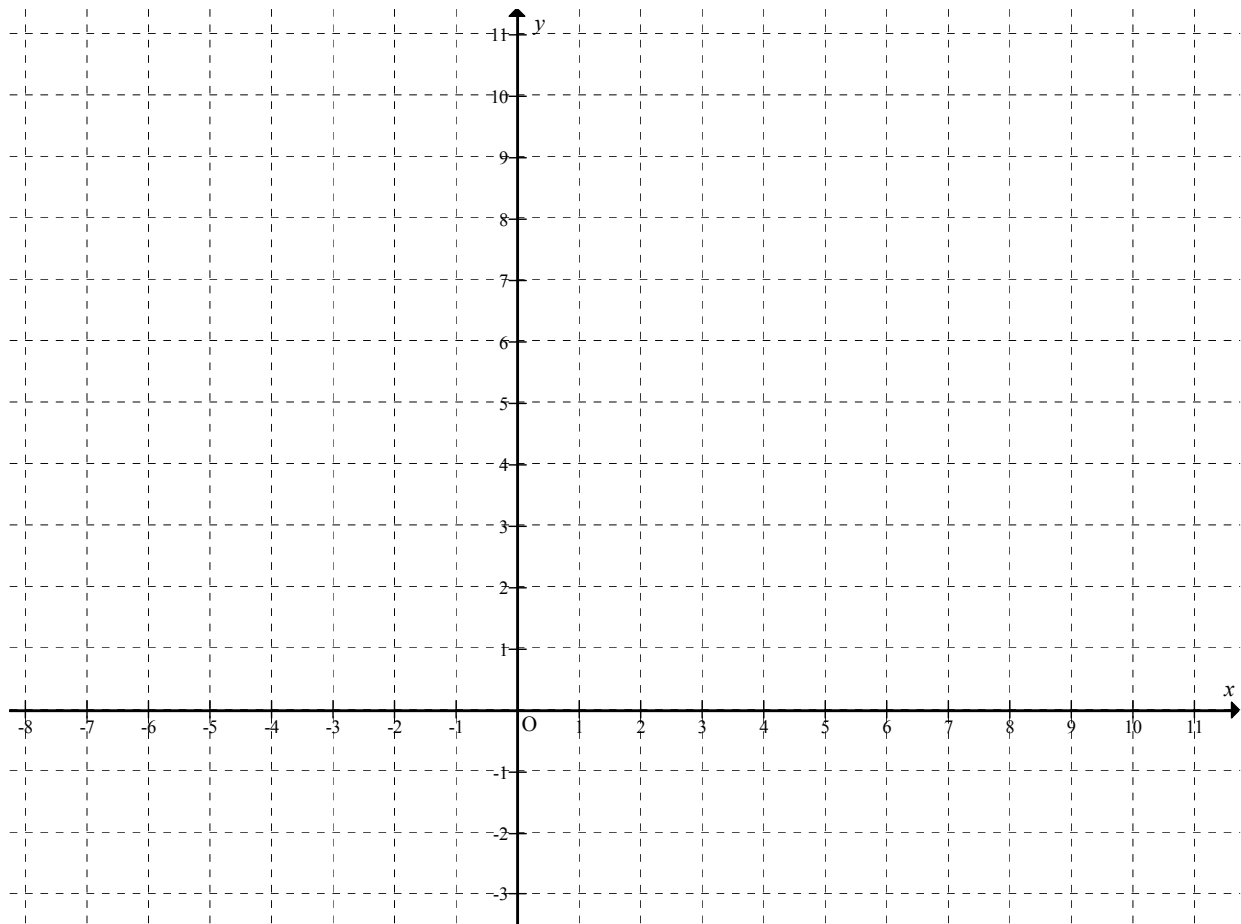
--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

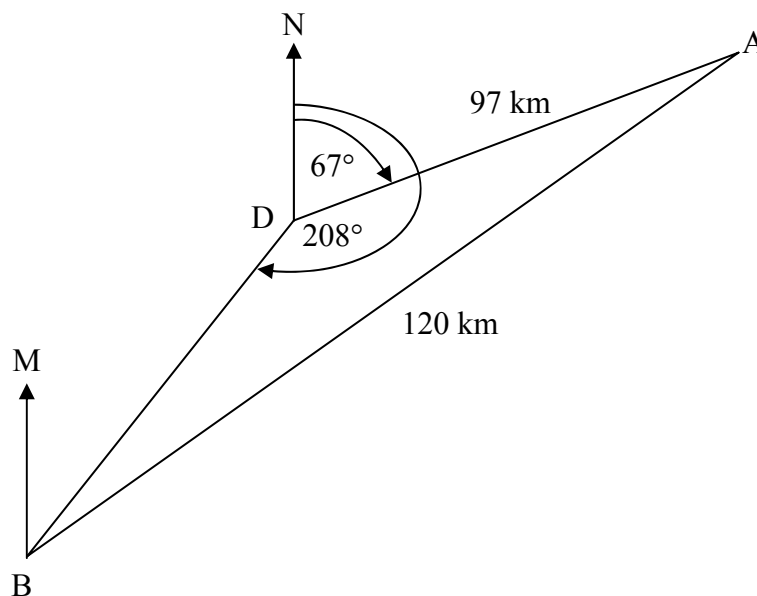
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 3

VRAAG 6.1.3



VRAAG 11



SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 4

VRAAG 12.1

