basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NATIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2011

POSSIBLE ANSWERS

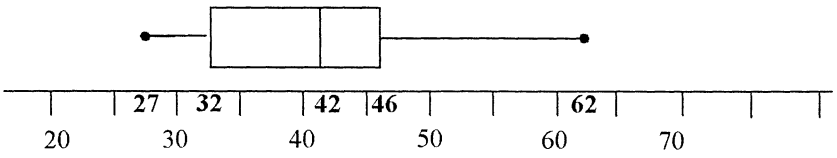
PUNTE: 150

Hierdie memorandum bestaan uit 22 bladsye.

NOTA:

- Indien `n kandidaat `n vraag TWEEKEER beantwoord het, merk slegs die EERSTE poging.
- Indien `n kandidaat `n poging van `n vraag gekanselleer het en nie die vraag weer gedoen het nie, merk die gekanselleerde vraag.
- Deurlopende akkuraatheid geld in **ALLE** aspekte van die memorandum.
- Dit is onaanvaarbaar om antwoorde/waardes te veronderstel en dan te gebruik om vrae te beantwoord.

VRAAG 1

1.1	mediaan = 42	✓antwoord (1)
1.2	onderste kwartiel = 32 boonste kwartiel = 46 inter-kwartiel reikwydte = 46 – 32 = 14 slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ onderste kwartiel ✓ boonste kwartiel ✓ antwoord (3)
1.3		✓ mond-en snor diagram met mediaan ✓ skeefheid ✓ aanduiding van 5 getal opsomming 27; 32; 42; 46; 62 of korrekte skaal (3)
1.4	Daar is `n **groter verspreiding** van punte regs van die mediaan (42). **OF** Daar is `n **groter verspreiding** van punte in die top 50%. **OF** Die verspreiding van punte links van die mediaan is nader aan mekaar **OF** Die grootste verspreiding van punte lê tussen Q_3 en die maksimum waarde. **Nota:** `n Beskrywing rakende die verspreiding wat gebaseer is op die mond-en-snor diagram moet aanvaar word. Indien daar `n aanduiding is van sheef na links omdat die gemiddeld kleiner is as die median: vol punte.	✓groter verspreiding ✓ regs van mediaan (42) (2) ✓groter verspreiding ✓ top 50% (2) ✓nader verspreiding ✓ links van mediaan (2) ✓groter verspreiding ✓ tussen Q_3 en max (2) **[9]**

VRAAG 2

2.1	Gemiddeld $= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{580}{8} = 72,5$ slegs antwoord: VOLPUNTE **Nota**: Indien afgerond na 73: 1 punt	✓ 580 ✓ antwoord (2)
2.2	Standaard afwyking (σ) = 2,78 (2,783882181...) **Nota**: Indien afgerond na 2,8: 1 punt	✓✓ antwoord (2)
2.3	∴ 2 golf spelers se telling lê verder as een standard afwyking vanaf die gemiddelde. Die interval vir 1 standaard afwyking vanaf die gemiddelde is (72,5 – 2,78 ; 72,5 + 2,78) = (69,72 ; 75,28) slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ interval ✓ getal (2) **[6]**

VRAAG 3

3.1	30	✓ 30 (1)
3.2	Lineer, dit lyk of die punte in `n reguit lyn lê.	✓ lineer ✓ rede (2)
3.3	Hoe meer tyd spandeer word aan TV kyk, hoe laer is die toetspunte. **OF** Hoe minder tyd spandeer word aan TV kyk, hoe hoër is die toetspunte. **OF** Negatiewe korrelasie tussen veranderlikes. **OF** Indirekte verwantskap tussen die veranderlikes	✓ afleiding (1)
3.4	60 punte. (Aanvaar 50 -70 punte)	✓✓ afleiding (2) **[6]**

VRAAG 4

4.1

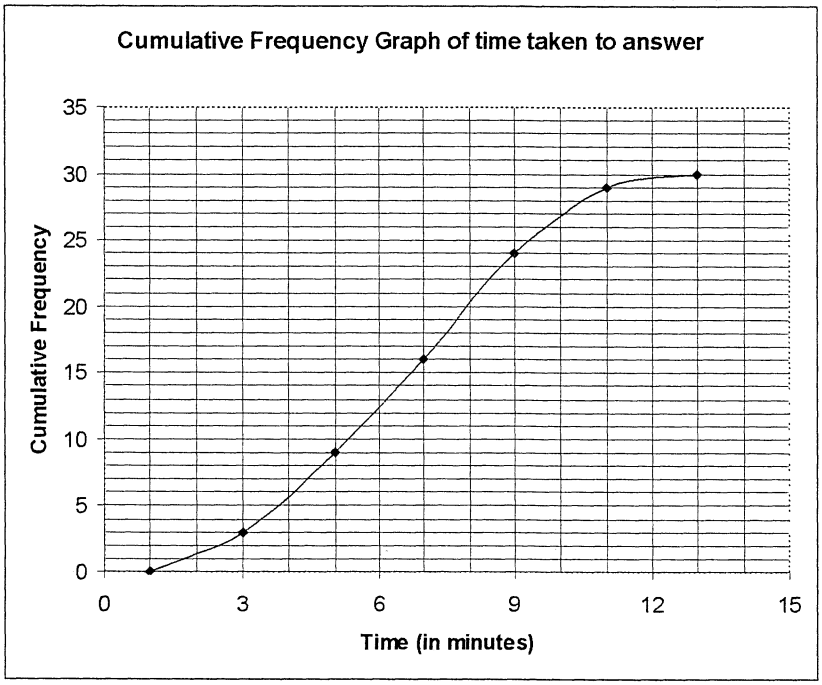
TYD	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE
$1 \leq t < 3$	3	3
$3 \leq t < 5$	6	9
$5 \leq t < 7$	7	16
$7 \leq t < 9$	8	24
$9 \leq t < 11$	5	29
$11 \leq t < 13$	1	30

