



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2012

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 1 diagramvel en 1 inligtingsblad.

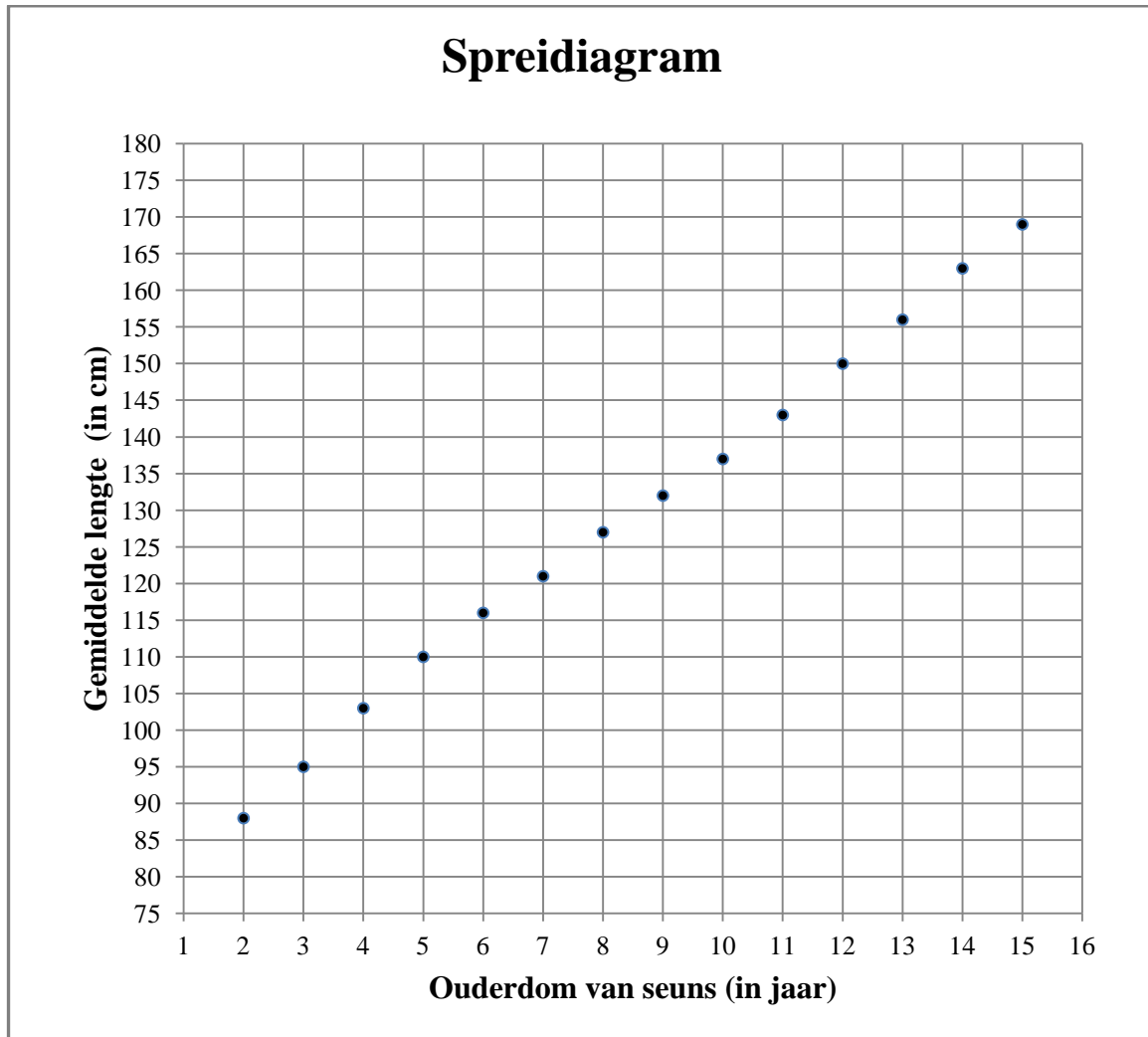
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 13 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. EEN diagramvel vir die beantwoording van VRAAG 3.2 en VRAAG 7.3 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsy in die ruimtes voorsien en plaas die bladsy agterin jou ANTWOORDEBOEK.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die spreidiagram hieronder toon die ouderdom (in jaar) en die gemiddelde lengte (in sentimeter) van seuns tussen 2 en 15 jaar.



[Bron: www.fpnotebook.com/endo/exam/hgtmsrmnincharn.htm]

- 1.1 Gebruik die spreidiagram om die gemiddelde lengte van 'n 7-jarige seun te bepaal. (1)
- 1.2 Beskryf die tendens in die spreidiagram. (1)
- 1.3 Wat is die benaderde toename in die gemiddelde lengte per jaar tussen die ouderdom van 2 en 15 jaar? (3)
- 1.4 Verduidelik waarom die waargenome tendens NIE onbepaald kan voortgaan NIE. (1)
- [6]**

VRAAG 2

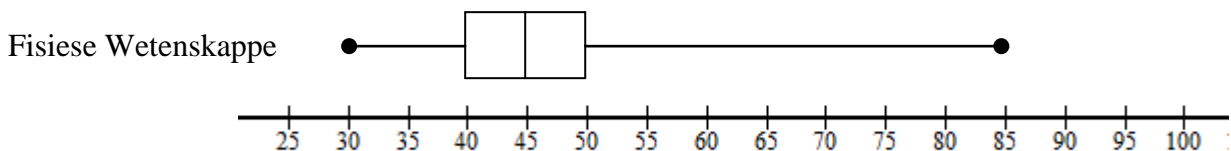
Abe speel vir sy skool se krieketspan. Die getal lopies wat Abe aangeteken het in die agt wedstryde waarin hy gekolf het, word hieronder getoon. (Abe is in al die wedstryde uitgegee.)

