basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

NOVEMBER 2012

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

10. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Los op vir x in elk van die volgende:

1.1.1 $(2x-1)(x+4)=0$ (2)

1.1.2 $3x^2 - x = 5$ (Laat jou antwoord korrek tot TWEE desimale plekke.) (4)

1.1.3 $x^2 + 7x - 8 < 0$ (4)

1.2 Gegee: $4y - x = 4$ en $xy = 8$

1.2.1 Los vir x en y gelyktydig op. (6)

1.2.2 Die grafiek van $4y - x = 4$ word om die lyn $y = x$ gereflekteer. Wat is die vergelyking van die gereflekteerde lyn? (2)

1.3 Die oplossings van 'n kwadratiese vergelyking word gegee deur $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2p+5}}{7}$.

Vir watter waarde(s) van p sal hierdie vergelyking die volgende hê:

1.3.1 Twee gelyke oplossings (2)

1.3.2 Geen reële oplossings (1)

[21]

VRAAG 2

2.1 $3x + 1$; $2x$; $3x - 7$ is die eerste drie terme van 'n rekenkundige ry. Bereken die waarde van x. (2)

2.2 Die eerste en tweede terme van 'n rekenkundige ry is 10 en 6 onderskeidelik.

2.2.1 Bereken die 11de term van die ry. (2)

2.2.2 Die som van die eerste n terme van hierdie ry is –560. Bereken n. (6)

[10]

VRAAG 3

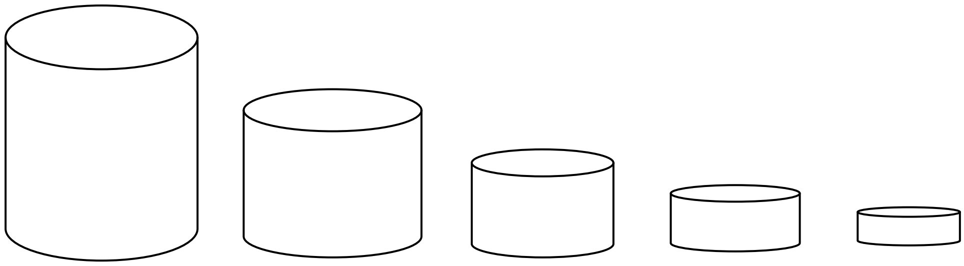
3.1 Gegee die meetkundige ry: 27 ; 9 ; 3 …

3.1.1 Bepaal 'n formule vir T_n, die n^{de} term van die ry. (2)

3.1.2 Waarom bestaan die som tot oneindig vir hierdie ry? (1)

3.1.3 Bepaal S_∞. (2)

3.2 Twintig watertenks se groottes word op so 'n wyse verminder dat die volume van elke tenk $\frac{1}{2}$ van die volume van die vorige tenk is. Die eerste tenk is leeg, maar die ander 19 tenks is vol water.



Sal dit vir die eerste watertenk moontlik wees om al die water van die ander 19 tenks te hou? Motiveer jou antwoord. (4)

3.3 Die n^{de} term van 'n ry word gegee deur $T_n = -2(n-5)^2 + 18$.

3.3.1 Skryf die eerste DRIE terme van die ry neer. (3)

3.3.2 Watter term van die ry sal die grootste waarde hê? (1)

3.3.3 Wat is die tweede verskil van hierdie kwadratiese ry? (2)

3.3.4 Bepaal ALLE waardes van n waarvoor die terme van die ry kleiner as –110 sal wees. (6)

[21]