Nota: Slegs kumulatiewe frekwensie kolom – VOLPUNTE

Een punt vir elke twee korrekte kumulatiewe frekwensie waardes

(3)

4.2



✓boonste limiet
✓ kumulatiewe frekwensie (ten minste 4 uit 6 *y*-waardes korrek geplot)

✓ gegrond (1 ; 0)

✓ vorm (nie met liniaal verbind; gladde kurwe)

(4)

4.3

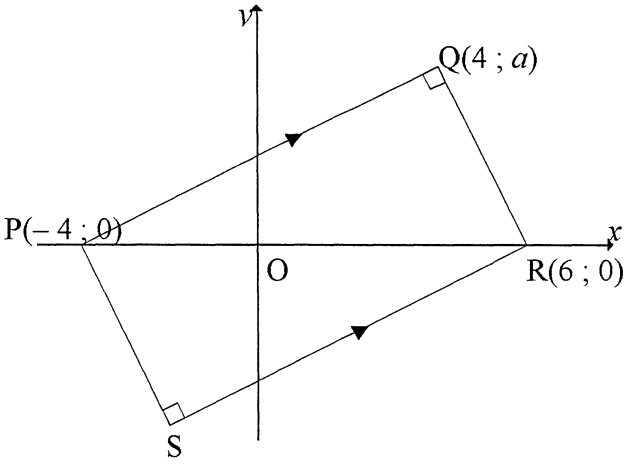
Geskatte aantal leerders wat minder as 4 minute neem: ongeveer 5 leerders (Aanvaar 6)
Geskatte persentasie = 16,67% (Aanvaar 20%)

Nota:
Indien 9 leerders en geskatte persentasie = 30%: 1 punt
Indien 5,5 leerders en geskatte persentasie = 18,33%: 1 punt

✓ 5 leerders
✓ 16,67%

(2)
[9]

VRAAG 5



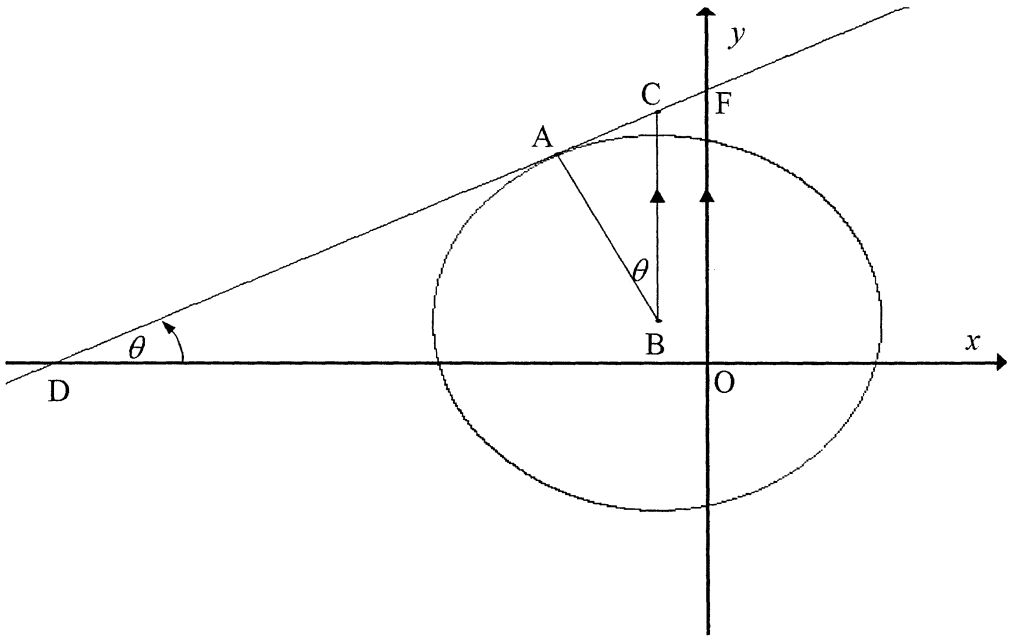
5.1	$m_{PQ} \times m_{QR} = -1$ $\left(\frac{a-0}{4+4}\right)\left(\frac{a-0}{4-6}\right) = -1$ $\left(\frac{a}{8}\right)\left(\frac{a}{-2}\right) = -1$ $\frac{a^2}{-16} = -1$ $a^2 = 16$ $a = \pm 4$ $a = 4$; want $a > 0$	✓ $\frac{a-0}{4+4}$ or $\frac{a}{8}$ ✓ $\frac{a-0}{4-6}$ or $\frac{a}{-2}$ ✓ gebruik gradient van loodregte lyne ✓ $a^2 = 16$ (4)
	OF $PQ^2 + QR^2 = PR^2$ $(8^2 + a^2) + (a^2 + 2^2) = 10^2$ $\therefore 2a^2 = 32$ $\therefore a^2 = 16$ $\therefore a = 4$	✓gebruik Pythagoras ✓$(8^2 + a^2) + (a^2 + 2^2)$ ✓ 10^2 ✓ $a^2 = 16$ (4)
	OF Gestel A is die middelpunt van middellyn PR. Dan $A(\frac{-4+6}{2}; \frac{0+0}{2}) = A(1\,;0)$. AQ = AR (middellyne gelyk en halveer mekaar) $AQ^2 = AR^2$ $(1-4)^2 + (0-a)^2 = 5^2$ $9 + a^2 = 25$ $a^2 = 16$ $a = 4$ **Nota:** Indien kandidaat $a = 4$ gebruik aan die begin, dan 0 punte.	✓ (1 ; 0) is middelpunt ✓ AQ = AR ✓ $3^2 + a^2 = 5^2$ ✓ $a^2 = 16$ (4)