21 8 19 7 15 32 14 12

- 2.1 Bepaal die gemiddelde lopies wat hy tydens die agt wedstryde aangeteken het. (2)
- 2.2 Bepaal die standaardafwyking van die datastel. (2)
- 2.3 Abe se tellings vir die eerste drie van die volgende agt wedstryde was onderskeidelik 22, 35 en 2. Beskryf die uitwerking van sy vertoning op die standaardafwyking van hierdie groter stel met 11 datapunte. (2)
- 2.4 Abe hoop om 'n gemiddeld van 20 lopies in die eerste 16 wedstryde aan te teken. Wat moet sy gemiddeld in die laaste vyf wedstryde wees sodat hy sy doelwit kan bereik? (3)
- [9]**

VRAAG 3

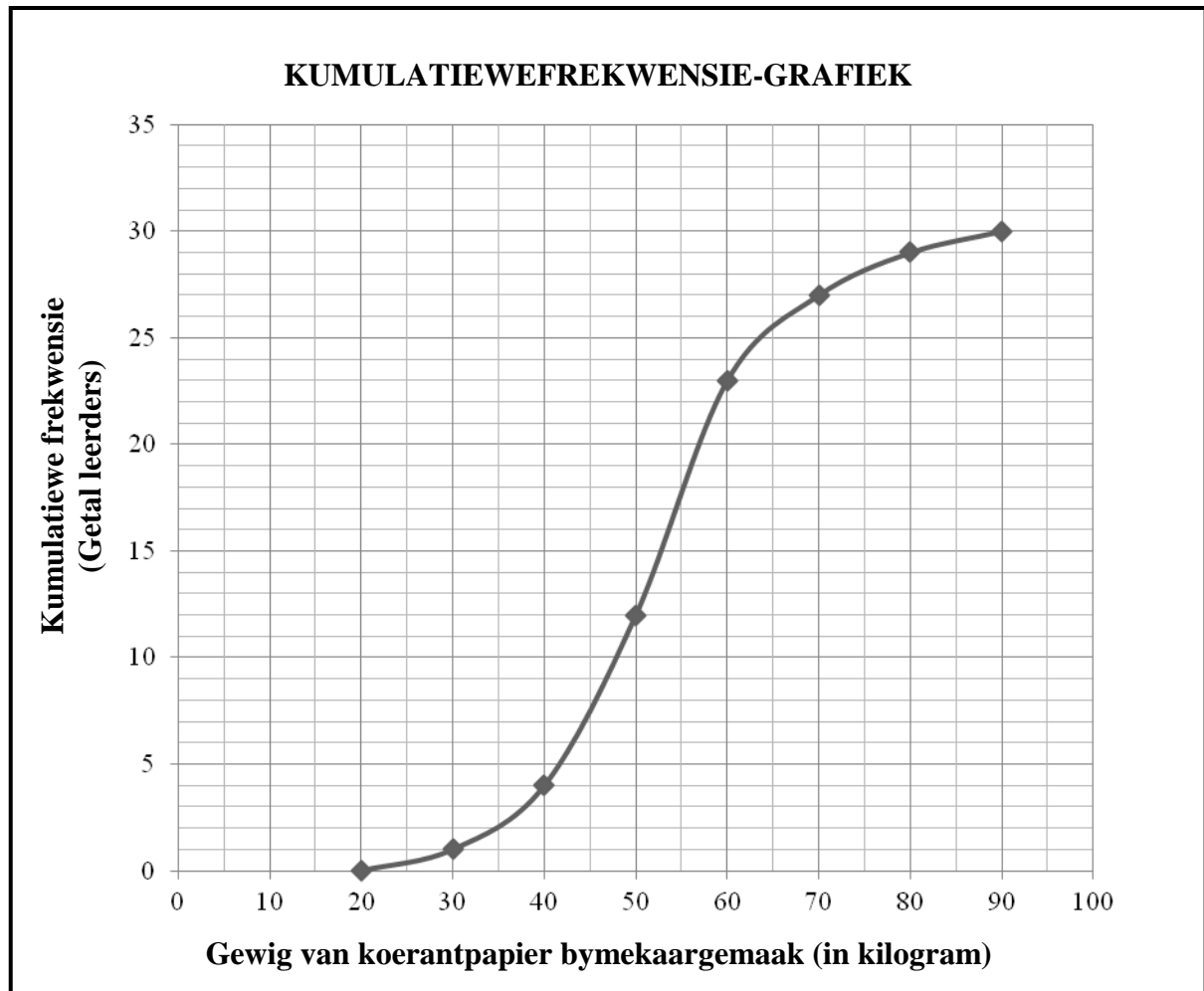
In 'n sekere skool het 60 leerders eksamen in Wiskunde en Fisiese Wetenskappe geskryf. Die mond-en-snor-diagram hieronder dui die punte (uit 100) aan wat hierdie leerders in die Fisiese Wetenskappe-eksamen behaal het.



- 3.1 Skryf die variasiewydte neer van die punte wat in die Fisiese Wetenskappe-eksamen behaal is. (1)
- 3.2 Gebruik die inligting hieronder om die mond-en-snor-diagram vir die Wiskunde-resultate op DIAGRAMVEL 1 te teken.
- Minimum punt = 30
 Variasiewydte = 55
 Boonste kwartiel = 70
 Interkwartielvariasiewydte = 30
 Mediaan = 55 (4)
- 3.3 Hoeveel leerders het minder as 70% in die Wiskunde-eksamen behaal? (2)
- 3.4 Joe beweer dat die getal leerders wat 'n punt tussen 30 en 45 in Fisiese Wetenskappe behaal het, minder is as die getal leerders wat tussen 30 en 55 in Wiskunde behaal het. Is Joe se bewering geldig? Regverdig jou antwoord. (2)
- [9]**

VRAAG 4

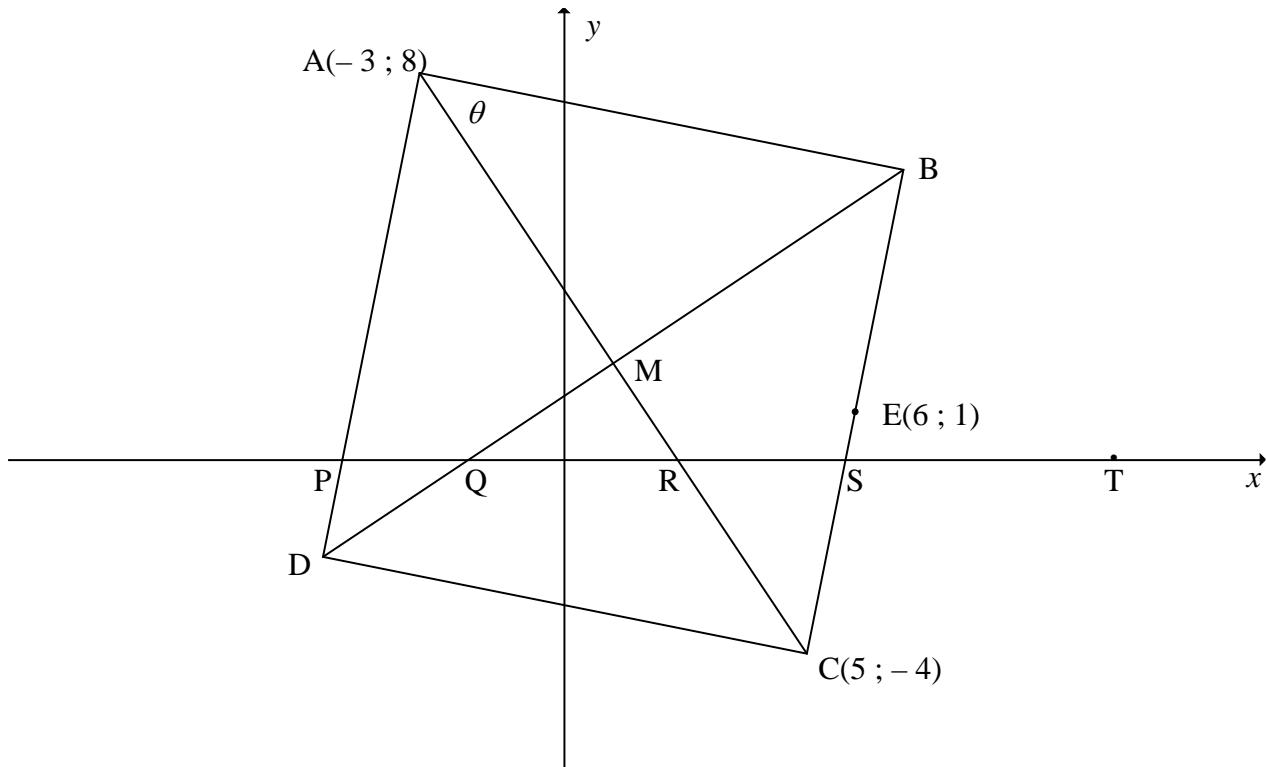
As deel van 'n inisiatief oor omgewingsbewusmaking is die leerders van Greenside Hoërskool gevra om koerantpapier bymekaar te maak vir herwinning. Die kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) hieronder dui die totale gewig van die koerantpapier (in kilogram) aan wat oor 'n tydperk van 6 maande deur 30 leerders bymekaargemaak is.



- 4.1 Bepaal die modale klas van die gewig van die koerantpapier wat bymekaargemaak is. (1)
- 4.2 Bepaal die mediaangewig van die koerantpapier wat deur hierdie groep leerders bymekaargemaak is. (1)
- 4.3 Hoeveel leerders het meer as 60 kg koerantpapier bymekaargemaak? (2)
- [4]**

VRAAG 5

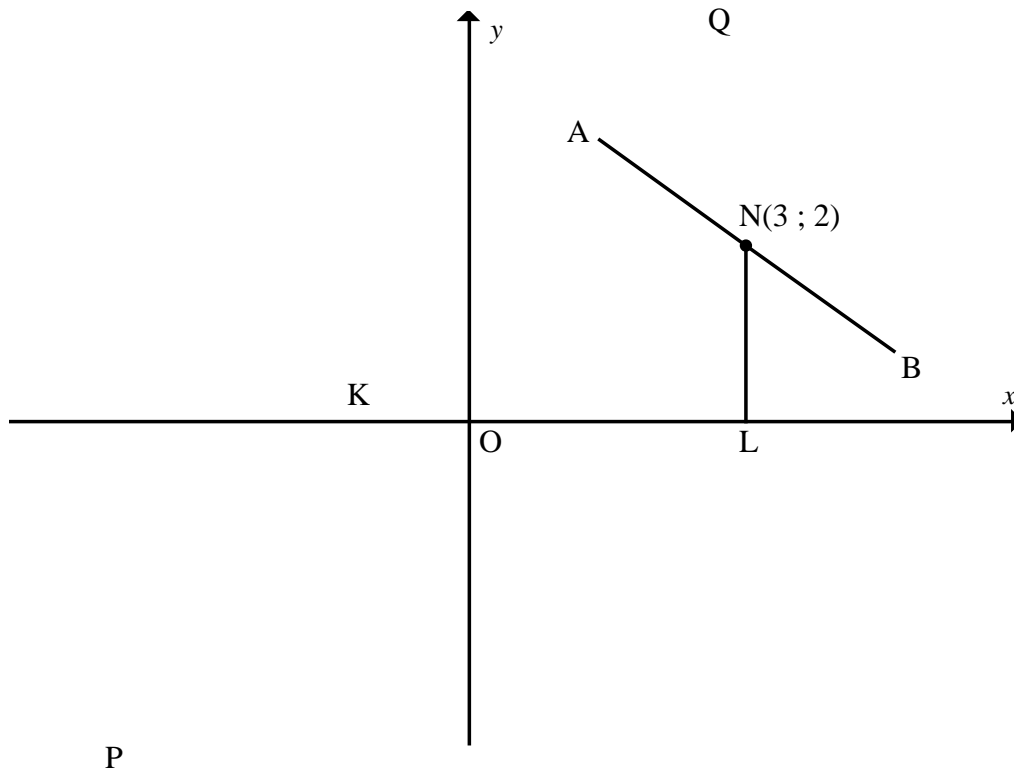
ABCD is 'n rombus met $A(-3 ; 8)$ en $C(5 ; -4)$. Die hoeklyne van ABCD halveer mekaar by M. Die punt $E(6 ; 1)$ lê op BC.



- 5.1 Bereken die koördinate van M. (2)
- 5.2 Bereken die gradiënt van BC. (2)
- 5.3 Bepaal die vergelyking van die lyn AD in die vorm $y = mx + c$. (3)
- 5.4 Bepaal die grootte van θ , dit is \hat{BAC} . Toon ALLE berekeninge aan. (6)
- [13]**

VRAAG 6

'n Sirkel met middelpunt $N(3 ; 2)$ raak die x -as by punt L . Lyn PQ , met vergelyking $y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$, is 'n raaklyn aan dieselfde sirkel by punt A .

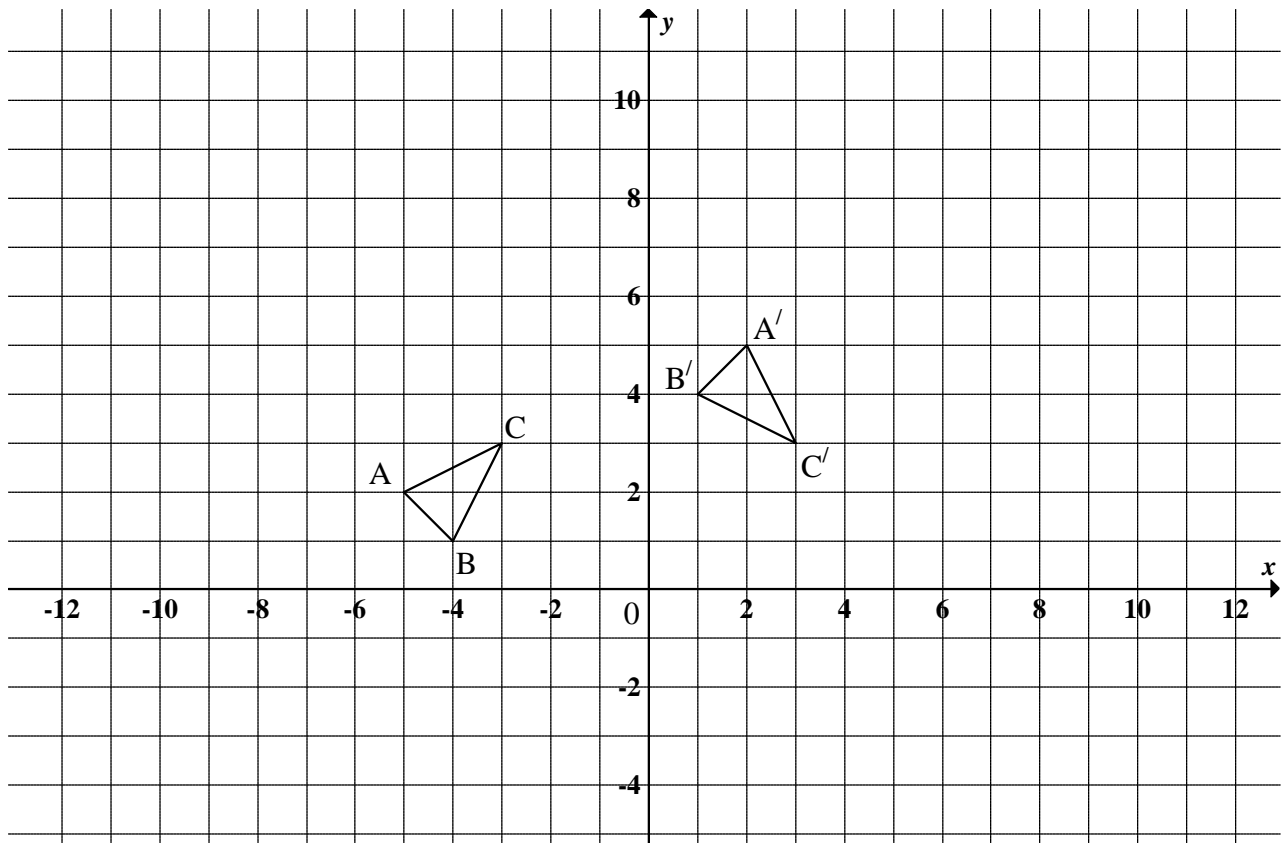


- 6.1 Waaron is NL loodreg op OL ? (1)
- 6.2 Bepaal die koördinate van L . (1)
- 6.3 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt N in die vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. (3)
- 6.4 Bereken die lengte van KL . (3)
- 6.5 Bepaal die vergelyking van die middellyn AB in die vorm $y = mx + c$. (4)
- 6.6 Dui aan dat die koördinate van A $\left(\frac{7}{5}; \frac{16}{5}\right)$ is. (3)
- 6.7 Bereken die lengte van KA . (3)
- 6.8 Waaron is $KLNA$ 'n vlieër? (2)
- 6.9 Dui aan dat $\hat{ABK} = 45^\circ$. (3)
- 6.10 Indien die gegewe sirkel om die x -as gereflekteer word, gee die koördinate van die middelpunt van die nuwe sirkel. (1)

[24]

VRAAG 7

Beskou die diagram hieronder waar $A(-5 ; 2)$, $B(-4 ; 1)$ en $C(-3 ; 3)$ die hoekpunte van ΔABC is.



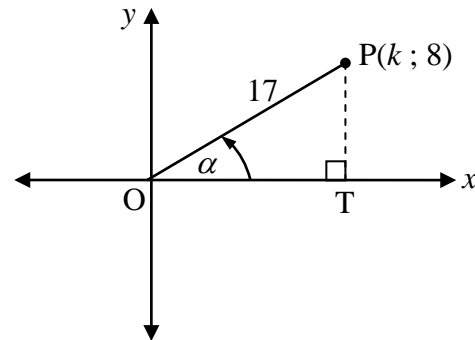
- 7.1 Beskryf die enkele transformasie van ΔABC na $\Delta A'B'C'$. (2)
- 7.2 Gee die algemene reël vir die transformasie in VRAAG 7.1. (2)
- 7.3 $\Delta A'B'C'$ word met 'n skaalfaktor van 2 vergroot om $\Delta A''B''C''$ te vorm. Teken die vergroting op DIAGRAMVEL 1. (2)
- 7.4 Gee die algemene reël vir die transformasie in VRAAG 7.3. (1)
- 7.5 ΔABC word om die x -as gereflekteer en daarna word dit om die y -as gereflekteer om ΔDEF te vorm.
 - 7.5.1 Skryf die koördinate van D neer, waar D die beeld van A ná die transformasie is wat hierbo beskryf is. (2)
 - 7.5.2 Gee die algemene reël van hierdie transformasie in die vorm:
 $(x ; y) \rightarrow (\dots ; \dots) \rightarrow (\dots ; \dots)$. (2)
 - 7.5.3 Beskryf 'n enkele transformasie wat ΔABC ondergaan om ΔDEF te vorm. (2)

[13]

VRAAG 8

Beantwoord hierdie vraag **SONDER** die gebruik van 'n sakrekenaar.

- 8.1 Die punt $P(k; 8)$ lê in die eerste kwadrant, sodanig dat $OP = 17$ eenhede en $\hat{T}OP = \alpha$ soos getoon in die diagram hier langsaaan.



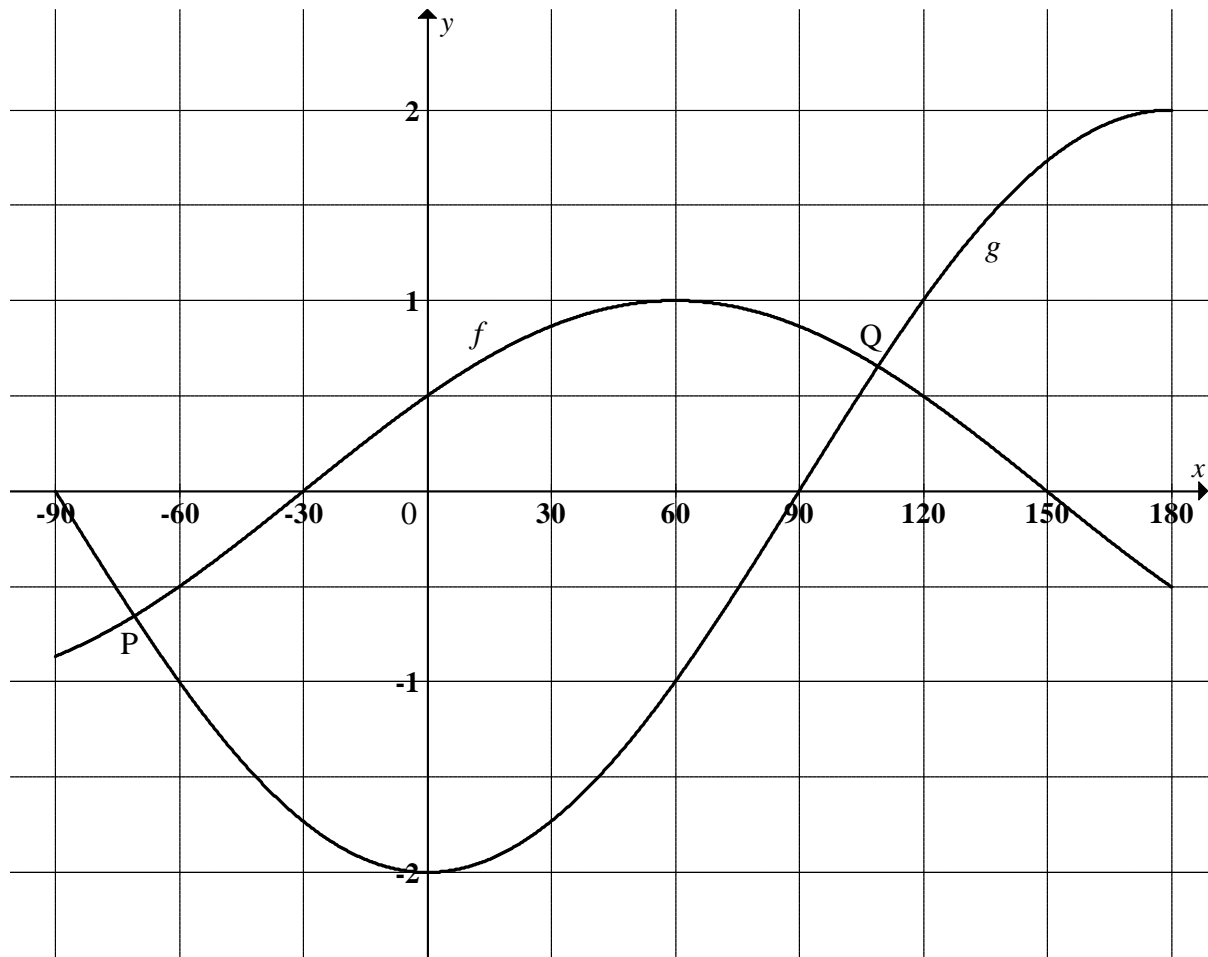
- 8.1.1 Bepaal die waarde van k . (2)
- 8.1.2 Skryf die waarde van $\cos \alpha$ neer. (1)
- 8.1.3 Indien dit verder gegee word dat $\alpha + \beta = 180^\circ$, bepaal $\cos \beta$. (2)
- 8.1.4 Bepaal vervolgens die waarde van $\sin(\beta - \alpha)$. (4)
- 8.2 Beskou die uitdrukking: $\frac{1 - \cos 2x - \sin x}{\sin 2x - \cos x}$
- 8.2.1 Bewys dat: $\frac{1 - \cos 2x - \sin x}{\sin 2x - \cos x} = \tan x$ (4)
- 8.2.2 Die uitdrukking hierbo is ongedefinieerd indien $\sin 2x - \cos x = 0$. Los hierdie vergelyking op in die interval $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. (4)
- [17]

VRAAG 9

- 9.1 Vereenvoudig sover as moontlik: $\frac{\sin^2 \theta}{\sin(180^\circ - \theta) \cdot \cos(90^\circ + \theta) + \tan 45^\circ}$ (5)
- 9.2 Vereenvoudig sonder die gebruik van 'n sakrekenaar: $\frac{\sin 104^\circ (2 \cos^2 15^\circ - 1)}{\tan 38^\circ \cdot \sin^2 412^\circ}$ (8)
- [13]

VRAAG 10

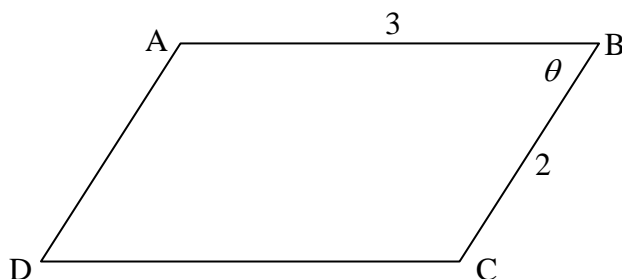
Die grafieke van $f(x) = \sin(x + 30^\circ)$ en $g(x) = -2\cos x$ vir $-90^\circ \leq x \leq 180^\circ$ word hieronder gegee. Die grafieke sny by punt P en punt Q.



- 10.1 Bereken $f(0) - g(0)$. (1)
- 10.2 Bereken die x -koördinate van punt P en punt Q. (7)
- 10.3 Vir watter waardes van x sal $f(x) \geq g(x)$? (2)
- 10.4 Grafiek h word verkry uit die volgende transformasie van f : $h(x) = 2f(x + 60^\circ)$.
Beskryf die verwantskap tussen g en h . (2)
- [12]**

VRAAG 11

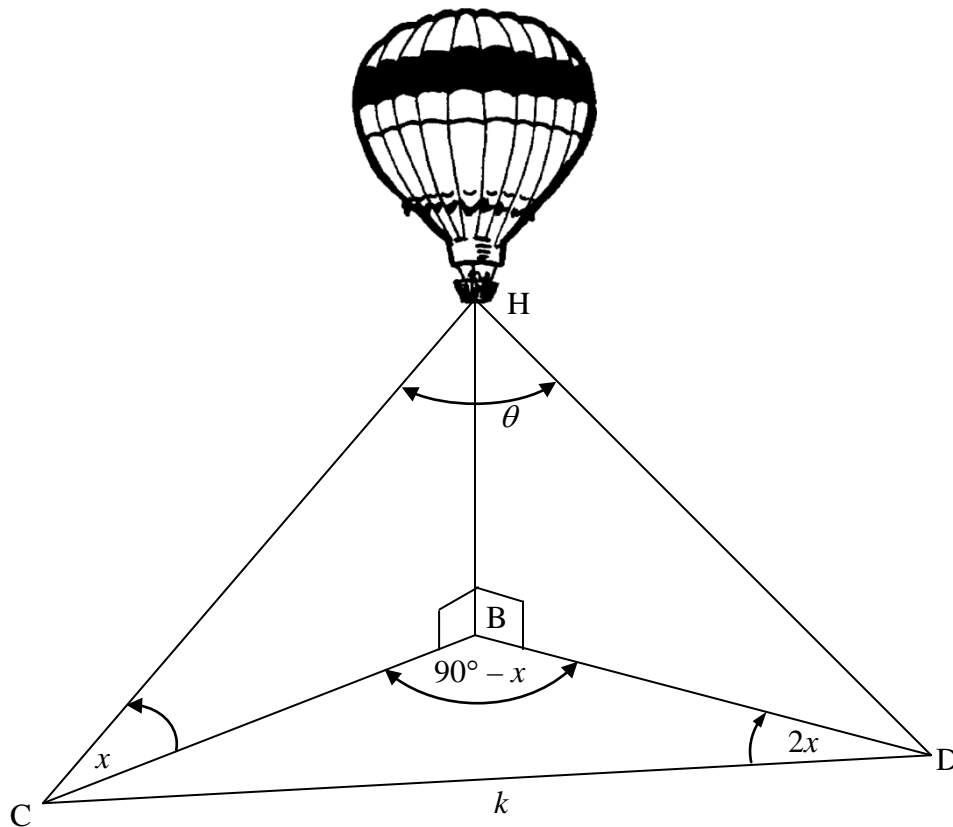
ABCD is 'n parallelogram met $AB = 3$ eenhede, $BC = 2$ eenhede en $\hat{A}BC = \theta$ vir $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$.



- 11.1 Bewys dat die oppervlakte van parallelogram ABCD $6\sin \theta$ is. (3)
- 11.2 Bereken die waarde van θ waarvoor die oppervlakte van die parallelogram $3\sqrt{3}$ vierkante eenhede sal wees. (3)
- 11.3 Bepaal die waarde van θ waarvoor die parallelogram die maksimum oppervlakte sal hê. (2)
- [8]**

VRAAG 12

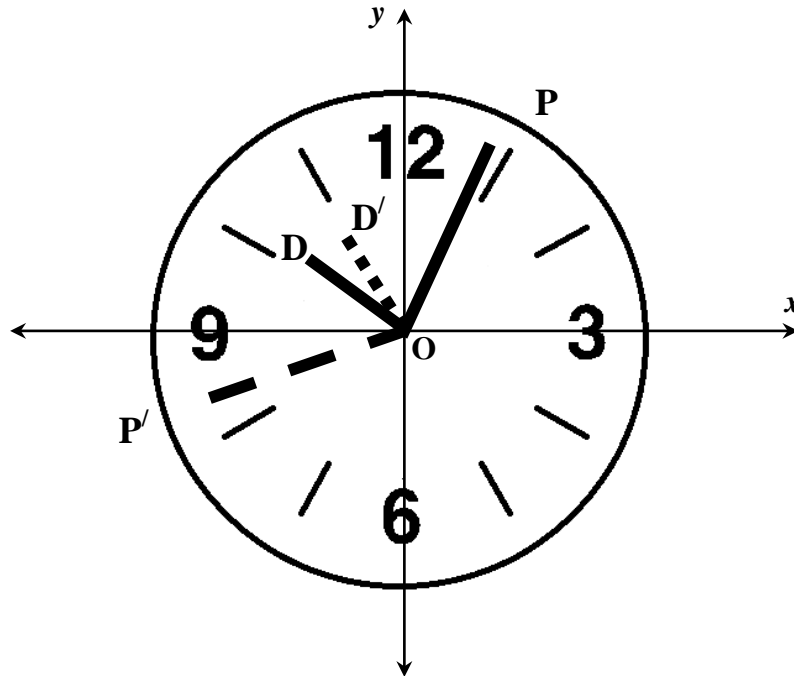
'n Warmlugballon H is direk bo punt B op die grond. Twee toue word gebruik om die warmlugballon in posisie te hou. Die toue word deur twee persone op die grond by punt C en punt D vasgehou. B, C en D is in dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoek van C na H is x . $\hat{CDB} = 2x$ en $\hat{CBD} = 90^\circ - x$. Die afstand tussen C en D is k meter.



- 12.1 Dui aan dat $CB = 2k \sin x$. (5)
- 12.2 Dui vervolgens aan dat die lengte van tou HC $2k \tan x$ is. (3)
- 12.3 Indien $k = 40$ m, $x = 23^\circ$ en $HD = 31,8$ m, bereken θ , die hoek tussen die TWEE toue. (4)
- [12]**

VRAAG 13

Die gesig van 'n standaardhorlosie is so geëposisioneer dat die middelpunt by die oorsprong is. Op 'n sekere tydstep is die eindpunt van die minuutwyser by die punt $P(2 ; 4)$. 37 minute later is die eindpunt van die minuutwyser by die punt $P'(a ; b)$.



- 13.1 Bepaal die waarde van a en b . (6)
- 13.2 OD is die posisie van die uurwyser as die minuutwyser by P is en OD' is die posisie van die uurwyser as die minuutwyser by P' is. Bereken die hoek tussen OD en OD' . (4)
[10]
- TOTAAL: 150**

SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--

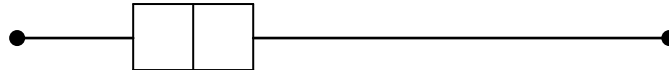
EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

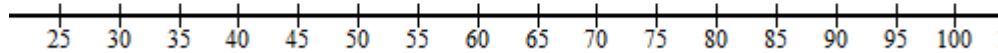
DIAGRAMVEL 1

VRAAG 3.2

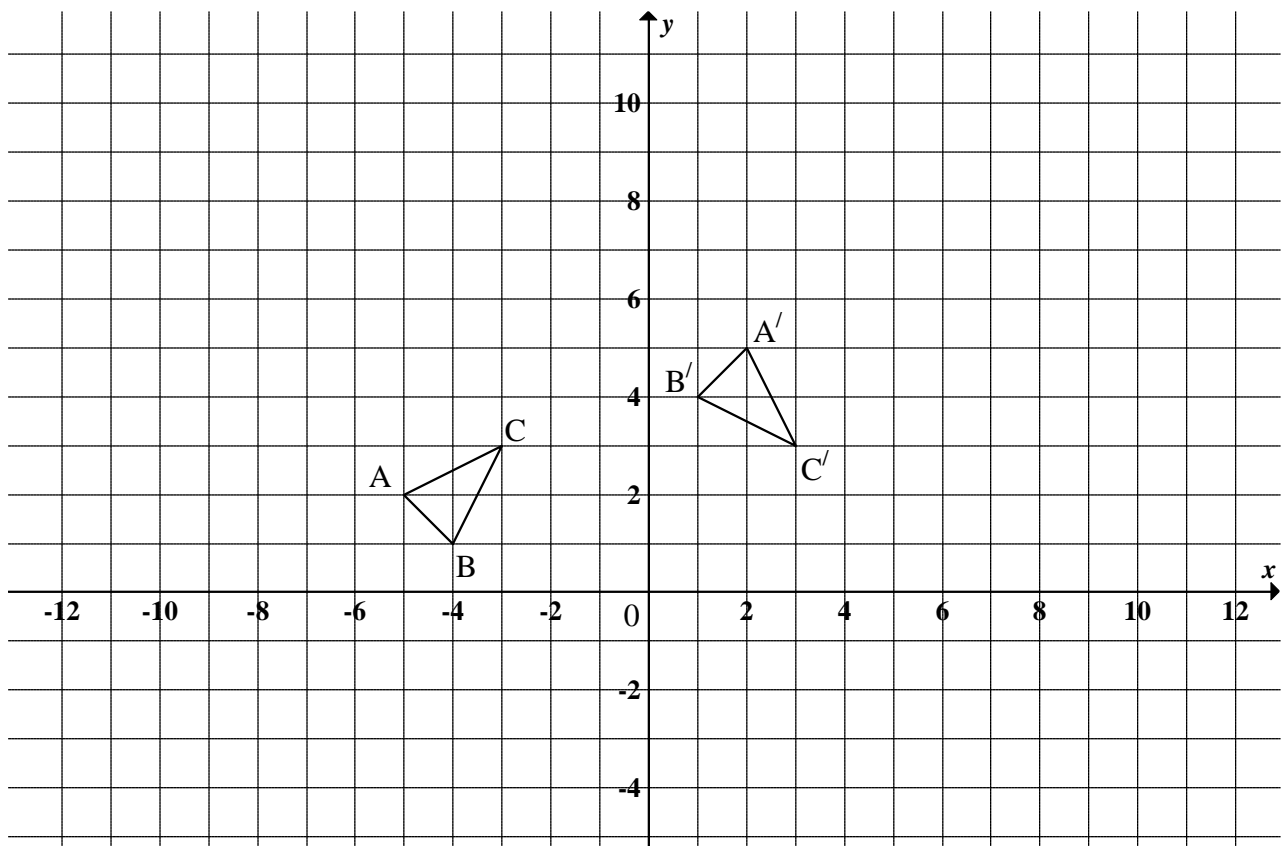
Fisiese Wetenskappe



Wiskunde



VRAAG 7.3



INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni) \quad A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$