



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

WISKUNDE V3

NOVEMBER 2008

MEMORANDUM

PUNTE: 100

Hierdie memorandum bestaan uit 14 bladsye.

Deurlopende akkuraatheid is van toepassing deur die vraestel

<p>VRAAG 1</p> <p>1.1 $T_1 = 2; T_n = T_{n-1} + 4$ $T_{n+1} = T_n + 4$ Indien nie rekursief maksimum 2/3</p> <p>1.2 $T_n = 2 + (n - 1)4 = 4n - 2$</p>	<p>Slegs antwoord</p> <p>Vol punte</p>	<p>✓ $T_1 = 2$ ✓ +4 ✓ rekursie gebruik (3)</p> <p>✓✓ formule in terme van n (2) [5]</p>
<p>VRAAG 2</p> <p>2.1 Ongeveer 2 %</p> <p>2.2 Ongeveer 16 %</p> <p>2.3 Nee, want daar is werknemers wat (minder as 2%) minder as R3 000,00 per maand verdien. Hierdie werknemers sal nie 'n aanvaarbare lewenstyl kan handhaaf nie.</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Ja, daar is 'n regverdigte verdeling van salarisse want die meerderheid van werknemers, naamlik 68% verdien 'n salaris van tussen R5 900 en R11 800 per maand. Sekere werknemers mag meer verantwoordlikhede hê of langer ure werk en moet dus dienooreenkomstig vergoed word. Minder as 2% verdien minder as R3 850,00.</p> <p>Union side Not a proper living Company side Have to differentiate between workers Check the avenue of argument provided that the candidate uses their everyday knowledge to justify their statements. One supporting statement is sufficient to justify the argument with reference to the average salary and standard deviation</p> <p>As die kandidaat slegs argument gee en afleiding gee 'n indikatie hetsy positief of negatief, kan die kandidaat vol punte kry.</p>	<p>Slegs antwoord</p> <p>Vol punte</p>	<p>✓✓ antwoord (2)</p> <p>✓✓ antwoord (2)</p> <p>✓ Ja / Nee afhanklik van die argument ✓✓ Enige logiese verduideliking gebaseer / geregverdig deur gegewe data (3)</p> <p style="text-align: right;">[7]</p>

As die kandidaat net JA of NEE skryf
1/3

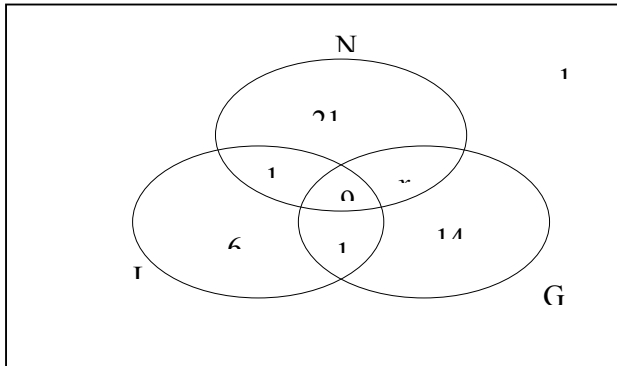
VRAAG 3		
3.1	65% van 7 800 = 5 070	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> Slegs Antwoord Vol punte </div>
		✓ 65% ✓ 5070 (2)
3.2	<p>Nee.</p> <p>Dit is net die opinie van ‘n klein steekproef uit die populasie van Suid-Afrika. Die opinie van die meerderheid is nie gehoor nie. Dit is ook nie bekend of die steekproef verteenwoordigend was van die populasie nie.</p> <p>Die resulte van die opname is op grond van die volgende redes ongeldig:</p> <p>Slegs die persone wat na dié spesifieke program gekyk het, kon deelneem.</p> <p>Mense wat nie na hierdie program gekyk het nie, was nie eens bewus van so 'n opname nie.</p> <p>Respondente het 'n selfoon benodig om te kon deelneem.</p> <p>Kykers sonder 'n selfoon kon nie deelgeneem het nie.</p> <p>Kykers met selfone, maar geen lugtyd, kon ook nie deelgeneem het nie.</p>	✓ nee ✓ verduideliking - verteenwoordiging ✓ verduideliking – program nie gekyk; geen selfoon (3) [5]

VRAAG 4

4.1.1 11 studente

✓antwoord (1)

4.1.2 Laat N die aantal studente wat die *National Geographic*-tydskrif lees, G die studente wat die *Getaway*-tydskrif lees en L die studente wat die *Leadership*-tydskrif lees, voorstel.