5.2	Vergelyking van lyn SR: $m_{PQ} = \frac{4-0}{4-(-4)} = \frac{1}{2}$ $m_{SR} = m_{PQ} = \frac{1}{2}$ PQ | | SR $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 6)$ $y = \frac{1}{2}x - 3$ **OF**	✓ $m_{PQ} = \frac{1}{2}$ ✓ $m_{SR} = \frac{1}{2}$ ✓ substitusie van m en (6 ; 0) ✓ standaard vorm (4)
	$m_{PQ} = \frac{1}{2}$ $m_{PQ} = m_{SR} = \frac{1}{2}$ PQ | | SR $y = \frac{1}{2}x + c$ $0 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{6}{1}\right) + c$ $-3 = c$ $y = \frac{1}{2}x - 3$ **OF** S(– 2 ; – 4) (translasie) $m_{RS} = \frac{0+4}{6+2} = \frac{1}{2}$ $\therefore y + 4 = \frac{1}{2}(x + 2)$ $\therefore y = \frac{1}{2}x - 3$	✓ $m_{PQ} = \frac{1}{2}$ ✓ $m_{SR} = \frac{1}{2}$ ✓ substitusie van m en (6 ; 0) ✓ standaard vorm ✓ S(– 2 ; – 4) ✓ $m_{SR} = \frac{1}{2}$ ✓ substitusie van m en (– 2 ; – 4) ✓ standaard vorm (4)
5.3	Verg. van RS: $y = \frac{1}{2}x - 3$ Verg. van SP: $y - 0 = -2(x + 4)$ $\therefore \frac{1}{2}x - 3 = -2(x + 4)$ $\therefore x = -2$ $y = -4$ **OF**	slegs antwoord: VOLPUNTE ✓ m = – 2 ✓ Verg. van SP ✓ waarde van x ✓ waarde van y (4)

	Middelpunt PR = $M\left(\frac{-4+6}{2};\frac{0+0}{2}\right)=(1\ ;\ 0)$ Gestel $S(x;y)$. Dus omdat M(1 ; 0) die middelpunt van QS is: $\frac{x_1+x_2}{2}=1$ $\qquad$ $\frac{y_1+y_2}{2}=0$ $\therefore \frac{x+4}{2}=1$ en $\frac{y+4}{2}=0$ $x+4=2$ $\qquad$ $y+4=0$ $x=-2$ $\qquad$ $y=-4$ **OF** Die translasie wat Q(4 ; 4) na R(6 ; 0) stuur, sal P(– 4 ; 0) ook na S stuur. (6 ; 0) = (4 + 2 ; 4 – 4) $\therefore$ S = (– 4 + 2 ; 0 – 4) = (– 2 ; – 4) **OF** Die translasie wat Q(4 ; 4) na P(– 4 ; 0) stuur, sal R(6 ; 0) ook na S stuur. (– 4 ; 0) = (4 – 8 ; 4 – 4) $\therefore$ S = (6 – 8 ; 0 – 4) = (– 2 ; – 4) **OF** $m_{PQ}=m_{SR}$ $\frac{1}{2}=\frac{y}{x-6}$ $2y=x-6$ (1) $m_{PS}=m_{SR}$ $\frac{y}{x+4}=\frac{4}{-2}$ $-2y=4x+16$ (2) (1) + (2) : $0=5x+10$ $x=-2$ *Stel in*: $2y=-2-6=-8$ $y=-4$	✓ $\frac{x+4}{2}=1$ ✓ $\frac{y+4}{2}=0$ ✓ waarde van x ✓ waarde van y (4) ✓metode ✓ 2 of $x+2$ ✓ -4 of $y-4$ ✓ antwoord (4) ✓metode ✓ -8 of $x-8$ ✓ -4 of $y-4$ ✓ antwoord (4) ✓vergelykings gebruik die gradient ✓tel vergelykings bymekaar ✓ waarde van x ✓ waarde van y (4)
5.4	$PR=6-(-4)$ $=10$ **OF** $PR^2=(6+4)^2+(0-0)^2$ $PR=10$ slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ $6-(-4)$ ✓ 10 (2) ✓ substitusie in korrekte vormula ✓ 10 (2)

5.5	middelpunt PR= $(\frac{6+(-4)}{2}; \frac{0+0}{2}) = (1; 0)$ radius van sirkel = $\frac{1}{2}$PR = 5 eenhede $\therefore (x-1)^2 + (y-0)^2 = 5^2$ $(x-1)^2 + y^2 = 25$ slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ middelpunt ✓ radius ✓ Verg. van sirkel in korrekte vorm (3)
5.6	$(x-1)^2 + y^2 = 25$ stel Q(4 ; 4) in: LHS $=(4-1)^2 + 4^2$ $= 25$ = RHS ∴ Q is `n punt op die sirkel **Nota:** Indien `n punt ingestel word in die vergelyking wat lei na 25 = 25: 1 punt Geen gevolgtrekking: 1 punt **OF** Afstand van middelpunt (1 ; 0) to Q(4 ; 4) ∴ Q is `n punt op die sirkel, r = 5 **OF** PR is die middellyn van sirkel PQR dus Q lê op sirkel ($P\hat{Q}R = 90°$) **OF** $(4-1)^2 + y^2 = 25$ $y^2 = 16$ $\therefore y = 4$ ∴ Q is `n punt op die sirkel **OF** $(x-1)^2 + 4^2 = 25$ $(x-1)^2 = 9$ $x - 1 = 3$ $x = 4$ ∴ Q is `n punt op die sirkel	✓ substitusie Q(4;4) ✓ LHS = RHS (2) ✓ = 5 ✓ gevolgtrekking (2) ✓ middellyn ✓ $P\hat{Q}R = 90°$) (2) ✓ substitusie $x = 4$ ✓ gevolgtrekking (2) ✓ substitusie $y = 4$ ✓ gevolgtrekking (2)
5.7	P moet ten minste 4 eenhede na regs skuif en S moet ten minste 4 eenhede op skuif sodat die beeld van PQRS in die eerste kwadrant is. ∴ minimum waarde van k is 4 en minimum waa ∴ minimum waarde van $k + l$ is 8 slegs antwoord: VOLPUNTE **Nota:** Geen CA punt in 5.7 indien k en l nie minimum-waardes is nie.	✓ $k = 4$ ✓ $l = 4$ ✓ $k + l = 8$ (3) **[22]**