VRAAG 4

4.1 Beskou die funksie $f(x) = 3.2^x - 6$.

4.1.1 Bereken die koördinate van die *y*-afsnit van die grafiek van *f*. (1)

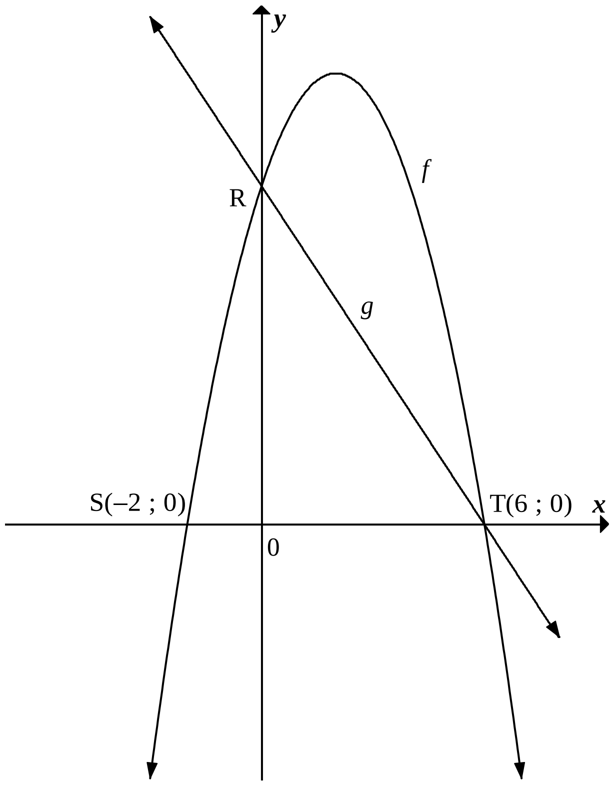
4.1.2 Bereken die koördinate van die *x*-afsnit van die grafiek van *f*. (2)

4.1.3 Skets die grafiek van f in jou ANTWOORDEBOEK.

Dui ALLE asimptote en afsnitte met die asse duidelik aan. (3)

4.1.4 Skryf die waardeversameling van f neer. (1)

4.2 S(–2 ; 0) en T(6 ; 0) is die *x*-afsnitte van die grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$ en R is die *y*-afsnit. Die reguitlyn deur R en T verteenwoordig die grafiek van $g(x) = -2x + d$.



4.2.1 Bepaal die waarde van *d*. (2)

4.2.2 Bepaal die vergelyking van f in die vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$. (4)

4.2.3 As $f(x) = -x^2 + 4x + 12$, bereken die koördinate van die draaipunt van *f*. (2)

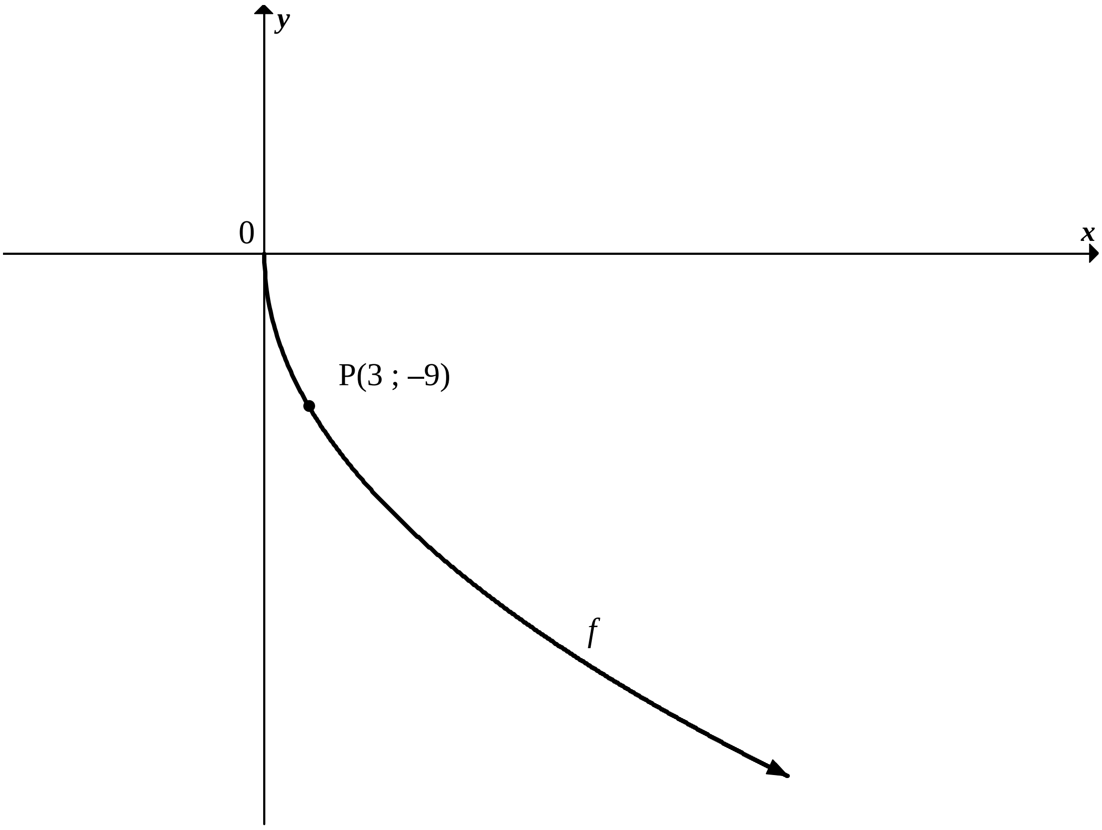
4.2.4 Vir watter waardes van *k* sal $f(x) = k$ twee afsonderlike wortels hê? (2)