✓ 6
✓ 9
✓ $21 - x$
✓ $14 - x$
✓ al die ander waardes (5)

4.1.3 $21 - x + x + 14 - x + 9 + 14 + 10 + 6 + 11 = 80$
 $85 - x = 80$
 $x = 5$

Geen punte vir $x = 5$, alreeds gegee

✓ $21 - x + x + 14 - x + 9 + 14 + 10 + 6 + 11$
✓ $= 80$
✓ vereenvoudiging (3)

4.1.4 $P(\text{student lees ten minste twee tydskrifte}) = \frac{5 + 14 + 10 + 9}{80} = 0,475$

Indien antwoord in breukvorm of nie korrekte afronding $2 / 3$

✓ teller
✓ deel deur 80
✓ antwoord (3)

4.2.1

$P(\text{rook deur toestel A of toestel B bespeur})$
 $= P(\text{rook deur A bespeur}) + P(\text{rook deur B bespeur}) - P(\text{rook deur beide bespeur})$
 $= 0,95 + 0,98 - 0,94$
 $= 0,99$

✓ formule
✓ substitusie van waarskynlikhede
✓ antwoord (3)

4.2.2 $P(\text{rook nie bespeur nie}) = 1 - 0,99 = 0,01$

✓ antwoord (1)
[16]

VRAAG 5	
5.1.1 Die aantal verskillende ete-kombinasies is $= 3 \times 4 \times 2 = 24$.	✓ vermenigvuldigingreël ✓ antwoord (2)
5.1.2 Die aantal verskillende ete-kombinasies met hoender as hoofgereg $= 3 \times 2 \times 2 = 12$	✓ gebruik 2 vir die hoofmaaltyd ✓ antwoord (2)
5.2.1 Enige leerder in enige posisie: $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ verskillende maniere.	✓ $6!$ / vermenigvuldigingreël ✓ antwoord (2)
	Indien slegs $6!$, vol punte
5.2.2 $2 \times 5! = 720$	
OF	
Hierdie 2 spesifieke leerders kon op 2 verskillende maniere gerangskik word. Beskou hulle as 'n enkele groep. Hierdie groep en die vier oorblywende leerders gee 5 voorwerpe wat lei tot resulte van rangskikking in $5! = 120$ verskillende maniere. Dus kan hierdie leerders met hierdie twee spesifieke leerders bymekaar, op $2 \times 120 = 240$ verskillende maniere langs mekaar sit.	✓ vermenigvuldigingreël – 2 leerders ✓ vermenigvuldigingreël – 5 voorwerpe ✓ antwoord (3)
	Indien slegs $2 \times 5!$, vol punte
	NOTA: Slegs antwoorde in 5.1.1, 5.1.2 en 5.2.1 vol punte
	[9]

VRAAG 6

6.1 & 6.3



✓✓✓ stip van punte (3)

1 – 3 verkeerd 2 / 3
4 – 6 verkeerd 1 / 3
7 – 9 verkeerd 0 / 3

✓✓kleinstekwadratelyn (6.3) (2)

6.2 D.m.v. 'n sakrekenaar : $a = 29,22$ (29.21542...)
 $b = 0.89$ (0,886530...)
∴ vergelyking van kleinstekwadratelyn is $y = 29,22 + 0,89x$

NOTA: Volgens die Nasionale Kurrikulumstelling moet die oplossings van datahanteringsprobleme met die sakrekenaar gedoen word. Die alternatief tot die sakrekenaar is die pen-en-papiermetode hieronder.