VRAAG 6



6.1	$x_C = x_B = -1$ $y_C = y_B + 5 = 6$ $\therefore$ C(– 1 ; 6)	✓ waarde van x ✓ waarde van y (2)
6.2	BA $\perp$ CA (raaklyn $\perp$ radius) $\therefore$ $CA^2 = BC^2 - AB^2$ (Pythagoras) $= (5)^2 - (\sqrt{20})^2 = 5$ $\therefore$ CA = $\sqrt{5}$ of 2,24 eenhede	✓ BA$\perp$CA of $B\hat{A}C = 90°$ ✓ substitusie in Pythagoras ✓ antwoord (3)
6.3	$\tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$	✓ tan verhouding (in enige vorm) (1)
6.4	$m_{DC} \times m_{AB} = -1$ $m_{DC} = \tan\theta = \frac{1}{2}$ $m_{DC} = \frac{1}{2}$ $m_{AB} = -2$	✓ $m_{DC} \times m_{AB} = -1$ ✓ $m_{DC} = \tan\theta = \frac{1}{2}$ (2)

6.5

Verg. van DC: $y-6=\frac{1}{2}(x+1)$

$y=\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$

Verg. van AB: $y-1=-2(x+1)$

$y=-2x-1$

$-2x-1=\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$

$-\frac{5}{2}x=\frac{15}{2}$

$x=-3$

$y=-2(-3)-1$

$y=5$

$\therefore$ A (–3 ; 5)

slegs antwoord: (–3 ; 5): 1 punt

✓ DC: subst *m* en (–1 ; 6)
✓ Verg. van DC
✓ Verg. van AB
✓ stel vergelykings gelyk
✓ waarde van *x*
✓ waarde van *y*
(6)

OF

Verg. van DC: $y-6=\frac{1}{2}(x+1)$

$y=\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$

Verg. van AB: $y-1=-2(x+1)$

$y=-2x-1$

<u>By A:</u>

$x-2(-2x-1)+13=0$

$x+4x+2+13=0$

$5x=-15$

$x=-3$

en $y=-2(-3)-1=5$

$\therefore$ A(–3 ; 5)

✓ DC: subst *m* en (– 1 ; 6)
✓ Verg. van DC
✓ subt m en (– 1;1)
✓ Verg. van AB
✓ waarde van *x*
✓ waarde van *y*
(6)

OF

Verg. van DC: $y-6=\frac{1}{2}(x+1)$

$y=\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$

Verg. van sirkel: $(x+1)^2+(y-1)^2=20$

<u>By A:</u>

$(x+1)^2+(\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}-1)^2=20$

$(x+1)^2+(\frac{1}{2}x+\frac{11}{2})^2=20$

$1\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{2}x+11\frac{1}{4}=0$

$\therefore x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$

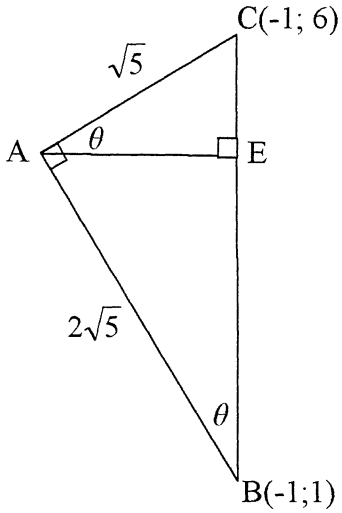
$\therefore\ x=-3$

en $y=\frac{1}{2}(-3)+\frac{13}{2}=5$

$\therefore$ A(– 3 ; 5)

✓ DC: subst *m* van (– 1 ; 6)
✓ Verg. van DC
✓ substitusie
✓ $x^2+6x+9=0$
✓ waarde van *x*
✓ waarde van *y*
(6)

OF



Trek AE $\perp$ BC

$\cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{AE}{\sqrt{5}} = \frac{BE}{2\sqrt{5}}$ ✓ $\frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{AE}{\sqrt{5}}$

$\therefore AE = \frac{2\times 5}{5} = 2$ ✓ AE = 2

✓ $\frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{BE}{2\sqrt{5}}$

$BE = \frac{4\times 5}{5} = 4$ ✓ BE = 1

$x_A = -1 - AE = -1 - 2 = -3$ ✓ – 3

$\therefore y_A = 1 + BE = 4 + 1 = 5$ ✓ 5

$\therefore$ A(– 3 ; 5) (6)

OF

$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 20$ (1) ✓ subst m en (– 1;1)

$y = -2x - 1$ (2) ✓verg. van AB

$(x+1)^2 + (-2x-2)^2 = 20$ ✓verg.van sirkel

$x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 8x + 4 - 20 = 0$

$5x^2 + 10x - 15 = 0$ ✓ substation

$x^2 + 10x - 15 = 0$

$(x+3)(x-1) = 0$

$x = -3$ or $x \neq 1$

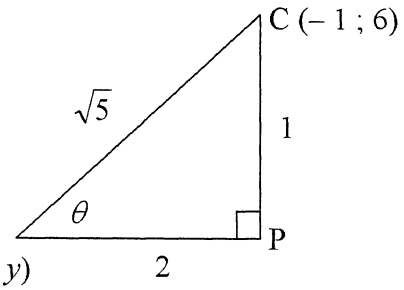
subst (1) in (2) ✓waarde van x

$\therefore y = 5$ ✓ waarde van y

(6)