4.2.5 Bepaal die maksimum waarde van $h(x) = 3^{f(x)-12}$. (3)

[20]

VRAAG 5

Die grafiek van $f(x) = -\sqrt{27x}$ vir $x \geq 0$ is hieronder geskets.
Die punt P(3 ; –9) lê op die grafiek van f.



5.1 Gebruik jou grafiek om die waardes van x te bepaal waarvoor $f(x) \geq -9$. (2)

5.2 Skryf die vergelyking van f^{-1} neer in die vorm $y = ...$ Dui ALLE beperkings aan. (3)

5.3 Skets f^{-1}, die inverse van f, in jou ANTWOORDEBOEK.
Dui die afsnit(te) met die asse en die koördinate van EEN ander punt aan. (3)

5.4 Beskryf die transformasie van f na g as $g(x) = \sqrt{27x}$, waar $x \geq 0$. (1)
[9]

VRAAG 6

Die grafiek van 'n hiperbool met vergelyking $y = f(x)$ het die volgende eienskappe:

- Definisieversameling: $x \in \mathbf{R}$, $x \neq 5$
- Waardeversameling: $y \in \mathbf{R}$, $y \neq 1$
- Gaan deur die punt (2 ; 0)

Bepaal $f(x)$. **[4]**

VRAAG 7

7.1 'n Besigheid koop 'n masjien wat R120 000 kos. Die masjien se waarde verminder teen 9% per jaar volgens die verminderdesaldo-metode.

7.1.1 Bepaal die afskryfwaarde ('scrap value') van die masjien aan die einde van 5 jaar. (3)

7.1.2 Na vyf jaar moet die masjien vervang word. Gedurende hierdie tyd het inflasie konstant gebly teen 7% per jaar. Bepaal die koste van die nuwe masjien aan die einde van 5 jaar. (3)

7.1.3 Die besigheid beraam dat hulle R90 000 aan die einde van vyf jaar gaan benodig. 'n Delgingsfonds vir R90 000, waarin gelyke maandelikse paaiemente betaal moet word, word daargestel. Rente op hierdie fonds is 8,5% per jaar, maandeliks saamgestel. Die eerste paaiement sal dadelik betaal word en die laaste paaiement sal aan die einde van die 5 jaar-periode betaal word.

Bereken die waarde van die maandelikse paaiement vir die delgingsfonds. (5)

7.2 Lorraine ontvang 'n bedrag van R900 000 met haar aftrede. Sy belê hierdie bedrag onmiddellik teen 'n rentekoers van 10,5% per jaar, maandeliks saamgestel.

Sy benodig 'n bedrag van R18 000 per maand om haar huidige lewenstyl te kan handhaaf. Sy beplan om die eerste bedrag aan die einde van die eerste maand te onttrek.