ALTERNATIEF

	x	y	$(x - \bar{x})$	$(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
	16	45	-14,1	-10,9	153,69	198,81	118,81
	36	70	5,9	14,1	83,19	34,81	198,81
	20	44	-10,1	-11,9	120,19	102,01	141,61
	38	56	7,9	0,1	0,79	62,41	0,01
	40	60	9,9	4,1	40,59	98,01	16,81
	30	48	-0,1	-7,9	0,79	0,01	62,41
	35	75	4,9	19,1	93,59	24,01	364,81
	22	60	-8,1	4,1	-33,21	65,61	16,81
	40	63	9,9	7,1	70,29	98,01	50,41
	24	38	-6,1	-17,9	109,19	37,21	320,41
Som	301	559	0	0	639,1	720,9	1290,9
Gemiddeld	30,1	55,9					

✓✓bereken die waarde van a
✓✓bereken die waarde van b (4)

✓✓bereken die waarde van b

✓✓bereken die waarde van a (4)

Oorweeg die vergelyking van die kleinstekwadratelyn is $\hat{y} = a + bx$

$$b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2} = \frac{639,1}{720,9} = 0,89 \quad (0,88653)$$

<p>Gebruik $\hat{y} = a + bx$ en \bar{x} en \bar{y} , $55,9 = a + (0,88653)(30,1)$ $a = 29,22$ $(29,21542516)$</p> <p>Dus die vergelyking van die kleinste kwadratlyn is $y = 29,22 + 0,89x$</p> <p>Aanvaar ook $y = 29 + x$</p> <p>6.4 $y = 29,22 + (0,89)(22)$ $= 48,8$</p> <p>Die werknemer met 22 uur se opleiding sal ongeveer 49 eenhede vervaardig.</p> <p>6.5 $r = 0,66$</p> <p>OF</p> $s_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1290,9}{10}} = 11,36$ $s_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{720,9}{10}} = 8,49$ <p>Gebruik $b = r \frac{s_y}{s_x}$, dan is $0,89 = r \frac{11,36}{8,49}$ $r = 0,66$</p> <p>6.6 Nie baie sterk verwantskap want r is baie kleiner as 1 positiewe verwantskap Ek sal voorstel dat die bestuurder die opleidingsprogram hersien ten einde meer aan die eise van die werk te kan voldoen.</p> <p>Daar is 'n redelike positiewe verwantskap tussen die ure van opleiding en die produktiwiteitsvlakke. Alhoewel die waarde van r nie 'n baie sterk verwantskap tussen die ure van opleiding en produktiwiteitsvlakke aandui nie. Ek sal voorstel dat die bestuurder die opleidingsprogram hersien ten einde meer aan die eise van die werk te kan voldoen.</p>	<p>✓ substitusie 22</p> <p>✓ antwoord (2)</p> <p>✓✓✓ antwoord (3)</p> <p>✓ s_y</p> <p>✓ s_x</p> <p>✓ antwoord (3)</p> <p>✓ nie baie sterk of NEE ✓ raad aan bestuurder</p> <p>(2) [16]</p>
--	---

VRAAG 7

7.1.1 gelyk aan twee keer die hoek onderspan deur dieselfde koord op die sirkel

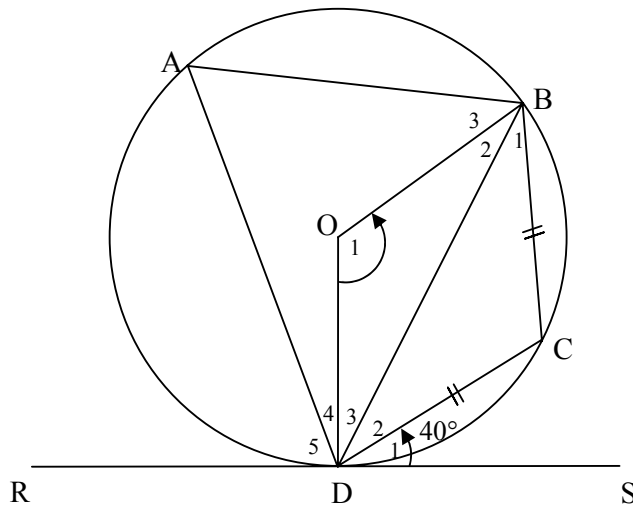
✓ antwoord (1)

7.1.2 gelyk aan die hoek onderspan deur die koord in die teenoorgestelde segment.

✓ antwoord (1)

7.1.3 supplementêr.

✓ antwoord (1)



7.2.1 $\hat{D}_1 = \hat{B}_1 = 40^\circ$... (hoek tussen raaklyn en koord ...)
 $\therefore \hat{D}_2 = \hat{B}_1 = 40^\circ$... (CD = CB)

✓ stelling en rede
 ✓ antwoord (2)

7.2.2 $\therefore \hat{C} = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ)$
 $= 100^\circ$... (som van 3 hoeke van 'n driehoek)

✓ antwoord $\hat{C} = 100^\circ$
 (1)

7.2.3 $\hat{A} = 180^\circ - 100^\circ$
 $= 80^\circ$ (Oorstaande hoeke van 'n koorde vierh is suppl)

✓ antwoord $\hat{A} = 80^\circ$
 (1)

7.2.4 $\hat{O}_1 = 2\hat{A} = 160^\circ$... (hoek by die middelp = twee maal...)

✓ antwoord $\hat{O}_1 = 160^\circ$
 ✓ rede (2)

ALTERNATIEF

Uit 7.2.1 $\hat{D}_2 = \hat{B}_1 = 40^\circ$

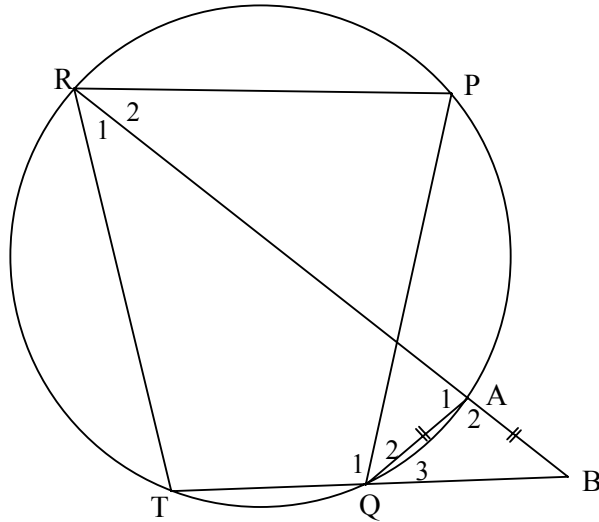
Dus $\hat{D}_3 = 90^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 10^\circ$... (tan \perp radius)

$\therefore \hat{O}_1 = 180^\circ - (10^\circ + 10^\circ) = 160^\circ$... (som van hoeke van 'n drie..)

✓ $\hat{D}_3 = 10^\circ$
 ✓ $\hat{O}_1 = 160^\circ$
 (2)

[9]

VRAAG 8



8.1 $\hat{Q}_3 = \hat{R}_1 = \hat{R}_2 = x$... (ekst hoek koordevierhoek) en
(RA halveer \hat{R})

$\hat{R}_2 = \hat{Q}_2 = x$... (hoeke in dieselfde segment)

Dus $\hat{Q}_2 = \hat{Q}_3$

OF

$\hat{Q}_2 + \hat{Q}_3 = \hat{R}_1 + \hat{R}_2$ (ekst hoek van koordevierhoek)

maar $\hat{Q}_2 = \hat{R}_2 = \hat{R}_1$ (hoeke in dieselfde segment, RA halveer ...)

$\therefore \hat{Q}_3 = \hat{Q}_2$

OF

$\hat{Q}_2 + \hat{Q}_2 = \hat{R}_1 + \hat{R}_2$ (ekst hoek koordevierhoek)

maar $\hat{Q}_2 = \hat{R}_2$ (hoeke in dieselfde segment)

$\Rightarrow \hat{Q}_3 = \hat{R}_1$

maar $\hat{R}_1 = \hat{R}_2 = \hat{Q}_1$ (gegees)

$\Rightarrow \hat{Q}_3 = \hat{Q}_2$

\therefore AQ halveer \hat{PQB}

8.2 $\hat{Q}_3 = \hat{B} = x$... (hoeke teenoor gelyke sye, $AQ = AB$)

$\hat{R}_1 = \hat{B} = x$ (uit 8.1)

\therefore TR = TB (sye oorst gelyke hoeke)

✓ $\hat{R}_1 = \hat{R}_2 = x$

✓ rede

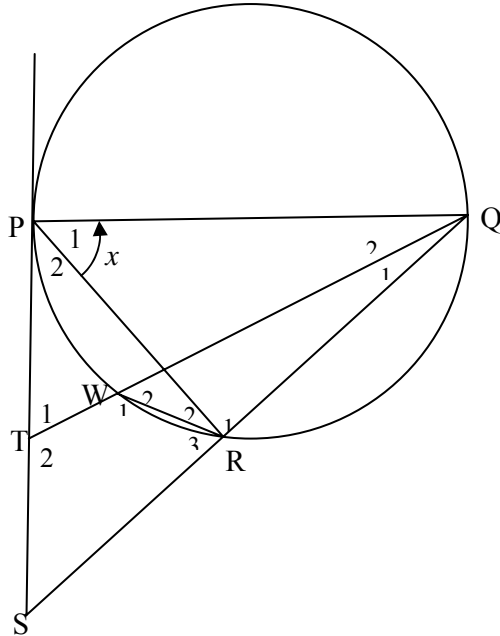
✓ $\hat{R}_2 = \hat{Q}_2 = x$ (3)

✓ $\hat{R}_1 = \hat{B} = x$

✓ gelykbenige driehoek (2)

<p>8.3 $\hat{P} = \hat{A}_1$ (\angle in same segment)</p> <p>$\hat{A}_1 = \hat{Q}_3 + \hat{B}$ (ext \angle of $\Delta ABC =$ sum into opp \angle's)</p> <p>$\hat{Q}_3 + \hat{B} = 2\hat{Q}_3$ ($\hat{Q}_3 = \hat{B}$ \angle's opp equal sides)</p> <p>$2\hat{Q}_3 = 2\hat{R}_1$ (from 8.1)</p> <p>$2\hat{R}_1 = \hat{PRT}$ (given)</p> <p>OF</p> <p>$\hat{TRP} = 2x$(uit bostaande)</p> <p>$\hat{A}_1 = \hat{Q}_3 + \hat{B} = 2x$(buitehoek van driehoek)</p> <p>en $\hat{P} = \hat{A}_1 = 2x$(hoeke in dieselfde segment)</p> <p style="text-align: center;">$= \hat{TRP}$</p>	<p>✓ $\hat{P} = \hat{A}_1 = 2x$</p> <p>✓ $\hat{A}_1 = \hat{Q}_3 + \hat{B} = 2x$</p> <p>✓ $2\hat{Q}_3 = 2\hat{R}_1$</p> <p>✓ $\hat{R}_1 + \hat{R}_2 = 2x$</p> <p>✓ $\hat{A}_1 = \hat{Q}_3 + \hat{B} = 2x$</p> <p>✓ $\hat{P} = \hat{A}_1 = 2x$ (3)</p> <p style="text-align: right;">[8]</p>
---	---

VRAAG 9



9.1 $\hat{R}_1 = 90^\circ$ (hoek in `n halfsirkel)

✓ hoek in `n halfsirkel (1)

9.2 $\hat{P}_2 = 90^\circ - x$ (hoek tussen radius en raaklyn)

✓ $\hat{P}_2 = 90^\circ - x$

$\hat{S} = 90^\circ - \hat{P}_2$ (buitehoek driehoek) (som van hoeke van driehoek)
 $= 90^\circ - (90^\circ - x) = x$

✓ $\hat{S} = 90^\circ - \hat{P}_2$
 ✓ $90^\circ - (90^\circ - x) = x$

$\therefore \hat{P}_1 = \hat{S} = x$

(3)

9.3 $\hat{W}_2 = \hat{P}_1 = x$ (hoeke in dieselfde segment)

✓ $\hat{QWR} = \hat{P}_1 = x$

ook $\hat{S} = x$ (bewys 9.2)

✓ $\hat{QWR} = \hat{S}$

$\hat{W}_2 = \hat{S}$

✓ rede (3)

\therefore SRWT is `n koorde vierh.....(buitehoek = oorst binnehoek)

9.4 In ΔQWR ; ΔQST

✓ $\hat{QWR} = \hat{QST}$

$\hat{W}_2 = \hat{S}$ (bewys 9.3)

✓ \hat{RQW} is gemeenskaplik

\hat{Q}_1 is gemeenskaplik

$\hat{WRQ} = \hat{T}_2$ (oorblywende hoeke)

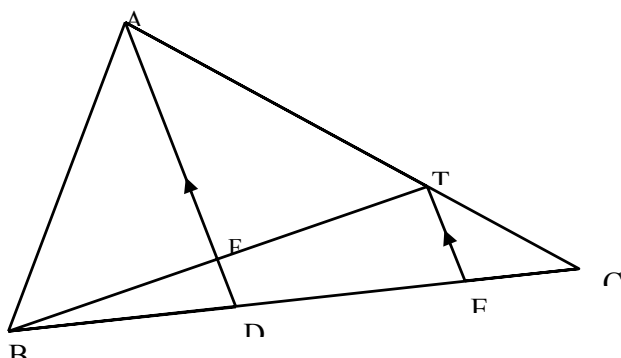
$\Delta QWR \parallel \Delta QST$ (AAA)

✓ AAA of $\angle\angle\angle$ of gelykhoekig of 3de hoek gelyk

(3)

<p>9.5.1 $\frac{TS}{RW} = \frac{QT}{QR}$ $\Delta QWR \parallel \Delta QST$</p> <p>$\therefore \frac{TS}{2} = \frac{8}{4}$</p> <p>$4TS = 16$</p> <p>$\therefore TS = 4 \text{ cm}$</p>	<p>$\checkmark \frac{TS}{RW} = \frac{QT}{QR}$</p> <p>$\checkmark \frac{TS}{2} = \frac{8}{4}$</p> <p>$\checkmark TS = 4 \text{ cm}$ (3)</p>
<p>9.5.2</p> <p>$\frac{SQ}{WQ} = \frac{TS}{RW}$</p> <p>$SQ = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ cm}$</p> <p>$\therefore SR = SQ - RQ$</p> <p>$= 6 \text{ cm}$</p>	<p>$\checkmark \frac{SQ}{WQ} = \frac{TS}{RW}$</p> <p>$\checkmark 10 \text{ cm}$</p> <p>$\checkmark 6 \text{ cm}$ (3)</p> <p>[16]</p>

VRAAG 10



10.1

$$\frac{CE}{ED} = \frac{CT}{TA} = \frac{1}{2}$$

✓ antwoord (1)

10.2

Uit 10.1 $\frac{CE}{ED} = \frac{1}{2}$

maar $DC = 9 \text{ cm}$

$$\therefore DE = 6 \text{ cm}$$

$$= BD.$$

$\therefore D$ is die middelpunt van BE .

✓ gebruik van verhouding

✓ $DE = 6 \text{ cm}$ (2)

10.3

$$\frac{FD}{TE} = \frac{BD}{BE}$$

$$\frac{2}{TE} = \frac{6}{12}$$

$$6 \times TE = 24$$

$$TE = 4 \text{ cm}$$

✓ eweredig

✓ antwoord (2)

ALTERNATIEF

D is die middelpunt van BE . (uit 10.2.1)

Dan is F die middelpunt van BT (sye eweredig)

✓ eweredig

$$\therefore TE = 2FD \quad (\text{middelpuntstelling})$$

$$= 4 \text{ cm}$$

✓ antwoord (2)

<p>10.4.1 $\frac{\Delta ADC}{\Delta ABD} = \frac{3}{2}$</p>	<p>✓ antwoord (1)</p>
<p>10.4.2</p> $\frac{\Delta TEC}{\Delta ABC} = \frac{\Delta TEC}{\Delta TBC} \times \frac{\Delta TBC}{\Delta ABC}$ $= \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$ $= \frac{1}{15}$	<p>✓ verhoudings</p> <p>✓ substitusie</p> <p>✓ antwoord (3)</p>
<p>OF</p> $\frac{\text{area } \Delta TEC}{\text{area } \Delta ABC} = \frac{\frac{1}{2} \cdot TC \cdot EC \cdot \sin \hat{C}}{\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin \hat{C}}$ $= \frac{TC \cdot EC}{AC \cdot BC}$ $= \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$ $= \frac{1}{15}$	<p>✓ verhoudings</p> <p>✓ substitutsie</p> <p>✓ antwoord (3)</p> <p>Slegs Antwoord 3/3</p> <p>[9]</p>

TOTAAL: 100