OF

Vergelyking AC : $y = \frac{1}{2}x + 6\frac{1}{2}$



$\tan\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 26{,}57°$

$AP = \sqrt{5}\cos 26{,}57°$

$AP = 2$

$CP = \sqrt{5}\sin 26{,}57°$

$CP = 1$

$\therefore x = -1 - 2 = -3$

$y = 6 - 1 = 5$

$\therefore$ A$(-3 ; 5)$

✓ $\theta = 26{,}57°$

✓ $AP = \sqrt{5}\cos 26{,}57°$

✓ $AP = 2$

✓ $CP = 1$

✓ waarde van x

✓ waarde van y (6)

6.6

Area $\Delta ABC = \frac{1}{2}(\sqrt{5})(\sqrt{20}) = 5$

Verg. van DC is $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$

Dus OF = $\frac{13}{2}$ en OD = 13.

Area $\Delta ODF = \frac{1}{2}\left(\frac{13}{2}\right)(13) = \frac{169}{4}$

Area ΔABC: Area $\Delta ODF = 5 : \frac{169}{4} = 20 : 169$

✓ $\frac{1}{2}(\sqrt{5})(\sqrt{20})$

✓ OF = $\frac{13}{2}$

✓OD = 13

✓ $\frac{1}{2}\left(\frac{13}{2}\right)(13)$

✓ antwoord (5)

OF

$DF^2 = 13^2 + (\frac{13}{2})^2 = \frac{845}{4}$

$DF = \frac{13.\sqrt{5}}{2}$

$\frac{\Delta ABC}{\Delta ODF} = \frac{\frac{1}{2}(5)(\sqrt{20})\sin\theta}{\frac{1}{2}(13)(\frac{13.\sqrt{5}}{2})\sin\theta}$

$= \frac{20}{169}$

✓ $= 13^2$
$+(\frac{13}{2})^2 = \frac{845}{4}$

✓ $DF = \frac{13.\sqrt{5}}{2}$

✓ $\frac{1}{2}(5)(\sqrt{20})\sin\theta$

✓ $\frac{1}{2}(13)(\frac{13.\sqrt{5}}{2})\sin\theta$

✓ antwoord (5)

	OF ΔODF is 'n vergroting van ΔABC $\therefore$ area ΔABC : area $\Delta ODF = AB^2 : OD^2 = 20 : OD^2$ Vergelyking van DC is $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$ $x_D = -13$ $OD = 13$ $\therefore$ area ΔABC : area $\Delta ODF = AB^2 : OD^2 = 20 : 169$	✓ vergroting ✓✓ $AB^2:OD^2 = 20:OD^2$ ✓ – 13 ✓antwoord (5) **[19]**

VRAAG 7

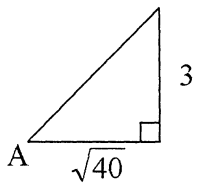
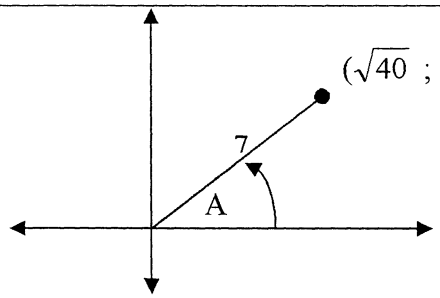
7.1	$(x;y) \rightarrow (x+4;y) \rightarrow (-x-4;-y)$ OR $(x;y) \rightarrow (-x-4;-y)$	✓$x+4$ ✓ y ✓ $-x-4$ ✓ $-y$ (4)
7.2	Nuwe middelpunt = (–2 ; –5) $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 16$ $x^2 + 4x + 4 + y^2 + 10y + 25 - 16 = 0$ $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 13 = 0$	✓ (–2 ; –5) ✓ $(x+2)^2 + (y+5)^2$ ✓ 16 ✓ vereenvoudiging (4) **[8]**

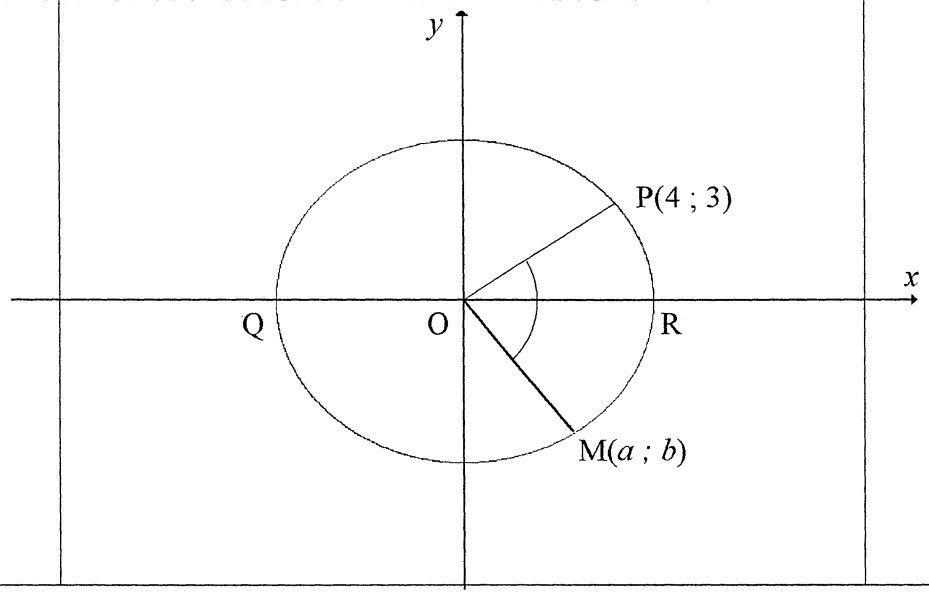
VRAAG 8

8.1	Rotasie van 90° antikloksgewys om die oorsprong. **OF** Rotasie van 270° kloksgewys om die oorsprong. **Nota:** Indien refleksie van 90° antikloksgewys: 0 punte	✓ rotasie **90°** ✓ antikloksgewys (2) ✓rotasie **270°** ✓kloksgewys (2)
8.2	D(5 ; – 4) D′ (4 ; 5)	✓ 4 ✓ 5 (2)
8.3	G (–7 ; –6)	✓ –7 ✓ –6 (2)
8.4	Area ABCD = 5 × 2 = 10 vierkant eenhede Area MNRP = $10 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{2}$ Area ABCD × Area MNRP = $10 \times \frac{9}{4} \times 10$ = 225 (eenhede)^4 **OF**	✓ area ABCD = 10 ✓ area MNRP $= \frac{45}{2}$ ✓ 225 (3)

	Produk $= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times (\text{area ABCD})^2$ $= \frac{9}{4} \times (5 \times 2)^2$ $= 225\,(\text{eenhede})^4$ Nota: CA sal van toepassing wees indien $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ gebruik is in die berekening.	✓ $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ ✓ 10^2 ✓ 225 (3) **[9]**

VRAAG 9

9.1	9.1.1	 of  $r^2 = 40 + 9$ $r = 7$ $\cos A = \frac{\sqrt{40}}{7}$	✓ skets ✓ $r = 7$ ✓ $\frac{\sqrt{40}}{7}$ (3)
	9.1.2	$\sin(180° + A)$ $= -\sin A$ $= -\frac{3}{7}$ **OF** $\sin(180° + A) = \sin 180°.\cos A + \cos 180°.\sin A$ $= 0.\cos A - 1.\sin A$ $= -\sin A$ $= -\frac{3}{7}$	✓ $-\sin A$ ✓ $-\frac{3}{7}$ (2) ✓ $-\sin A$ ✓ $-\frac{3}{7}$ (2)
9.2		$\frac{\cos 100° \times \tan^2 120°}{\sin(-10°)}$ $= \frac{(-\cos 80°)(-\tan 60°)^2}{(-\sin 10°)}$ $= \frac{(-\cos 80°) \times \left((-\sqrt{3})^2\right)}{(-\cos 80°)}$ $= 3$ **OF** **Nota**: Indien $\frac{+\cos 80°}{+\sin 10°}$ (twee negatiewe kanselleer), geen penalisering	**Nota:** slegs antwoord: 0 punte ✓ $-\cos 80°$ ✓ $-\tan 60°$ of $\tan^2 60°$ ✓ $-\sin 10°$ ✓ $-\sqrt{3}$ ✓ $\sin 10° = \cos 80°$ ✓ 3 (6)

		$\dfrac{\cos 100^\circ \times \tan^2 120^\circ}{\sin(-10^\circ)}$ $= \dfrac{(-\cos 80^\circ)(-\tan 60^\circ)^2}{(-\sin 10^\circ)}$ $= \dfrac{(-\sin 10^\circ)\times\left((-\sqrt{3})^2\right)}{(-\sin 10^\circ)}$ $= 3$ **OF** $\dfrac{\cos 100^\circ}{\sin(-10^\circ)} \times \tan^2 120^\circ$ $= \dfrac{\cos(90^\circ + 10^\circ)}{-\sin(10^\circ)} \times \tan^2 60^\circ$ $= \dfrac{-\sin 10^\circ}{-\sin 10^\circ} \times \left(\sqrt{3}\right)^2$ $= 3$	✓ $-\cos 80^\circ$ ✓ $-\sin 10^\circ$ ✓ $-\tan 60^\circ$ ✓ $-\sqrt{3}$ ✓ $\cos 80^\circ = \sin 10^\circ$ ✓ 3 (6) ✓ $\cos(90^\circ + 10^\circ)$ ✓ $-\sin 10^\circ$ ✓ $-\sin 10^\circ$ ✓ $\tan^2 60^\circ$ ✓ $\sqrt{3}$ ✓ 3 (6)
			

9.3	9.3.1	$r = 5$ $\sin R\hat{O}P = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$	✓ 5 ✓ ratio (2)
	9.3.2	$R\hat{O}P = 36{,}87^\circ$ $Q\hat{O}P = 180^\circ - 36{,}869....^\circ$ $Q\hat{O}P = 143{,}13^\circ$ slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ 36,869....° ✓ 143,13° (2)

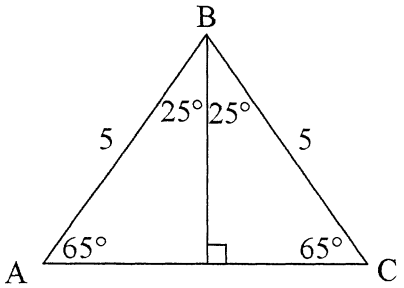
	9.3.3	$x_m = x\cos\theta + y\sin\theta$ $a = 4\cos 115° + 3\sin 115°$ $a = 1{,}03$ **Nota:** Penaliseer 1 punt vir verkeerde afronding **Nota:** Indien verkeerde hoek in die x- formule: 1 punt **OF** Rotasie of 115° kloksgewys = 245° antikloksgewys $x_m = x\cos\theta - y\sin\theta$ $a = 4\cos 245° - 3\sin 245°$ $a = 1{,}03$ **OF** $\tan P\hat{O}R = \frac{3}{4}$ $P\hat{O}R = 36{,}86...°$ $M\hat{O}R = 78{,}13....°$ $\cos M\hat{O}R = \frac{a}{5}$ $a = 5\cos 78{,}13°$ $a = 1{,}03$	✓ formule ✓ substitusie of waardes ✓ $a = 1{,}03$ (3) ✓ formule ✓ substitusie van waardes ✓ $a = 1{,}03$ (3) ✓ 36,86° ✓ cos ratio ✓ $a = 1{,}03$ (3) **[18]**

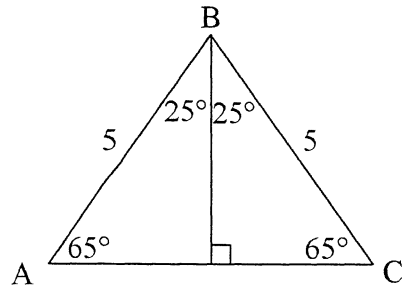
VRAAG 10

10.1	$f(225°) = 2$ $\therefore a\tan 225° = 2 \quad \therefore a = 2$ $g(0) = 4$ $\therefore b\cos 0° = 4 \quad \therefore b = 4$ slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ substitusie ✓ $a = 2$ ✓ substitusie ✓ $b = 4$ (4)
10.2	Minimum waarde van $g(x) + 2 = -4 + 2 = -2$ slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ -4 ✓ -2 (2)
10.3	Periode $= \frac{180°}{\frac{1}{2}} = 360°$ slegs antwoord: VOLPUNTE	✓ $\frac{180°}{\frac{1}{2}}$ ✓ 360° (2)

10.4	By P $f(\theta) = g(\theta)$ $2\tan\theta = 4\cos\theta$ vir $180° - \theta$: $2\tan(180° - \theta) = -2\tan\theta$ and $4\cos(180° - \theta) = -4\cos\theta$ $2\tan\theta = 4\cos\theta$ *by* P $\therefore -2\tan\theta = -4\cos\theta$ $\therefore 2\tan(180° - \theta) = 4\cos(180° - \theta)$ by Q **OF** $2\tan\theta = 4\cos\theta$ $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 2\cos\theta$ $\sin\theta = 2\cos^2\theta$ $= 2(1 - \sin^2\theta)$ $2\sin^2\theta + \sin\theta - 2 = 0$ $\sin\theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-2)}}{4}$ $\sin\theta = 0{,}78077...$ $\theta = 51{,}33°$ or $128{,}67°$ $\therefore$ die x - koordinaat van Q is $180° - x_p$	✓2tan θ = 4cos θ ✓ 2tan (180° – θ) = –2tan θ ✓ 4cos(180° – θ) = – 4cos θ ✓ 2tan (180° – θ) = 4cos (180° – θ) (4) ✓ vergelyking ✓ $\sin\theta = 0{,}78077...$ ✓ 51,33° ✓ 128,67° (4) **[12]**

VRAAG 11

11.1	Area $\Delta ABC = \frac{1}{2}.AB.BC.\sin 50°$ $= \frac{1}{2}(5)(5)\sin 50°$ $= 9{,}58$ *eenhede*² **OF** Area of ΔABC $= \frac{1}{2}(2)(5)\sin 25°)(5\cos 25°)$ $= 9{,}58$ *eenhede*²  **OF** Area van ΔABC $= [\frac{1}{2}(5\cos 65°)(5\sin 65°)](2)$ $= 9{,}58$ *eenhede*²	✓ substitusie in korrekte formule ✓ antwoord (2) ✓ basis en hoogte in terme van 5 en 25° ✓ antwoord (2) ✓ basis en hoogte in terme van 5 en 65° ✓ antwoord (2)

11.2	$AC^2 = 5^2 + 5^2 - 2(5)(5)\cos 50°$ $AC^2 = 17{,}86061952$ $AC = 4{,}23$ *eenhede* **OF** $\hat{A} = \hat{C} = 65°$ (hoeke teenoor gelyke sye) $\frac{\sin 65°}{5} = \frac{\sin 50°}{AC}$ $AC = \frac{5\sin 50°}{\sin 65°}$ $= 4{,}23$ *eenhede* **OF** $\sin 25° = \frac{\frac{1}{2}(AC)}{5}$ $AC = 2(5)\sin 25°$ $= 4{,}23$ *cm*  **OF** $\cos 65° = \frac{\frac{1}{2}(AC)}{5}$ $AC = 2(5)\cos 65°$ $AC = 4{,}23$ *cm*	✓ gebruik van cosine reël ✓ substitusie ✓ antwoord (3) ✓ gebruik van sin reël ✓ substitusie ✓ antwoord (3) ✓ skets/diagram ✓ $\sin 25° = \frac{\frac{1}{2}AC}{5}$ ✓ antwoord (3) ✓ skets/diagram ✓ $\cos 65° = \frac{\frac{1}{2}(AC)}{5}$ ✓ antwoord (3)
11.3	$\tan 25° = \frac{CF}{AC}$ $\therefore CF = 4{,}23 \times \tan 25°$ $\therefore CF = 1{,}97$ *cm* **OF** $\frac{FC}{\sin 25°} = \frac{4{,}23}{\sin 65°}$ $FC = \frac{4{,}23\sin 25°}{\sin 65°}$ $= 1{,}97$ *cm*	✓ verhouding ✓ CF as onderwerp ✓ antwoord (3) ✓ sin reël ✓ FC as onderwerp ✓ antwoord (3) **[8]**

VRAAG 12

12.1	$LHS = \frac{\sin(360° + 90° + x - \alpha)}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\sin(90° + x - \alpha)}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\cos(x - \alpha)}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\cos(\alpha - x)}{\cos(\alpha - x)}$ $= 1$ **OF** $LK = \frac{\sin[90° - (\alpha - x)]}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\cos(\alpha - x)}{\cos(\alpha - x)}$ $= 1$ $= RK$	✓ aftrek van 360° ✓ cos $(x - \alpha)$ ✓ cos$(\alpha - x)$ (3) ✓ aftrek van 360° ✓ skryf as $90° - (\alpha - x)$ ✓ cos$(\alpha - x)$ (3)
12.2	$\cos 2x = 1 - 3\cos x$ $2\cos^2 x - 1 = 1 - 3\cos x$ $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ $(2\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0$ $\cos x = \frac{1}{2}$ of $\cos x = -2$ n/a $x = 60° + k.360°$; $k \in Z$ of $x = 300° + k.360°$; $k \in Z$ **OF** $x = \pm 60° + k.360°$; $k \in Z$	✓ $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ ✓ faktorisering ✓ $\cos x = \frac{1}{2}$ ✓ 60° ✓ 300° ✓ + k.360° ✓ $k \in Z$ (7)
12.3.1	LK: $\frac{\sin A\cos B - \cos A\sin B}{\sin B\cos B}$ $= \frac{\sin(A - B)}{\sin B\cos B}$ $RK = \frac{2\sin(A - B)}{2\sin B\cos B}$ $= \frac{\sin(A - B)}{\sin B\cos B}$ $= LK$	✓ skryf as enkel breuk ✓ saamgestelde hoek uitbreiding ✓ saamgestelde hoek uitbreiding ✓ vereenvoudiging (4)

OF

LK:

$$\frac{\sin A\cos B-\cos A\sin B}{\sin B\cos B}$$

$$=\frac{\sin(A-B)}{\sin B\cos B}$$

$$=\frac{2\sin(A-B)}{2\sin B\cos B}$$

$$=\frac{2\sin(A-B)}{\sin 2B}$$

$$=RK$$

✓ skryf as enkel breuk
✓ saamgestelde hoek uitbreiding
✓mult. by 2
✓ saamgestelde hoek uitbreiding

(4)

OF

$$RK=\frac{2\sin(A-B)}{\sin 2B}$$

$$=\frac{2(\sin A\cos B-\cos A\sin B)}{2\sin B\cos B}$$

$$=\frac{\sin A\cos B-\cos A\sin B}{\sin B\cos B}$$

$$=\frac{\sin A\cos B}{\sin B\cos B}-\frac{\cos A\sin B}{\sin B\cos B}$$

$$=\frac{\sin A}{\sin B}-\frac{\cos A}{\cos B}$$

$$=LK$$

✓ uitbreiding
✓ uitbreiding
✓deel deur 2
✓ skryf as aparte breuke

(4)

12.3.2(a)	A = 5B $\frac{\sin 5B}{\sin B}-\frac{\cos 5B}{\cos B}=\frac{2\sin(5B-B)}{\sin 2B}$ $=\frac{2\sin 4B}{\sin 2B}$ $=\frac{4\sin 2B\cos 2B}{\sin 2B}$ $=4\cos 2B$ **OF** $\frac{\sin 5B}{\sin B}-\frac{\cos 5B}{\cos B}$ $=\frac{\sin 5B\cos B-\cos 5B\sin B}{\sin B\cos B}$ $=\frac{\sin(5B-B)}{\sin B\cos B}$ $=\frac{\sin 4B}{\frac{1}{2}(2)\sin B\cos B}$ $=\frac{2\sin 2B\cos 2B}{\frac{1}{2}\sin 2B}$ $=4\cos 2B$	✓ herken A = 5B ✓ substitusie A = 5B ✓ sin 4B = 2sin 2B cos 2B (3) ✓ skryf as enkel breuk ✓ sin 4B = 2sin 2B cos 2B ✓saamgestelde hoek in noemer (3)
12.3.2(b)	B = 18° $\frac{\sin 90°}{\sin 18°}-\frac{\cos 90°}{\cos 18°}=4\cos 2(18)°$ $\therefore \frac{1}{\sin 18°}-0=4\cos 36°$ $\therefore \frac{1}{\sin 18°}=4\cos 36°$	✓ herken B = 18° ✓ substitusie B = 18° ✓ vereenvoudiging (3)
12.3.2(c)	Gestel $\sin 18° = a$ $\frac{1}{\sin 18°}=4\cos 36°$ $\frac{1}{\sin 18°}=4(1-2\sin^2 18°)$ $\therefore \frac{1}{a}=4(1-2a^2)$ $\therefore 1=4a-8a^3$ $\therefore 8a^3-4a+1=0$ Gevolglik is sin18° 'n oplossing van $8x^3-4x+1=0$ **OF**	✓ $\sin 18° = a$ ✓ cos 36° $= 1 - 2\sin^2 18°$ ✓ substitusie van a ✓ vereenvoudiging (4)

	$\frac{1}{\sin 18^\circ} = 4\cos 36^\circ$ $\frac{1}{\sin 18^\circ} = 4(1-2\sin^2 18^\circ)$ $\frac{1}{\sin 18^\circ} = 4-8\sin^2 18^\circ$ $8(\sin 18^\circ)^3 - 4(\sin 18) + 1 = 0$ Gevolglik is $\sin 18^\circ$ `n oplossing van $8x^3 - 4x + 1 = 0$  **Nota:** substitusie van $x = \sin 18^\circ$ in $8x^3 - 4x + 1$ en dan die gebruik van `n sakrekenaar om aan te dui dat antwoord 0 is: 0 punte	✓ $\cos 36^\circ$ $= 1 - 2\sin^2 18^\circ$ ✓ vereenvoudiging ✓ vergelyking i.t.v $\sin 18^\circ$ ✓ vervang $\sin 18^\circ = x$ (4) **[24]**

TOTAAL: 150