Vir hoeveel maande sal dit vir haar moontlik wees om van haar belegging te leef? (6)
[17]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels as $f(x) = 2x^2 - 5$. (5)

8.2 Evalueer $\frac{dy}{dx}$ as $y = x^{-4} + 2x^3 - \frac{x}{5}$. (3)

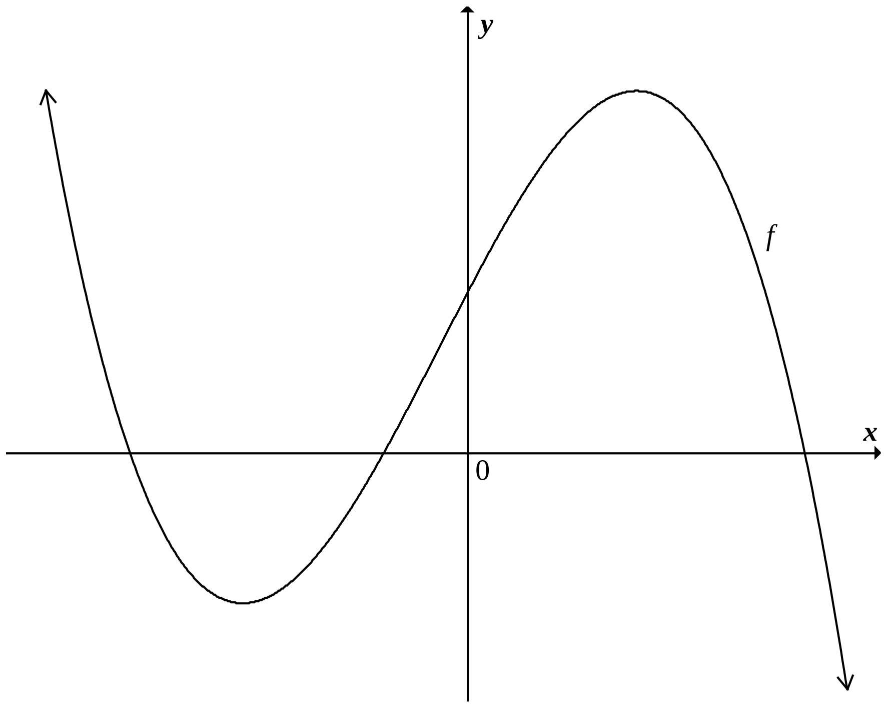
8.3 Gegee: $g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

8.3.1 Bereken $g'(x)$ vir $x \neq 1$. (2)

8.3.2 Verduidelik waarom dit nie moontlik is om $g'(1)$ te bepaal nie. (1)
[11]

VRAAG 9

9.1 Die grafiek van die funksie $f(x) = -x^3 - x^2 + 16x + 16$ is hieronder geskets.



9.1.1 Bereken die *x*-koördinate van die draaipunte van f. (4)

9.1.2 Bereken die *x*-koördinaat van die punt waar $f'(x)$ 'n maksimum sal wees. (3)

9.2 Beskou die grafiek van $g(x) = -2x^2 - 9x + 5$.

9.2.1 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die grafiek van g by $x = -1$. (4)

9.2.2 Vir watter waardes van q sal die lyn $y = -5x + q$ nie die parabool sny nie? (3)

9.3 Gegee: $h(x) = 4x^3 + 5x$

Verduidelik of dit moontlik is om 'n raaklyn met 'n negatiewe gradiënt aan die grafiek van h te teken. Toon AL jou berekeninge. (3)

[17]

VRAAG 10

'n Partikel beweeg langs 'n reguitlyn. Die afstand, s, (in meter) van die partikel vanaf 'n vaste punt op die lyn teen tyd t sekondes ($t \geq 0$) word gegee deur $s(t) = 2t^2 - 18t + 45$.

10.1 Bereken die partikel se aanvanklike snelheid. (Snelheid is die tempo van verandering van afstand.) (3)

10.2 Bepaal die tempo waarteen die snelheid van die partikel teen t sekondes verander. (1)

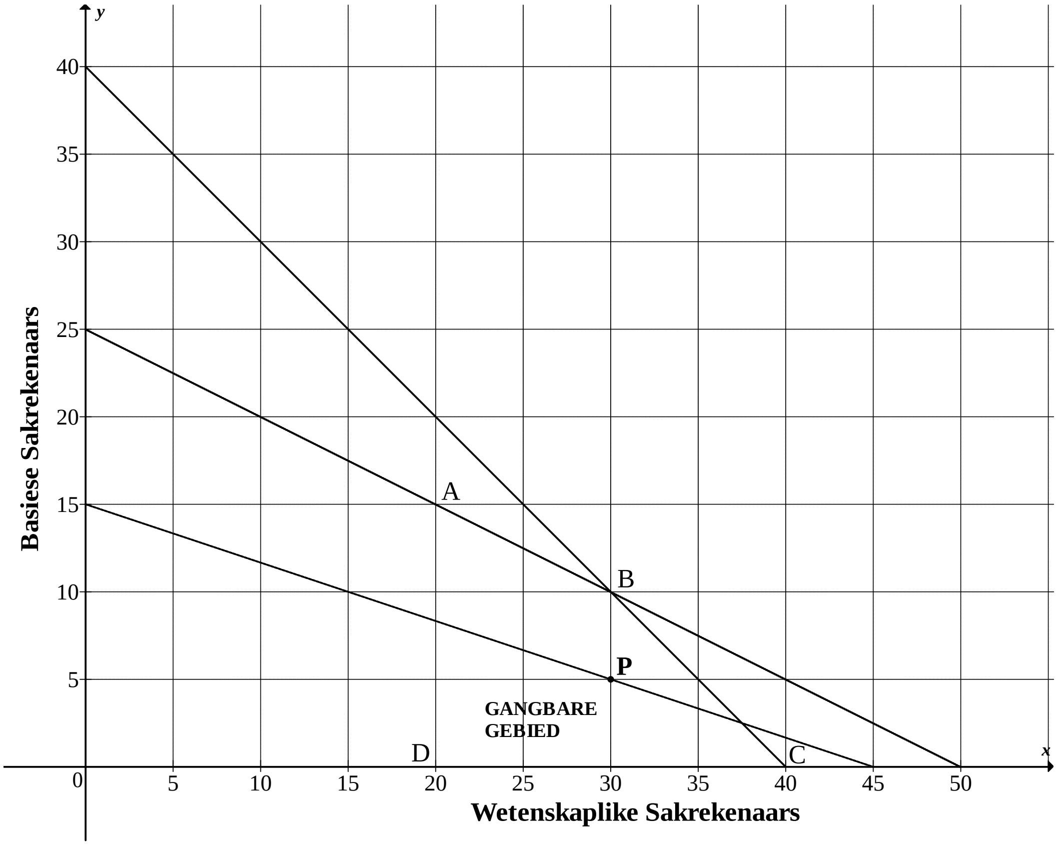
10.3 Na hoeveel sekondes sal die partikel die naaste aan die vaste punt wees? (2)

[6]

VRAAG 11

'n Sakrekenaarmaatskappy vervaardig twee tipes sakrekenaars: wetenskaplik en basies. Die maatskappy slaag daarin om al die sakrekenaars wat hulle vervaardig, te verkoop. 'n Stelsel van beperkings is vir die produksie van die sakrekenaars ontwikkel. Die gangbare gebied is hieronder gearseer.

Laat x en y onderskeidelik die aantal wetenskaplike en basiese sakrekenaars voorstel wat daagliks vervaardig word.



11.1 Is dit vir die maatskappy moontlik om 15 wetenskaplike sakrekenaars en 5 basiese sakrekenaars op een dag te vervaardig volgens hulle stelsel van beperkings? Motiveer jou antwoord. (1)

11.2 Skryf al die algebraïese ongelykhede neer wat die beperkings ten opsigte van die vervaardiging van die sakrekenaars beskryf. (6)

11.3 Die wins Q (in honderde rande) word gegee deur Q = $x + 3y$. Die stippellyn op die grafiek is die soeklyn wat met die winsfunksie geassosieer word.

11.3.1 Identifiseer die punt in die gebied waar die wins 'n maksimum is. Gebruik slegs A, B, C of D. (1)

11.3.2 Skryf die koördinate neer van 'n punt op die stippellyn (indien die punt bestaan), waar die wins groter is as die wins by P. (2)

11.3.3 Gegee dat die wins, gegee deur Q $= ax + by$ ($a > 0$; $b > 0$), 'n maksimum by B is, bepaal die maksimum waarde van $\frac{a}{b}$. (4)

[14]

TOTAAL: 150

Kopiereg voorbehou

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$ **;** $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$ **;** $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$$(x ; y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta ; y\cos\theta + x\sin\theta)$$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou