Mev. Angie Motshekga,
Minister van Basiese Onderwys

Mnr. Enver Surty,
Adjunkminister van Basiese Onderwys

Hierdie werkboeke is vir Suid-Afrika se kinders ontwikkel onder leiding van die Minister van Basiese Onderwys, mev. Angie Motshekga, en die Adjunkminister van Basiese Onderwys, mnr. Enver Surty.

Die Reënboog-werkboeke maak deel uit van 'n reeks intervensies deur die Departement van Basiese Onderwys wat daarop gemik is om die prestasie van Suid-Afrikaanse leerders in die eerste ses grade te verbeter. Hierdie projek is 'n prioriteit van die Regering se Plan van Aksie, en is deur die ruim befondsing van die Nasionale Tesourie moontlik gemaak. Aldus is die Departement in staat gestel om die boeke gratis in al die amptelike tale te voorsien.

Ons hoop dat u as onderwyser hierdie werkboeke in u daaglikse onderrig nuttig sal vind, en dat dit u sal help om seker te maak dat u leerders die kurrikulum dek. Al die aktiwiteite in die werkboeke is voorsien van ikone wat aandui wat die leerders te doen staan.

Ons hoop ook dat leerders dit gaan geniet om die boeke deur te werk terwyl hulle leer en groei, en dat u as onderwyser dit saam met hulle gaan geniet. Ons wens u en u leerders alle sukses in die gebruik van hierdie werkboeke toe.

ISBN 978-1-4315-0229-5

Rainbow WORKBOOKS

WISKUNDE IN AFRIKAANS
GRAAD 9 – BOEK 2
KWARTALE 3 & 4
ISBN 978-1-4315-0229-5
HIERDIE BOEK MAG NIE VERKOOP WORD NIE.

1 2 3 4

Gepubliseer deur die Departement van Basiese Onderwys
222 Struben Street
Pretoria
Suid-Afrika

Sesde uitgawe 2016

Skrywer span: Blom, L., Lotter, D., Aitchison J.J.W.

WISKUNDE IN AFRIKAANS – Graad 9 Boek 2

ISBN 978-1-4315-0229-5

Hersien volgens die KABV

Naam: | Klas:

basic education
Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

Graad 9

WISKUNDE IN AFRIKAANS

Boek 2
Kwartaal 3 & 4

Inhoud

AU Anthem

Let us all unite and celebrate together
The victories won for our liberation
Let us dedicate ourselves to rise together
To defend our liberty and unity

O Sons and Daughters of Africa
Flesh of the Sun and Flesh of the Sky
Let us make Africa the Tree of Life

Let us all unite and sing together
To uphold the bonds that frame our destiny
Let us dedicate ourselves to fight together
For lasting peace and justice on earth

O Sons and Daughters of Africa
Flesh of the Sun and Flesh of the Sky
Let us make Africa the Tree of Life

Let us all unite and toil together
To give the best we have to Africa
The cradle of mankind and fount of culture
Our pride and hope at break of dawn.

O Sons and Daughters of Africa
Flesh of the Sun and Flesh of the Sky
Let us make Africa the Tree of Life

Life can be difficult sometimes, if you need someone to talk to

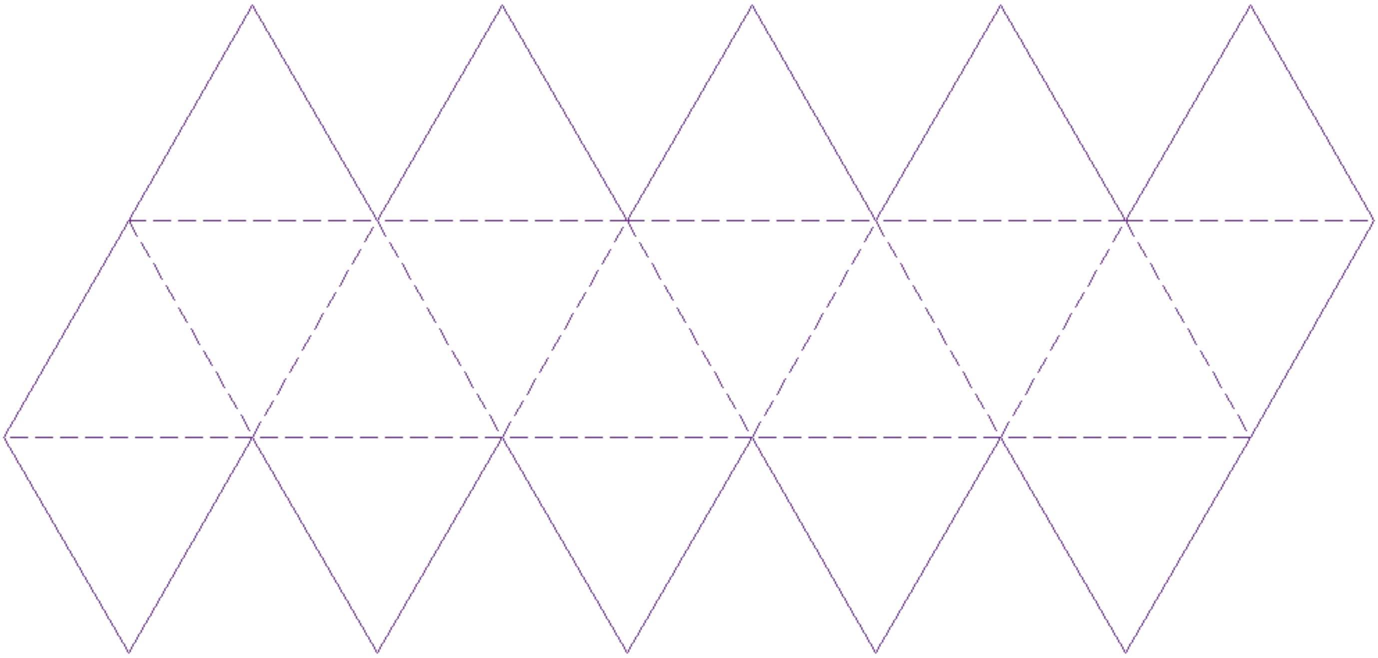
PLEASE CONTACT

Childline Hotline:08000 55 555

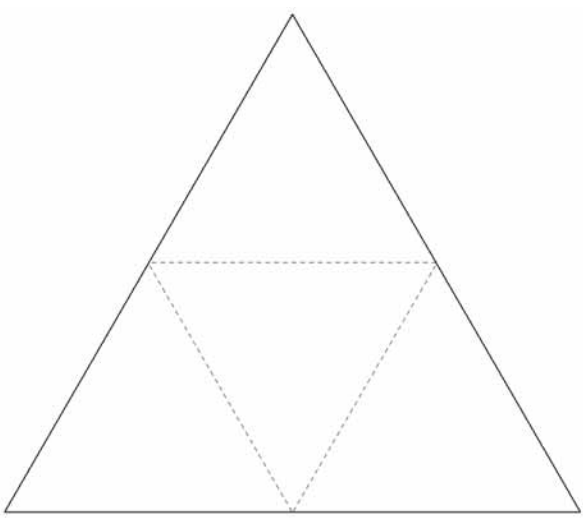
LoveLife Free Plz Cal Me 083 323 1023

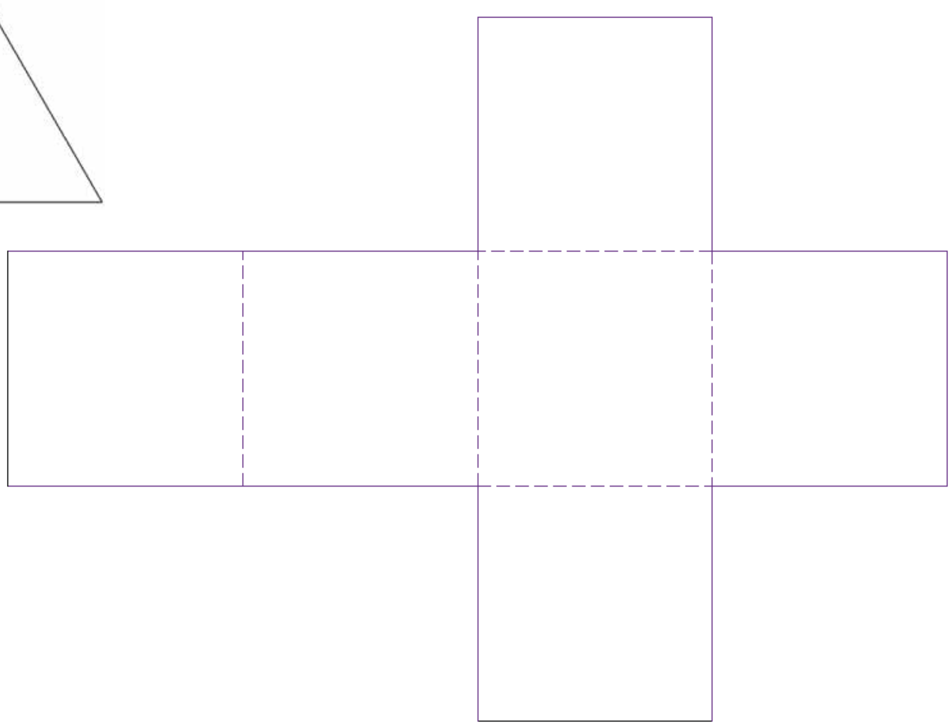
SADAG
Suicide Crisis Line 0800 567 567/ 0800 212 223
or SMS 31393
Substance Abuse Line 0800 12 13 14 or SMS 32312

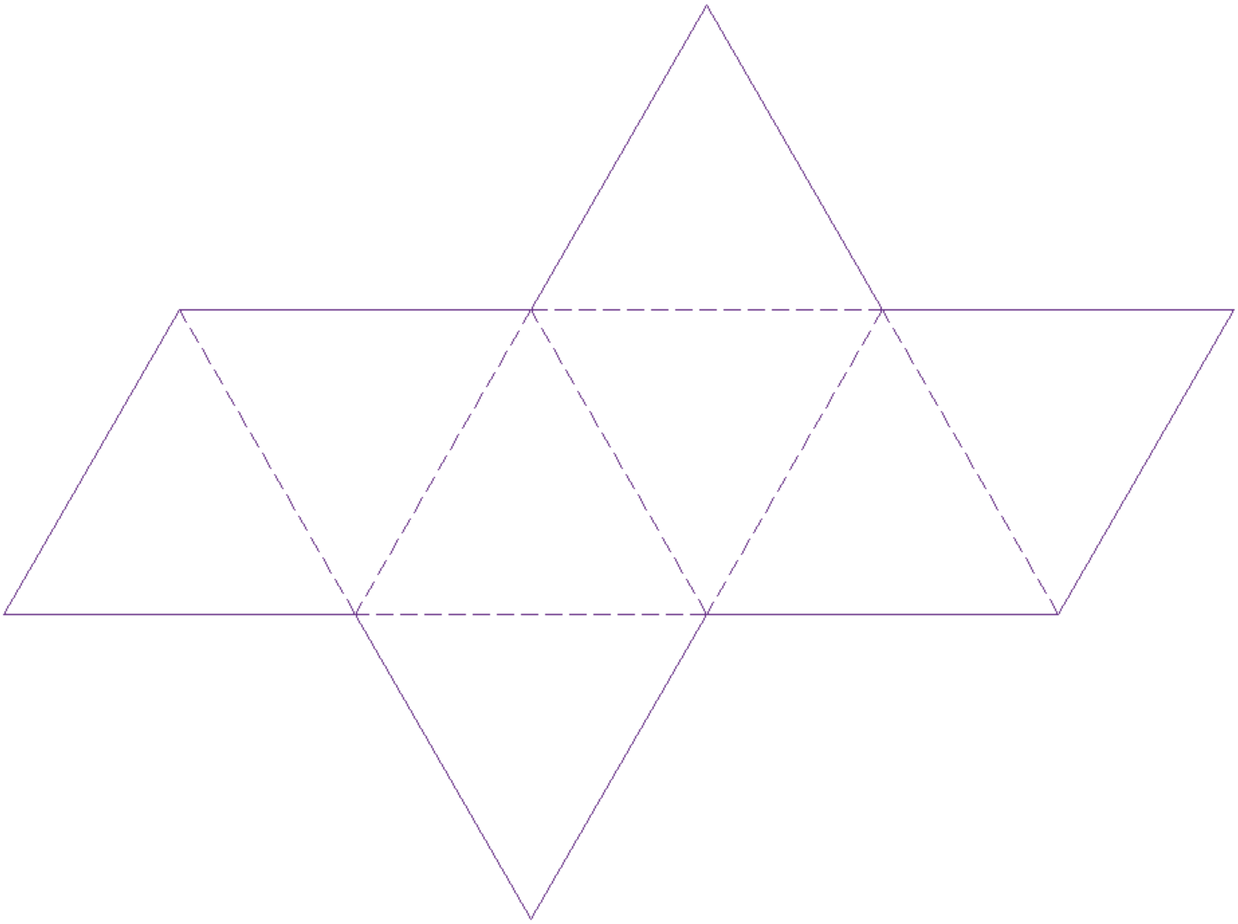
Wiskunde Graad 9 Knipselblad 3

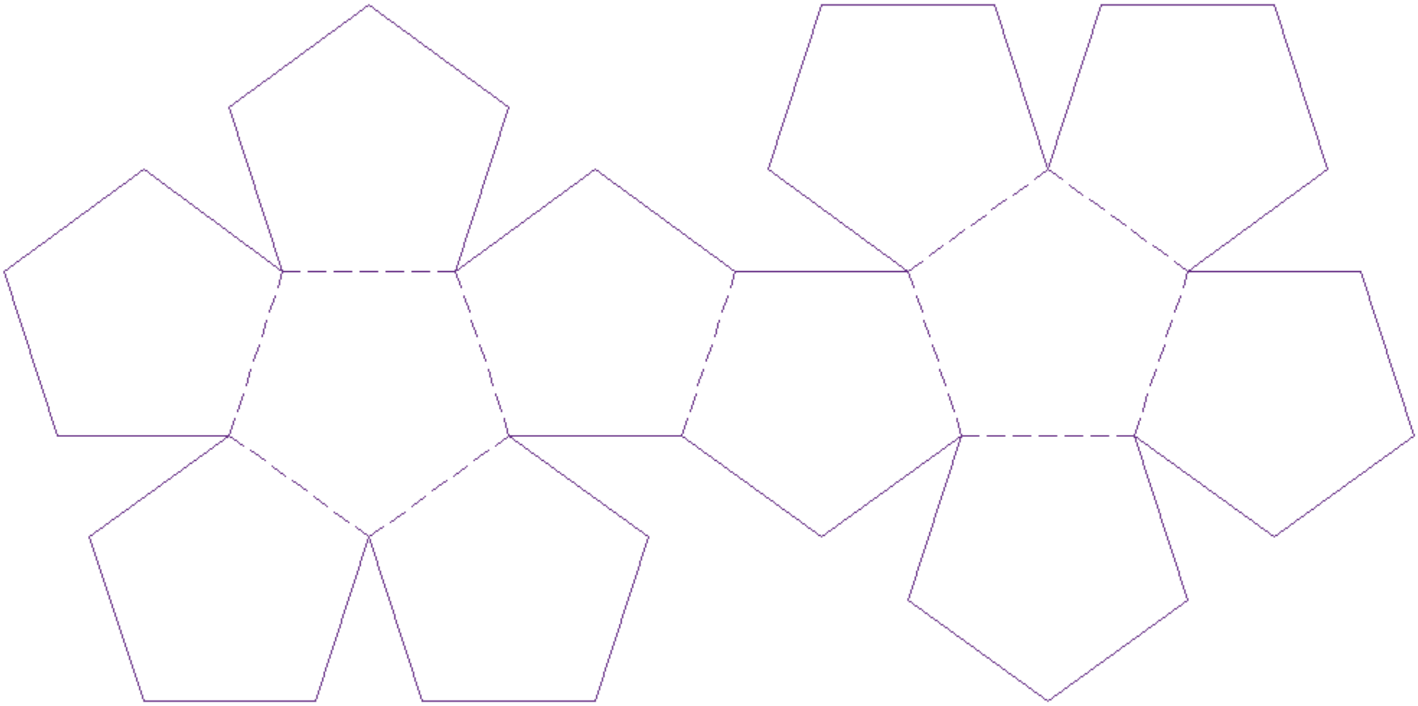


Wiskunde Graad 9 Knipselblad 4









Rainbow WORKBOOKS

Graad 9

Wiskunde

DEEL 3

WERKBLAAIE
65 tot 144

AFRIKAANS

Boek 2

Naam:

65 Getallepatrone

Gee 'n **reël** om die **konstante verskil** tussen opeenvolgende terme te beskryf ten einde die patroon uit te brei.

−1; −1,5; −2; −2,5; …

"tel −0,5 by"

"tel in −0,5"

"tel −0,5 by die vorige getal in die patroon."

Gee 'n **reël** om die **konstante verhouding** tussen opeenvolgende terme te beskryf.

2; −1; 0,5; −0,25; 0,125; …

"vermenigvuldig die vorige getal met −0,5"

Beskryf die patroon wat **nóg** 'n **konstante verskil nóg** 'n **konstante verhouding** het.

1, 0, −2, −5, −9, −14

"trek een meer af as wat afgetrek is om die vorige term te kry"

As hierdie reël gebruik word, sal die volgende drie terme −20, −27, −35 wees.

1. Beskryf die patroon deur die reël daarvoor te gee en dit dan met drie terme uit te brei.

a. 36, 43, 50, 57, …

b. 29, 17, 5, −7, …

c. 63, 45, 27, 9, …

d. 59, 60, 61, 62, …

e. 18, 43, 68, 93, …

f. 48, 61, 74, 87, …

g. 1, 8, 27, 64, …

h. 1, 4, 16, 25, …

i. 36, 19, 2, −15, …

j. 22, −16, −54, −92, …

2. Beskryf die patroon deur die reël daarvoor te gee en dit dan met drie terme uit te brei.

a. 6, −12, 24, −48, …

b. −17, −102, −612, −3 672, …

c. 16, 112, 784, 5 488, ...

d. 28, 140, 700, 3 500, ...

e. 25, 75, 225, 675, ...

f. 52, −208, 832, −3 328, ...

g. 37, 333, 2 997, 26 973, ...

h. −39, −156, −624, −2 496, ...

i. 43, −129, 387, −1 161, ...

j. 49, 294, 1 764, 10 584, ...

3. Beskryf die patroon deur die reël daarvoor te gee en dit dan met drie terme uit te brei.

a. 66, 58, 51, 45, ...

b. 32, 38, 31, 39, ...

c. 25, 34, 46, 61, ...

d. 72, 55, 37, 18, ...

e. 14, 28, 84, 336, ...

f. 16, 32, 128, 1 024, ...

g. 21, 23, 19, 25, ...

h. 87, −3, 77, 7, 67, ...

i. 27, 38, 50, 63, ...

j. 44, 66, 132, 330, ...

Probleemoplossing

Skep jou eie rye soos volg:

- Die konstante verskil tussen die opeenvolgende terme
- Die konstante verhouding tussen die opeenvolgende terme
- Nóg 'n konstante verskil nóg 'n konstante verhouding

Teken:

Datum:

15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

66 Getallerye

Kyk na die Voorbeeld: Bepaal die tiende term.

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Waarde van die term	−3	−7	−11	−14	−39	

Die verskil tussen die terme is −4.

'n' is enige natuurlike getal.

Getallesin :

Eerste term: $-4(1) + 1 = -3$

Tweede term: $-4(2) + 1 = -7$

Derde term: $-4(3) + 1 = -11$

Vierde term: $-4(4) + 1 = -14$

Tiende term: $-4(10) + 1 = -39$

n^{de} term: $-4(n) + 1$

Kwartaal 3

1. Bepaal die tiende en die nde terme deur 'n tabel en 'n getallesin te gebruik.

a. Die n^{de} term is: ____________

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	**10**	n
Waarde van die term	13	23	33	43		

b. Die n^{de} term is: ____________

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	**10**	n
Waarde van die term	11	17	23	29		

c. Die n^{de} term is: ____________

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	**10**	n
Waarde van die term	17	20	23	26		

d. Die n^{de} term is: ____________

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	**10**	n
Waarde van die term	−16	−23	−30	−37		

e. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Waarde van die term	−3	6	15	24		

f. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Waarde van die term	13	17	21	25		

g. Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	10	n
Waarde van die term	−6	10	26	42		

2. Maak aantekeninge oor hoe jy die rye opgelos het.

Probleemoplossing

Bepaal die tiende en die nde terme deur 'n tabel en 'n getallesin te gebruik.

Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	3	6	9	10	12	n
Waarde van die term	13	40	85	?	148	?

Die n^{de} term is:

n (Posisie in ry)	18	12	10	6	n
Waarde van die term	5 815	1 711	?	199	?

Teken:

Datum:

67 Nog getallerye

Gee die volgende drie terme:

2^2; 3^2; 4^2; 5^2; ...

$\sqrt{4}$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{25}$; ...

2^3; 3^3; 4^3; 5^3; ...

$\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[3]{27}$; $\sqrt[3]{64}$; $\sqrt[3]{125}$; ...

1. Voltooi die tabelle.

Voorbeeld:

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	**10**	n
Waarde van die term	2	5	10	17	101	

Die onderste ry terme vir elke posisie in ry (n) word verkry deur die formule of reël te gebruik: kwadreer die posisie van getal (n) in die boonste ry en tel 1 = $n^2 + 1$ daarby.

Eerste term: 2 = $(1)^2 + 1$

Tweede term: 5 = $(2)^2 + 1$

Derde term: 10 = $(3)^2 + 1$

Vierde term: 17 = $(4)^2 + 1$

Tiende term: 101 = $(10)^2 + 1$

n^{de} term : = $n^2 + 1$

a.

n (Posisie in ry)	3	4	5	6	**10**	n
Waarde van die term	7	14	23	34	?	?

Derde term: 7 = ______________________

Vierde term: 14 = ______________________

Vyfde term: 23 = ______________________

Sesde term: 34 = ______________________

Tiende term: ____ = ______________________

n^{de} term: ____ = ______________________

Maak aantekeninge oor hoe jy die rye opgelos het.

b.

n (Posisie in ry)	2	4	6	8	**10**	n
Waarde van die term	11	67	219	515	?	?

Tweede term: 11 = ______________________________
Vierde term: 67 = ______________________________
Sesde term: 219 = ______________________________
Agtste term: 515 = ______________________________
Tiende term: ____ = ______________________________
n^{de} term: ____ = ______________________________

c.

n (Posisie in ry)	−5	0	5	10	15	n
Waarde van die term	$-10\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	?	$19\frac{1}{2}$	$29\frac{1}{2}$	?

Derde term: $-10\frac{1}{2}$ = ______________________________
Vierde term: $\frac{1}{2}$ = ______________________________
Vyfde term: ____ = ______________________________
Tiende term: $19\frac{1}{2}$ = ______________________________
Vyftiende term: $29\frac{1}{2}$ = ______________________________
n^{de} term: ____ = ______________________________

d.

n (Posisie in ry)	2	4	6	8	10	n
Waarde van die term	8	?	216	512	?	?

Tweede term: 8 = ______________________________
Vierde term: ____ = ______________________________
Sesde term: 216 = ______________________________
Agtste term: 512 = ______________________________
Tiende term: ____ = ______________________________
n^{de} term: ____ = ______________________________

e.

n (Posisie in ry)	1	2	4	8	10	n
Waarde van die term	2	5	17	65	?	?

Eerste term: 2 = ______________________________
Tweede term: 5 = ______________________________
Vierde term: 17 = ______________________________
Agtste term: 65 = ______________________________
Tiende term: ____ = ______________________________
n^{de} term: ____ = ______________________________

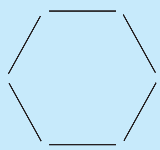
Uitruil van inligting

Wys jou antwoorde vir 'n maat. Het julle dieselfde reëls?

Teken:

Datum:

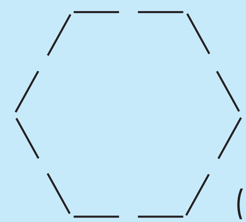
68 Meetkundige patrone



(1 × 6)

Wat sal die volgende patroon wees?

Die reël: Voeg een deel aan elke kant by.



(2 × 6)

Hoe bepaal jy die volgende patroon?

n (Posisie in ry)	1	2	3	4	5		10	n
Waarde van die term	6	12	18	24	30		60	?

Eerste term: 6(1) = 6
Tweede term: 6(2) = 12
Derde term: 6(3) = 18
Vierde term: 6(4) = 24
Vyfde term: 6(5) = 30
Tiende term: 6(10) = 60
n^{de} term: $6(n) = 6n$

1. Doen die volgende: (gebruik nog 'n vel papier indien nodig).

i. Trek die eerste vier terme in elkeen van die volgende meetkundige patrone.
ii. Bepaal die eerste, tweede, derde, vierde, tiende en nde terme en skryf dit in 'n tabel neer.
iii. Skryf getallesinne vir elke tabel.

a. Sewehoek (heptagoon)

i.

ii.

iii.

b. Vyftienhoek (pentadekagoon)

i.

ii.

iii.

c. Twintighoek (ikosagoon)

i.

ii.

iii.

Uitruil van inligting

Doen dieselfde met 'n vyf-en-twintighoek (ikosikaipentagoon).

Teken:

Datum:

69 Getallerye en vergelykings

Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit. Wat sal die 10de term wees?

$y = 3x + \frac{1}{4}$

x	−2	−1	0	1	2	5	10
y	$-5\frac{3}{4}$	$-2\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$	$15\frac{1}{4}$	

$y = 3(-2) + \frac{1}{4}$	$y = 3(-1) + \frac{1}{4}$	$y = 3(0) + \frac{1}{4}$	$y = 3(1) + \frac{1}{4}$	$y = 3(2) + \frac{1}{4}$	$y = 3(5) + \frac{1}{4}$
$y = -6 + \frac{1}{4}$	$y = -3 + \frac{1}{4}$	$y = 0 + \frac{1}{4}$	$y = 3 + \frac{1}{4}$	$y = 6 + \frac{1}{4}$	$y = 15 + \frac{1}{4}$
$y = -5\frac{3}{4}$	$y = -2\frac{3}{4}$	$y = \frac{1}{4}$	$y = 3\frac{1}{4}$	$y = 6\frac{1}{4}$	$y = 15\frac{1}{4}$

1. Voltooi die tabelle deur die vergelykings te gebruik.

a.

x	−2	−1	0	1	2	5	10
y							

$y = 2x + \frac{1}{2}$

b.

x	−2	−1	0	1	2	10	50
y							

$y = x^2 - 1$

c.

x	−3	−2	−1	0	1	13	25
y							

$y = x^3 - 2$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

d.

x	0	2	3	50	75	100
y						

$y = \frac{1}{2}x + 4$

e.

x	1	3	5	7	27	47
y						

$y = -4x - 3$

2. Voltooi die tabelle. Wat is die waarde van m en n?

a.

x	−2	−1	0	1	2	5	n
y						m	

$y = x^2 - \frac{1}{4}$

b.

x	1	2	3	4	n	6	7
y			m				

$y = -x - 4$

c.

x	−3	5	13	21	29	37	n
y					m		

$y = 2x^2 + \frac{1}{4}$

d.

x	3	6	9	n	15	21	24
y						m	

$y = \frac{x}{3} + 1$

Hoe het jy vir m opgelos?

Beskryf in jou eie woorde hoe jy vir m opgelos het.

Teken:

Datum:

70 Algebraïese uitdrukkings

Veranderlikes: 'n Getal wat verskillende waardes kan hê vergeleke met 'n konstante wat 'n vaste waarde het.

b, x, p, z, y en c is **veranderlikes**.

$\frac{x}{4}$ $13z$ $4c$ $7b$ $-\frac{4}{p}$ $\sqrt{y}$

Konstant wat 'n vaste waarde het.

-1, 5, 4 en $\frac{1}{2}$ is **konstantes** omdat die waardes daarvan nie verander nie.

-1 5 4 $\frac{1}{2}$

Koëffisiënt: 'n Konstante wat vooraan 'n veranderlike of groep veranderlikes gelas word. Die veranderlike word deur die koëffisiënt vermenigvuldig.

Hier is voorbeelde van 'n koëffisiënt.

In $4x + 3y$ is daar twee terme, $4x$ en $3y$, en die koëffisiënt van x in $4x$ is 4 en die koëffisiënt van y in $3y$ is 3.

Algebraïese uitdrukking: 'n Versameling hoeveelhede wat bestaan uit konstantes en veranderlikes wat deur die vier fundamentele bewerkinge verbind word.

Hier volg 'n paar voorbeelde van algebraïese uitdrukkings:

$2x + \frac{3}{y}$ $x + 4$ $\frac{z}{4}$ $3z + 6$ $y - 3$

Term: Dele van 'n algebraïese uitdrukking wat deur die + of die – simbool aan mekaar verbind is.

Uitdrukkings met een term.

$3x$ $\frac{x}{3}$

Uitdrukkings met twee terme.

$3x + y$ $4x^2 + 3$

Uitdrukkings met drie terme.

$x - 3y + 3$

Monoom: 'n Algebraïese uitdrukking wat slegs een term het, byvoorbeeld: $4x$

Binoom: 'n Algebraïese uitdrukking wat twee terme het, byvoorbeeld: $4x - 3y$

Trinoom: 'n Algebraïese uitdrukking wat drie terme het, byvoorbeeld: $2x - 3y + z$

1. Identifiseer veranderlikes en konstantes in die volgende:

a. $5x^2$

x is 'n veranderlike. Daar is geen konstantes nie.

b. $2x^2 + 4x$

c. $\frac{x^2}{4}$

d. $\frac{x^2}{4x^4}$

e. $9x^2 + 5$

f. $xy^2 + x$

g. $100xy + x$

h. $4x^2 + 2x + 3$

Kwartaal 3

i. $\frac{9x^2 + 4}{7x}$

j. $\frac{6x^2 + 4x + 3}{2x^2}$

2. Skryf die terme en koëffisiënte van die veranderlikes in die volgende algebraïese uitdrukkings neer.

a. $3x^2 - 4y$

b. $\frac{2}{3}x + y$

c. $3x + 4y - \frac{5}{2}y$

d. $x^2 + 2xy + y^2$

e. $\frac{x}{7} - \frac{8}{y}$

3. Omkring die gelyksoortige terme in die volgende algebraïese uitdrukkings neer en tel hul dan bymekaar.

a. $3x^2 - 4xy + 5x^2 - 9$

$3x^2 + 5x^2 = 8x^2$

b. $xyz - 5xy + 6zx + 15xyz - 1$

c. $x^3 + y^3 - 3xy + 6yx - 4y^3$

d. $abc + bcd + cda$

4. Gee vyf voorbeelde van elkeen:

Monoom	Binoom	Trinoom

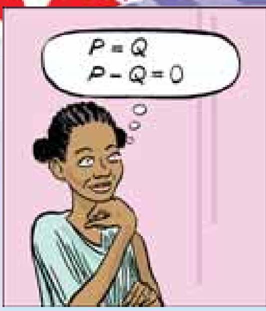
Probleemoplossing

Skep 'n algebraïese uitdrukking met veranderlikes en konstantes deur al die basiese bewerkings te gebruik. Vereenvoudig die uitdrukking.

Teken:

Datum:

71 Bewerkings met algebraïese uitdrukkings



Hersien

Gelyksoortige terme is **monome** wat dieselfde veranderlikes bevat en tot dieselfde mag verhef word. Dit kan gekombineer word om 'n enkelterm te vorm.

$4a^2b$ en $10a^2b$ is gelyksoortige terme.

In die uitdrukking: $3x^2 + 2xy - 5y^3 - 4xy + 9$, is die gelyksoortige terme $2xy$ en $-4xy$.

1. Tel die volgende algebraïese uitdrukkings op:

Voorbeeld:

Tel op $-3x + 4$ en $2x^2 - 7x - 2$

$(-3x + 4) + (2x^2 - 7x - 2)$

$= 2x^2 + (-3x - 7x) + (4 - 2)$

$= 2x^2 - 10x + 2$

a. $\frac{3}{2}x^2 + x + 1$ en $\frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{4}x + 5$

b. $\frac{7}{5}x^3 - x^2 + 1$ en $2x^2 + x - 3$

c. $xy + \frac{z}{y} + zx$ en $3xy - \frac{z}{y}$

d. $\frac{3y}{xz} + \frac{x}{2y} + z$ en $-\frac{4y}{xz} + \frac{3x}{2y} - z$

2. Trek die volgende algebraïese uitdrukkings af:

Voorbeeld:

Trek af $2x^2 - 7x - 2$ van $-3x + 4$

$(-3x + 4) - (2x^2 - 7x - 2)$

$= -2x^2 + [-3x - (-7x)] + [(4 - (-2)]$

$= -2x^2 + (-3x + 7x) + (4 + 2)$

$= -2x^2 + 4x + 6$

a. $7x^3 - 3x^2 + 2$ van $x^2 - 5x + 2$

b. $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} - 3$ van $\frac{3x}{y} - \frac{2y}{z} + 7 + x^2$

c. $ax^2 + 2hxy + by^2$ van $cx^2 + 2gxy + dy^2$

Probleemoplossing

Skep 'n algebraïese uitdrukking met veranderlikes en konstantes deur al die basiese bewerkings te gebruik. Vereenvoudig die uitdrukking.

Teken:

Datum:

72a Die produk van 'n monoom en polinoom

Monome vermenigvuldig met polinome. (Pas toe die distributiewe eienskap)

$a(b + c)$
$= a \times b + a \times c$
$= ab + ac$

of

	b	c
a	ab	ac

$3(a + b)$
$= (3 \times a) + (3 \times b)$
$= 3a + 3b$

of

	a	b
3	$3a$	$3b$

$x(2 + 4)$
$= (x \times 2) + (x \times 4)$
$= 2x + 4x$
$= 6x$

of

	2	4
x	$2x$	$4x$

$2a\ (3a^2 - 4a + 5)$
$(2a \times 3a^2) - (2a \times 4a) + (2a \times 5)$
$= 6a^{1+2} - 8a^{1+1} + 10a$
$= 6a^3 - 8a^2 + 10a$

of

	$3a^2$	$-4a$	5
$2a$	$6a^3$	$-8a^2$	$10a$

$-\ 2a(3a^2 - 4a + 5)$
$= (-2a \times 3a^2) + (-2a \times -4a) + (-2a + 5)$
$= -6a^{1+2} + 8a^{1+1} - 10a$
$= -6a^3 + 8a^2 - 10a$

of

	$3a^2$	$-4a$	5
$-2a$	$-6a^3$	$8a^2$	$-10a$

1. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: $2(3 + 4)$
$= (2 \times 3) + (2 \times 4)$
$= 6 + 8$
$= 14$

Albei maniere is reg. Dit is soms makliker om dit tussen hakies te skryf.

of

$2(3 + 4)$
$= 2(7)$
$= 14$

a. $3(6 + 9)$

b. $8(3 + 7)$

c. $5(2 + 1)$

2. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: $a(b + c)$
$= (a \times b) + (a \times c)$
$= ab + ac$

a. $b(c + d)$

b. $s(r + p)$

c. $z(e + c)$

3. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: $3(a + b)$
$= (3 \times a) + (3 \times b)$
$= 3a + 3b$

a. $7(b + c)$

b. $8(p + q)$

c. $4(x + y)$

Teken:

Datum:

vervolg ☛

Die produk van 'n monoom en polinoom vervolg

4. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: $x(2 + 4)$ $= (x \times 2) + (x \times 4)$ $= 2x + 4x$ $= 6x$ *of* $x(2 + 4)$ $= x(6)$ $= 6x$

a. $x(6 + 3)$

b. $m(9 + 2)$

c. $y(5 + 7)$

5. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $2x(3x^2 - 4x + 5)$
$= 6x^{1+2} - 8x^{1+1} + 10x$
$= 6x^3 - 8x^2 + 10x$

a. $2x(x^2 - 11x + 12)$

b. $2x(x^2 - x + 12)$

c. $4x(3x^2 - 9x + 15)$

6. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $-2x(3x^2 - 4x + 5)$
$= (-2x)(3x^2) + (-2x)(-4x) + (-2x)\ (+5)$
$= -6x^{1+2} - 8x^{1+1} + 10x$
$= -6x^3 + 8x^2 - 10x$

$2x(3x^2 - 4x + 5)$

a. $-2x\,(2x^2 - x + 4)$

b. $-4x\,(x^2 - x + 12)$

c. $-2x\,(x^2 - 6x + 8)$

7. As $x = -3$, dan: $4x^2 + 3x + 2 =$

a. $5x^2 + 6x + 7$

b. $9x^2 + 6x + 5$

c. $2x^2 + 7x + 6$

8. Vereenvoudig en vervang dan met $x = -2$:

a. $2x\,(4x^2 + 5x + 6)$

b. $4x\,(x^2 - 3x + 2)$

c. $5x\,(x^2 + 12x + 20)$

Probleemoplossing

Die a × kan oor die 2 + 4 in a × 2 plus a × 4 "versprei" word. Hoe het die oorspronklike som gelyk?

Bepaal die waarde van $x^2 - 3$ as $x = \frac{-3}{2}$

Skep jou eie monoom vermenigvuldig met 'n trinoom en vereenvoudig dit deur die distributiewe eienskap te gebruik.

Skep jou eie monoom vermenigvuldig met 'n trinoom en vereenvoudig dit deur die distributiewe eienskap te gebruik.

Skep jou eie trinoom en deel dit deur 'n monoom wat 'n faktor van al drie terme in die trinoom is.

Teken:

Datum:

73a Die produk van twee binome

$(3 + 4)(3 + 5)$
$= (3 \times 3) + (3 \times 5) + (4 \times 3) + (4 \times 5)$
$= 9 + 15 + 12 + 20$
$= 56$

of

$(3 + 4)(3 + 5)$
$= 7 \times 8$
$= 56$

of

	3	5
3	9	15
4	12	20

Onthou:
positiewe getal × positiewe getal = positiewe getal,
negatiewe getal × negatiewe getal = positiewe getal,
positiewe getal × negatiewe getal = negatiewe getal.

1. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x + 2)(x + 3)$

$= (x + 2)(x + 3)$
$= (x \times x) + (x \times 3) + (2 \times x) + (2 \times 3)$
$= x^{1+1} + 3x + 2x + 6$
$= x^2 + 3x + 2x + 6$
$= x^2 + 5x + 6$

	x	3
x	x^2	$3x$
2	$2x$	6

a. $(x + 2)(x + 2)$

b. $(x + 3)(x + 4)$

c. $(x + 1)(x + 1)$

Kwartaal 3

2. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x - 2)(x - 3)$

$= (x - 2) \times (x - 3)$

$= (x \times x) + (x \times -3) + (-2 \times x) + (-2 \times -3)$

$= x^{1+1} - 3x - 2x + 6$

$= x^2 - 5x + 6$

	x	-3
x	x^2	$-3x$
-2	$-2x$	6

a. $(x - 3)(x - 4)$

b. $(x - 5)(x - 7)$

c. $(x - 2)(x - 4)$

3. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x + 2)(x - 3)$

$= (x + 2) \times (x - 3)$

$= (x \times x) + (x \times -3) + (-2 \times x) + (-2 \times -3)$

$= x^{1+1} - 3x + 2x - 6$

$= x^2 - x - 6$

	x	-3
x	x^2	$-3x$
2	$2x$	-6

Teken:

Datum:

vervolg

73b Die produk van twee binome vervolg

a. $(x + 5)(x - 5)$

b. $(x + 2)(x - 8)$

c. $(x + 7)(x - 8)$

4. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x - 2)(x + 3)$

$= (x - 2) \times (x + 3)$

$= (x \times x) + (x \times 3) + (-2 \times x) + (-2 \times 3)$

$= x^{1+1} + 3x - 2x - 6$

$= x^2 + x - 6$

	x	$+3$
x	x^2	$3x$
-2	$-2x$	-6

a. $(x - 4)(x + 5)$

b. $(x - 2)(x + 8)$

c. $(x - 5)(x + 4)$

5. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: $(x \pm 2)^2$

$= (x + 2)(x + 2)$ en $(x - 2)(x - 2)$

$= x^2 + 2x + 2x + 4$ en $x^2 - 2x - 2x + 4$

$= x^2 + 4x + 4$ en $x^2 - 4x + 4$

$= x^2 \pm 4x + 4$

	x	2
x	x^2	$2x$
2	$2x$	4

	x	-2
x	x^2	$-2x$
-2	$-2x$	4

a. $(x \pm 3)^2$

b. $(x \pm 4)^2$

c. $(x \pm 6)^2$

6. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $2(x - 3)^2$

$= 2[(x - 3)(x - 3)]$

$= 2[x^2 - 3x - 3x + 9]$

$= 2[x^2 - 6x + 9]$

$= 2x^2 - 12x + 18$

Teken:

Datum:

vervolg

Die produk van twee binome vervolg

a. $2(x - 6)^2$

b. $6(x - 7)^2$

c. $3(x - 2)^2$

d. $- 4(x - 1)^2$

e. $- 7(x - 6)^2$

f. $2(x - 5)^2$

7. Hersiening: vereenvoudig:

Voorbeeld: Sien die vorige werkblad vir 'n voorbeeld.

a. $2(x + 3)^2$

b. $6(x + 2)^2$

c. $3(x + 3)^2$

d. $3(x + 2)^2$

e. $-1(x + 2)^2$

f. $- 3(x +3)^2$

8. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $(x + 1)(2x - 5)$
$= 2x^2 - 5x + 2x - 5$
$= 2x^2 - 3x - 5$

a. $(x + 2)(x - 3)$

b. $(x + 2)(x - 4)$

c. $(x + 1)(x - 5)$

9. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $3(x + 1)(2x - 5)$
$= (3x + 3)(2x - 5)$
$= (3x \times 2x) + (3x \times -5) + (3 \times 2x) + (3 \times -5)$
$= 6x^2 - 15x + 6x - 15$
$= 6x^2 - 9x - 15$

of

$3(x + 1)(2x - 5)$
$= 3(2x^2 + 2x - 5x - 5)$
$= 3(2x^2 - 3x - 5)$
$= 6x^2 - 9x - 15$

a. $3(x + 2)(3x - 1)$

b. $2(2x - 5)(3x + 1)$

c. $5(2x + 7)(3x - 5)$

Teken:

Datum:

vervolg

Die produk van twee binome vervolg

10. Vereenvoudig:

a. $2(x + 1)^2 + 4(x + 2)(x - 3)$

b. $3(a - 2)^2 + (2a - 3)(a - 4)$

Saamvermenigvuldiging van algebraïese uitdrukkings

Om twee algebraïese uitdrukkings te vermenigvuldig, word elkeen van die terme van een algebraïese uitdrukking vermenigvuldig met elkeen van die terme van die ander algebraïese uitdrukking, en die resultaat word vereenvoudig deur die gelyksoortige terme op te tel.

11. Vermenigvuldig hierdie algebraïese uitdrukkings en vereenvoudig:

Voorbeeld: Vermenigvuldig $2n + 3$ by $n^2 - 3n + 4$

$(2n + 3)(n^2 - 3n + 4)$

$= 2n\ (n^2 - 3n + 4) + 3\ (n^2 - 3n + 4)$

$= 2n \times n^2 + 2n\ (-3n) + 2n \times 4 + 3 \times n^2 + 3\ (-3n) + 3 \times 4$

$= 2n^3 - 6n^2 + 8n + 3n^2 - 9n + 12$

$= 2n^3 - 3n^2 - n + 12$

$\therefore (2n + 3)(n^2 - 3n + 4) = 2n^3 - 3n^2 - n + 12$

a. $(2x + 1)(x^2 - 2x + 1) =$

b. $(b + 6)(b^2 - 12b + 2) =$

12. Vermenigvuldig:

Voorbeeld: Vermenigvuldig $2x^2 - 3x - \frac{9}{x}$ met $-x + \frac{7}{x}$

Oplossing: $(2x^2 - 3x - \frac{9}{x})(-x + \frac{7}{x})$

$= 2x^2 (-x + \frac{7}{x}) - 3x (-x + \frac{7}{x}) - \frac{9}{x} (-x + \frac{7}{x})$

$= 2x^2 \times (-x) + 2x^2 \times \frac{7}{x} - 3x \times (-x) - 3x \times \frac{7}{x} - \frac{9}{x} \times (-x) - \frac{9}{x} \times \frac{7}{x}$

$= -2x^3 + 14x + 3x^2 - 21 + 9 - \frac{63}{x^2}$

$= -2x^3 + 3x^2 + 14x - 12 - \frac{63}{x^2}$

$\therefore (2x^2 - 3x - \frac{9}{x})(-x + \frac{7}{x}) = -2x^3 + 3x^2 + 14x - 12 - \frac{63}{x^2}$

a. $c^2 + 7c - 14$ by $-c + \frac{7}{c}$

b. $2b^2 - 5b - \frac{5}{x}$ by $-b + \frac{2}{b}$

Probleemoplossing

Skep twee binomiale uitdrukkings (met koëffisiënte wat positiewe of negatiewe heelgetalle is). Vermenigvuldig hulle met mekaar en vereenvoudig die produk.

Teken:

Datum:

74

Deel 'n trinoom en polinoom deur 'n monoom

Vergelyk die voorbeelde.

Voorbeeld 1:

$\frac{4x^4 - 2x^3}{2x^2}$

$= \frac{4x^4}{2x^2} - \frac{\cancel{2}x^3}{\cancel{2}x^2}$

$= 2x^{4-2} - x^{3-2}$

$= 2x^2 - x$

Voorbeeld 2:

$\frac{x^3}{x^2}$

$= \frac{x.x.x}{x.x}$

$= x$

Voorbeeld 3:

$\frac{6x^3 - 8x^2}{2x}$

$= \frac{6x^3}{2x} - \frac{8x^2}{2x}$

$= 3x^{3-1} - 4x^{2-1}$

$= 3x^2 - 4x$

1. Hersiening: Vereenvoudig deur voorbeeld 1 en 2 hierbo as riglyne te gebruik.

a. $\frac{2x^2 - 2x}{2x}$

b. $\frac{3x^2 - 6x}{3x}$

c. $\frac{10x^2 - 10x}{5x}$

2. Vereenvoudig:

Voorbeeld: $\frac{6x^3 - 8x^2 + 2x + 10}{2x}$

$= \frac{6x^3}{2x} - \frac{8x^2}{2x} + \frac{2x}{2x} + \frac{10}{2x}$

$= 3x^{3-1} - 4x^{2-1} + 1 + \frac{5}{x}$

$= 3x^2 - 4x + 1 + \frac{5}{x}$

a. $\frac{6x^3 + 2x^2 + 2x}{2x}$

b. $\frac{12x^3 + 6x^2 + 6x}{3x}$

c. $\frac{15x^3 + 10x^2 + 30x}{5x}$

Kwartaal 3

d. $\dfrac{6x^3 + 8x^2 + 2x + 8}{2x}$

e. $\dfrac{12x^3 + 6x^2 + 9x + 9}{3x}$

f. $\dfrac{20x^3 + 16x^2 - 8x - 8}{4x}$

3. Deel en toets:

Voorbeeld: $(2x^2 + 5x + 3) \div (2x + 3)$

$$= x + 1$$

$$\begin{array}{r|l} 2x + 3 & 2x^2 + 5x + 3 \\ & \underline{2x^2 + 3x} \\ & \phantom{2x^2 + {}} 2x + 3 \\ & \phantom{2x^2 + {}} \underline{2x + 3} \end{array}$$

Toets

$(2x + 3)(x + 1)$

$= 2x^2 + 3x + 2x + 3$

$= 2x^2 + 5x + 3$

a. $(3x^2 + 7x + 4) \div (3x + 4) =$

b. $(5x^2 + 21x + 18) \div (5x + 6) =$

c. $(2x^2 + 18x + 16) \div (x + 2) =$

Probleemoplossing

Skep 'n polinoom gedeel deur 'n monoom.

Kry die res wanneer $x^2 - x + 1$ gedeel word deur $x + 1$.

Bepaal die kwosiënt en res wanneer $x^4 + 2x^{i} + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ gedeel word deur $x^2 + \frac{1}{3}$.

Teken:

Datum:

75a Algebraïese uitdrukkings en substitusie

Kyk na hierdie voorbeeld:

Vind die waarde van $3x^2 - x + 2$ vir $x = 2$.
Kom ons verstaan die stappe wat by evaluering betrokke is.

Vervang die gegewe veranderlike deur die gegewe waarde, d.w.s.
$3 \times (2)^2 - (2) + 2$

Vereenvoudig die numeriese resultaat wat in die eerste stap verkry is.

$$3 \times 2^2 - 2 + 2 = 3 \times 4 - 2 + 2$$
$$= 12 - 2 + 2$$
$$= 12$$

dus

$3x^2 - x + 2 = 12$ wanneer $x = 2$

Ons kan enige algebraïese uitdrukking vir 'n gegewe waarde(s) van die veranderlike(s) wat daarin voorkom, evalueer.

Kom ons neem twee ander voorbeelde:

$(3x^2 - 3x + 1)(x - 1)$ as $x = 3$
Vervang x vir 3 en dan kry ons:
$(3 \times 3^2 - 3 \times 3 + 1)(3 - 1)$
$= (3 \times 9 - 9 + 1)(2)$
$= 2(19) = 38$

$(3x^2 - 1) + (4x^3 - 4x - 3)$ as $x = -1$
Vervang $x = -1$ en dan kry ons:
$[3 \times (-1)^2 - 1] + [4(-1)^3 -4\,(-1) -3]$
$= 3 - 1 + [4 + 4 - 3]$
$= 2 - 3$
$= -1$

1. **Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waarde van die veranderlike: $x = 4$**

Voorbeeld: $x^2 + 3x - 5$
$(4)^2 + 3(4) - 5$
$= 16 + 12 - 5$
$= 28 - 5$
$= 23$

a. $x^2 + 2x - 8$

b. $x^2 + 3x - 5$

c. $x^2 - 3x - 8$

d. $x^2 - 4x + 2$

e. $x^2 + 2x - 4$

f. $x^2 - 5x - 10$

Kwartaal 3

2. **Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waarde van die veranderlike: $x = -1$**

Voorbeeld: $\frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - \frac{7}{5}$

$= \frac{2}{3}(-1)^3 + \frac{4}{5}(-1)^2 - \frac{7}{5}$

$= -\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{5}$

$= -\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

$= \frac{-10 -9}{15}$

$= \frac{-19}{15}$

$= -1\frac{4}{15}$

a. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{4}$

b. $\frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

c. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{10}$

d. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$

e. $\frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}$

f. $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}$

3. **Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waarde van die veranderlike: $x = \frac{1}{3}$**

Voorbeeld: $\frac{2}{3x} + \frac{x^2}{4} - \frac{7}{x^2}$

$= \frac{2}{3(\frac{1}{3})} + \frac{(\frac{1}{3})^2}{4} - \frac{7}{(\frac{1}{3})^2}$

$= \frac{2}{1} + \frac{\frac{1}{9}}{4} - \frac{7}{\frac{1}{9}}$

$= 2 + (\frac{1}{9} \div \frac{4}{1}) - (\frac{7}{1} \div \frac{1}{9})$

$= 2 + (\frac{1}{9} \times \frac{1}{4}) - (\frac{7}{1} \times \frac{9}{1})$

$= 2 + \frac{1}{36} - \frac{63}{1}$

$= 2 - 63 + \frac{1}{36} \quad = -61\frac{1}{36}$

Teken:

Datum:

vervolg ☛

Algebraïese uitdrukkings en substitusie

vervolg

a. $\frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{1}{6}$

b. $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{7}x - \frac{1}{5}$

c. $\frac{1}{8}x - \frac{3}{4}x - \frac{4}{5}$

4. Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waardes van die veranderlikes: $x = 2$ en $y = 1$

Voorbeeld: as $x = 2$ en $y = 1$

dan is $\frac{x^2}{y} + 3xy - 11$

$= \frac{2^2}{1} + (3)(2)(1) - 11$

$= (\frac{4}{1}) + 6 - 11$

$= 4 + 6 - 11$

$= -1$

a. $\frac{x^2}{y} + 2xy + 5 =$

b. $\frac{x^2}{y} + 3xy + 11 =$

c. $\frac{x^2}{y^2} - 3xy - 7 =$

d. $\frac{x^2}{y^2} - 2xy - 3 =$

e. $\frac{x^2}{y} + 4xy + 10 =$

f. $\frac{x^3}{y^3} + 4xy + 2 =$

5. **Evalueer elkeen van die volgende algebraïese uitdrukkings vir die aangeduide waardes van die veranderlikes: $x = 2$, $y = 1$ en $z = -3$**

Voorbeeld: as $x = 2$, $y = 1$, $z = -3$ dan is $xyz - x^3 - y^3 + z^3$

$= (2)(1)(-3) - (2)^3 - (1)^3 + (-3)^3$

$= -6 - 8 - 1 - 27$

$= -42$

a. $xyz + x^2 + y^2 + 2^3 =$

b. $xyz + x^3 - y^2 - 2^3 =$

c. $xyz - x^3 - y^3 + 2^2 =$

d. $x^2yz^3 - x^2 + y^2 - 2^2 =$

e. $xyz + x^3 + y^3 - 2^3 =$

f. $xyz - x^2 - y^2 + 2^2 =$

Probleemoplossing

Verduidelik in jou eie woorde wat dit beteken om 'n algebraïese uitdrukking vir die aangeduide waardes te evalueer. Jy kan van 'n voorbeeld gebruik maak om dit te verduidelik.

Teken:

Datum:

76 Faktoriseer algebraïese uitdrukkings

Brei uit: $2x\ (x + 3)$
$= 2x^2 + 6x$

	x	3
$2x$	$2x^2$	$6x$

Faktoriseer: $2x^2 + 6x$
$= 2x\ (x + 3)$

Faktoriseer: $a - 4b$
$= 1\ (a - 4b)$

Faktoriseer: $4b - a$
$= -1\ (a - 4b)$

Faktorisering is die omgekeerde van die uitbreiding van 'n uitdrukking deur middel van vermenigvuldiging.

Let op dat 1 en –1 gemeenskaplike faktore van elke uitdrukking is.

1. Vermenigvuldig 'n monoom met 'n binoom en faktoriseer jou antwoord.

Voorbeeld: **Brei uit:** $2x(x + 3)$
$= 2x^2 + 6x$

Faktoriseer: $2x + 6x$
$= 2x(x + 3)$

a. $2(x - 3)$

b. $4x(x - 1)$

c. $x(y + 1)$

d. $p(q + 3)$

e. $2a(a + 1)$

f. $abc(ab - abc)$

2. Faktoriseer die volgende (begin altyd deur vir 'n gemeenskaplike faktor te soek – moenie 1 of –1 vergeet nie) en skryf die terme in die faktor in alfabetiese volgorde.

Voorbeeld:	**Faktoriseer:**	$a - 4b$ $= 1(a - 4b)$	**Faktoriseer:**	$4b - a$ $= -1(a - 4b)$

a. $y - x^2 =$

b. $2x^2 - c =$

c. $-x^2 + 1 =$

d. $p^2q^2 - n =$

Probleemoplossing

Brei die volgende uit en bewys jou antwoord deur faktorisering te gebruik. $2(p^3 + 8p^2 - 5p)$

Teken:

Datum:

77 Faktoriseer algebraïese uitdrukkings

Onthou: Faktorisering is die omgekeerde van uitbreiding.

Hersiening van faktorisering:
Kyk vir die grootste getal wat verdeel kan word in elke term van die gegewe uitdrukking. Soek na die grootste getal waardeur alle terme gedeel kan word en wees op die uitkyk na enige gemeenskaplike faktore.

Om te faktoriseer, moet jy die uitdrukkings oorskryf as faktore wat saam vermenigvuldig word.

$12x + 20xy$
$= 4x(3 + 5y)$

Dit is omdat $4x$ die grootste faktor van sowel $12x$ as $20xy$ is.

Kontroleer dit deur jou antwoord uit te brei.

$4x(3 - 5y) = 12x + 20xy$

1. Faktoriseer.

Voorbeeld: $6a^4 - 4a^2$
$= 2a^2\,(3a^2 - 2)$

Kontroleer jou antwoord deur te maal:
$2a^2\,(3a^2 - 2)$
$= 2a^2 \times 3a^2 + 2a^2(-2) = 6a^4 - 4a^2$

a. $8y^4 - 4y^2$

b. $10a^4 - 6a^2$

c. $18x^4 - 36x^2$

d. $12m^4 - 15m^2$

2. Faktoriseer (groepeer terme saam).

Voorbeeld: $ax - bx + 2a - 2b$
$= x(a - b) + 2(a - b)$
$=(a - b)(x + 2)$

Kontroleer jou antwoord:
$(a - b)(x + 2)$
$= ax - bx + 2a - 2b$

a. $bx - cx + 3b - 3c =$

b. $cd - ce + 2d - 2e =$

c. $cy - dy + 2c - 2d =$

d. $mx - my + 5x - 5y =$

3. Faktoriseer (groepeer terme saam).

Voorbeeld: $2x(a - b) - 3(a - b)$
$= (a - b)(2x - 3)$

Kontroleer jou antwoord:
$(a - b)(2x - 3)$
$= 2ax - 3a - 2bx + 3b$

en

$2x(a - b) - 3(a - b)$
$= 2ax - 2bx - 3a + 3b$

a. $3x(m - n) - 2(-n + m) =$

b. $3q(d - e) - 1(-e + d) =$

c. $2a(x - y) - 5(-y + x) =$

d. $2d(a - c) - 3(-c + a) =$

4. Faktoriseer. (Onthou om eers na 'n gemeenskaplike faktor te soek.)

Voorbeeld: $2x(a - b) - 3(b - a)$
$= 2x(a - b) - 3(-a + b)$
$= 2x(a - b) + 3(a - b)$
$= (a - b)(2x + 3)$

Kontroleer jou antwoord:
$(a - b)(2x + 3)$
$= 2ax - 2bx + 3a - 3b$

en

$2x(a - b) - 3(b - a)$
$= 2ax - 2bx - 3b + 3a$

a. $5d^2 + 20d + 2d + 8$

b. $3a^2bc - 4abc + 6a^2 + 8a$

c. $6b^4 - 2b^2 =$

d. $3m(p - q) - 3(-q + p) =$

5. Faktoriseer.

Voorbeeld: $(a + b)^2 - 5(a + b)$
$= (a + b)[(a + b) - 5]$
$= (a + b)(a + b - 5)$

a. $7(x^2 - xy) + (y - x) =$

b. $ab^2 - ac^2 =$

c. $121b^2 + 11b =$

d. $9(a^2 - ab) - 6(a - b) =$

Faktoriseer:

a. $am - bm + 2a - 2b$

b. $k(2k - 4m) + (7k - 14m)$

c. $4x^4 - 16y^2 =$

d. $mn - pn + 2m - 2p$

e. $4p(c - d) - 7(-d + c)$

Teken:

Datum:

78

Nog faktorisering van algebraïese uitdrukkings

Kyk na die voorbeelde. Beskryf wat daarin gebeur.

Voorbeeld 1:
$25a^2 - 1$
$= (5a - 1)(5a + 1)$

Voorbeeld 2:
$a^4 - b^4$
$= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$
$= (a - b)(a + b)\ (a^2 + b^2)$

Voorbeeld 3: $3x^2 - 27$
$= 3(x^2 - 9)$
$= 3(x + 3)(x - 3)$

Voorbeeld 4: $9(a + b)^2 - 1$
$= [3(a + b) - 1]\ [3(a + b) + 1]$
$= [3a + 3b - 1]\ [3a + 3b + 1]$

1. Faktoriseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 1 hierbo.

a. $36x^2 - 1$

b. $16y^2 - 1$

c. $64p^2 - 1$

d. $49m^2 - 1$

e. $100a^2 - 1$

f. $9q^2 - 1$

2. Faktoriseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 2 hierbo.

a. $d^4 - g^4 =$

b. $x^{16} - y^{16} =$

c. $m^8 - m^8 =$

d. $p^4 - q^4 =$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

e. $v^4 - w^4 =$

f. $s^8 - t^8 =$

3. Faktoriseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 3 op die vorige bladsy.

a. $4x^2 - 64$

b. $2x^2 - 2$

c. $3x^2 - 39$

d. $7x^2 - 56$

e. $6x^2 - 42$

f. $9x^2 - 90$

4. Faktoriseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 4 op die vorige bladsy.

a. $36(x + y)^2 - 4 =$

b. $4(m + n)^2 - 49 =$

c. $16(d + e)^2 - 81 =$

d. $25(o + p)^2 - 81 =$

e. $49(v + w)^2 - 16 =$

f. $(q + r)^2 - 16 =$

Probleemoplossing

Is 12 'n faktor van 48?

Is $3p^2$ 'n faktor van $6p^4$?

Is $12x^3y^2z^5$ 'n faktor van $24x^4y^5z^6$? Hoe weet jy dit?

As $-x^3 + 5x^2 - 4x + 5$ 'n polinoom is, wat is die gemeenskaplike faktor dan?

Teken:

Datum:

15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

79 Nog faktorisering van algebraïese uitdrukkings

Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

Voorbeeld 1:

$\frac{2x + 6y}{x + 3y}$

$= \frac{2(x + 3y)}{(x + 3y)}$

$= 2$

Voorbeeld 2:

$\frac{3x - 3y}{6x - 6y}$

$= \frac{3(x - y)}{6(x - y)}$

$= \frac{1}{2}$

Voorbeeld 3:

$\frac{9a^2 - 1}{3a + 1}$

$= \frac{(3a - 1)(3a + 1)}{3a + 1}$

$= 3a - 1$

1. Faktoriseer en vereenvoudig.

a. $\frac{3x + 6y}{x + 2y}$

b. $\frac{2x + 8y}{x + 4y}$

c. $\frac{2x + 12y}{x + 6y}$

d. $\frac{3x + 9y}{x + 3y}$

e. $\frac{2x + 10y}{x + 5y}$

f. $\frac{5x + 10y}{x + 2y}$

2. Faktoriseer en vereenvoudig.

Voorbeeld: Sien voorbeeld 1 hierbo.

a. $\frac{2x - 2y}{5x - 5y}$

b. $\frac{3x - 3y}{9x - 9y}$

c. $\frac{5x - 5y}{10x - 10y}$

Kwartaal 3

d. $\dfrac{4x - 4y}{8x - 8y}$

e. $\dfrac{2x - 2y}{6x - 6y}$

f. $\dfrac{4x - 4y}{12x - 12y}$

3. Faktoriseer.

Voorbeeld: Sien Voorbeeld 4 op die vorige bladsy.

a. $\dfrac{81a^2 - 1}{9a + 1}$

b. $\dfrac{36a^2 - 1}{6a + 1}$

c. $\dfrac{16a^2 - 1}{4a - 1}$

d. $\dfrac{121a^2 - 1}{11a + 1}$

e. $\dfrac{25a^2 - 1}{5a + 1}$

f. $\dfrac{100a^2 - 1}{10a - 1}$

Probleemoplossing

Faktoriseer:

a. $\dfrac{25x + 25y}{30x + 30y}$

b. $\dfrac{7a - 7b}{14a - 14b}$

c. $\dfrac{4x + 28y}{x + 7y}$

d. $\dfrac{256a^2 - 1}{16a + 1}$

e. $\dfrac{27x - 27y}{81x - 81y}$

f. $\dfrac{12x - 108y}{x - 9y}$

g. $\dfrac{225a^2 - 1}{15a + 1}$

h. $\dfrac{169a^2 + 1}{13a + 1}$

i. $\dfrac{8x + 56y}{x + 7y}$

j. $\dfrac{16x - 16y}{42x - 42y}$

Teken:

Datum:

80 Faktoriseer selfs nog meer algebraïese uitdrukkings

Hersien:

$x^2 + 5x + 6$

Albei bewerkings is positief.

$= x^2 + 5x + 6$

3 × 2 = 6

3 + 2 = 5

$= (x + 3)(x + 2)$

	x	$+\ 3$
x	x^2	$3x$
$+\ 2$	$2x$	6

$x^2 - 5x + 6$

$(x - 3)(x - 2)$

	x	$-\ 2$
x	x^2	$-2x$
$-\ 3$	$-3x$	6

$x^2 - x - 6$

$(x - 3)(x + 2)$

	x	$+\ 2$
x	x^2	$2x$
$-\ 3$	$-3x$	-6

1. Faktoriseer:

Voorbeeld: $x^2 + 5x + 6$

$= (x + 3)(x + 2)$

	x	$+\ 3$
x	x^2	$3x$
$+\ 2$	$2x$	6

a. $x^2 + 3x + 2$

b. $x^2 + 4x + 3$

c. $x^2 + 6x + 5$

d. $x^2 + 8x + 12$

e. $x^2 + 4x + 4$

f. $x^2 + 12x + 20$

2. Faktoriseer:

Voorbeeld: $x^2 - 5x + 6$

$= (x - 3)(x - 2)$

	x	-2
x	x^2	$-2x$
-3	$-3x$	6

a. $x^2 - 6x + 9$

b. $x^2 - 4x + 3$

c. $x^2 - 6x + 8$

d. $x^2 - 9x + 8$

e. $x^2 - 12x + 20$

f. $x^2 - 7x + 6$

3. Faktoriseer:

Voorbeeld: $x^2 - x - 6$

$= (x - 3)(x + 2)$

	x	$+2$
x	x^2	$2x$
-3	$-3x$	-6

a. $x^2 - x - 12$

b. $x^2 - 3x - 10$

c. $x^2 - x - 2$

d. $x^2 - 2x - 24$

e. $x^2 - 2x - 15$

f. $x^2 - 2x - 8$

Probleemoplossing

Faktoriseer

$x^2 + 15x + 56$	$x^2 - 2x - 45$
$x^2 + 14x + 48$	$x^2 - x + 132$
$x^2 + 13x + 42$	$x^2 - 16x + 63$
$x^2 + 13x + 42$	$x^2 - 10x - 24$
$x^2 + 13x + 40$	$x^2 - x - 72$

Teken:

Datum:

81 Nog algebraïese vergelykings

Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

Voorbeeld 1:

$$-2x = 8$$
$$\frac{-2x}{-2} = \frac{8}{-2}$$
$$x = -4$$

Voorbeeld 2:

$$3x + 1 = 7$$
$$3x + 1 - 1 = 7 - 1$$
$$3x = 6$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$
$$x = 2$$

1. Los vir x op:

Voorbeeld:
$$x - 3 = 4$$
$$x - 3 + 3 = 4 + 3$$
$$x = 7$$

a. $x - 4 = 7$

b. $x - 4 = 9$

c. $x - 4 = 15$

d. $x - 3 = 8$

e. $x - 2 = 12$

f. $x - 5 = 9$

2. Los vir x op:

Voorbeeld:
$$-6x = -12$$
$$\frac{-6x}{-6} = \frac{-12}{-6}$$
$$x = 2$$

a. $-4x = -16$

b. $-x = -15$

c. $-7x = -28$

d. $-3x = -9$

e. $-3x = -21$

f. $-9x = -90$

g. $-3x = -18$

h. $-2x = -30$

i. $-5x = -25$

3. Los vir x op:

Voorbeeld:

$$4x - 3 = 9$$
$$4x - 3 + 3 = 9 + 3$$
$$4x = 12$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$$
$$x = 3$$

a. $4x - 4 = 4$

b. $2x - 15 = 1$

c. $8x - 8 = 8$

d. $2x - 15 = 1$

e. $5x - 10 = 10$

f. $12x - 9 = 27$

g. $6x - 15 = 15$

h. $7x - 5 = 9$

i. $2x - 3 = 3$

Probleemoplossing

Skryf 'n vergelyking vir elkeen en los dit op.

Gugu is nege jaar ouer as Sam. Gugu sal binne drie jaar twee keer so oud as Sam wees. Hoe oud is Gugu nou?

Pieter het vyf rekenaarspeletjies. Sara het twee keer soveel as Pieter. Thoko het twee speletjies meer as Sara en Pieter saam. Hoeveel speletjies het Thoko?

Thapelo het ses lekkers meer as Palesa. Hulle het altesaam 24 lekkers. Hoeveel lekkers het Palesa?

Melissa begin om geld in haar spaarvarkie te spaar. Sy begin met R5 in Januarie en spaar dubbel die bedrag in elke daaropvolgende maand. Hoeveel geld het sy ná ses maande gespaar?

Teken:

Datum:

82 Selfs nog meer algebraïese vergelykings

Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

Los vir x op:

$x^2 - 3x = 0$

$x(x - 3) = 0$ (maak seker dat die regterkant nul is en faktoriseer dan die linkerkant)

$x = 0$ of $x - 3 = 0$ (minstens een van die faktore = 0)

Dus $x = 0$ of $x = 3$ (tel 3 beide kante by om $x - 3 = 0$ op te los)

1. Los die volgende vergelykings op:

Voorbeeld:

$x^2 + 4x = 0$

$x(x + 4) = 0$

$x = 0$ *of* $x + 4 = 0$

$x = 0$ *of* $x = -4$

a. $a^2 + 8a = 0$

b. $t^2 + 9t = 0$

c. $x^2 + 7x = 0$

d. $x^2 + 5x = 0$

e. $q^2 + 12q = 0$

f. $q^2 + 10q = 0$

g. $b^2 + 6b = 0$

h. $m^2 + 2m = 0$

i. $s^2 + 4s = 0$

j. $y^2 + 2y = 0$

2. Los vir x op:

Voorbeeld:
$2x^2 + 4x = 0$
$2x(x + 2) = 0$
$2x = 0$ of $x + 2 = 0$
$\frac{2x}{2} = \frac{0}{2}$ of $x + 2 - 2$
$= -2$
$\therefore x = 0$ of $x = -2$

a. $5x^2 + 10x = 0$

b. $2a^2 + 2a = 0$

c. $12p^2 + 24p = 0$

d. $6a^2 + 12a = 0$

e. $8b^2 + 8b = 0$

f. $7x^2 + 28x = 0$

g. $3x^2 + 9x = 0$

h. $4x^2 + 12x = 0$

i. $9b^2 + 27b = 0$

j. $2x^2 + 8x = 0$

Hoe vinnig kan jy vir x oplos?

Doen die omgekeerde bewerking.

a. $9x^2 + 15x = 0$
b. $x^3 + x^2 = 0$
c. $x^2 - 121 = 0$
d. $12x^2 + 9x = 0$
e. $3x^2 - 27x = 0$
f. $x^2 - 4 = 0$
g. $x^2 - 11x = 0$
h. $4x^2 + 100x = 0$
i. $7x^2 + 49x = 0$
j. $5x^2 - 225x = 0$

Teken:

Datum:

83 Steeds nog meer algebraïese vergelykings

Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

Los vir x op as $x^2 - 25 = 0$

Minstens een faktor = 0

$(x + 5)(x - 5) = 0$

[Faktoriseer die verskil van twee vierkante aan die linkerkant.]

Tel –5 by aan albei kante van die vergelyking.

$x + 5 = 0$ of $x - 5 = 0$

Tel 5 by aan albei kante van die vergelyking.

Dus $x = -5$ of $x = 5$

1. Los vir x op:

Voorbeeld: Los vir x op as $x^2 - 16 = 0$

$(x + 4)(x - 4) = 0$

$x = -4$ of $x = 4$

a. $x^2 - 9 = 0$

b. $x^2 - 36 = 0$

c. $x^2 - 25 = 0$

d. $x^2 - 169 = 0$

e. $x^2 - 4 = 0$

f. $x^2 - 100 = 0$

g. $x^2 - 64 = 0$

h. $x^2 - 144 = 0$

i. $x^2 - 16 = 0$

j. $x^2 - 225 = 0$

2. Los vir x op: $x^2 - 6{,}25 = 0$

3. Brei uit:

Voorbeeld: $(x + 4)(x - 4) = 0$

$x^2 - 16 = 0$

a. $(x + 2)(x - 2) = 0$

b. $(x + 7)(x - 7) = 0$

c. $(x + 5)(x - 5) = 0$

d. $(x + 9)(x - 9) = 0$

e. $(x + 3)(x - 3) = 0$

f. $(x + 8)(x - 8) = 0$

g. $(x + 11)(x - 11) = 0$

h. $(x + 12)(x - 12) = 0$

i. $(x + 10)(x - 10) = 0$

j. $(x + 14)(x - 14) = 0$

4. Bereken: $(x + 1{,}2)(x - 1{,}2) = 0$

Hoe vinnig kan jy dit oplos?

Los vir x op.

$x^2 - 1 = 0$	$x^2 - 16 = 0$
$x^2 - 400 = 0$	$x^2 - 81 = 0$
$x^2 - 256 = 0$	

Teken:

Datum:

15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

84 Algebraïese vergelykings en volume

Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

'n Reghoekige prisma met die volgende afmetings:

Lengte = $(2x)$ cm
Breedte = $(x - 1)$ cm
Hoogte = $(2x + 2)$ cm

Volume = lengte × breedte × hoogte

$l \times b \times h$

$= (2x) \text{ cm} \times (x - 1) \text{ cm} \times (2x + 2) \text{ cm}$

$= (2x)(x - 1) \times (2x + 2) \text{ cm}^3$

$= (2x^2 - 2x) \times (2x + 2) \text{ cm}^3$

$= 4x^3 + 4x^2 - 4x^2 - 4x \text{ cm}^3$

$= 4x^3 + 4x \text{ cm}^3$

1. Bepaal die volume van hierdie prismas deur die formule daarvoor te gebruik.

a. $l = 4x$ cm
b = $4x$ cm
h = $5x$ cm

b. $l = 3x$ cm
b = $x + 3$ cm
h = $x + 1$ cm

c. $l = 2x + 2$ cm
b = $x + 3$ cm
h = x cm

d. $l = 4x$ cm
b = $x + 2$ cm
h = $3x + 1$ cm

e. $l = 4x$ cm
b = $x + 1$ cm
h = $x + 2$ cm

f. $l = 2x$ cm
b = $2x + 3$ cm
h = $3x + 1$ cm

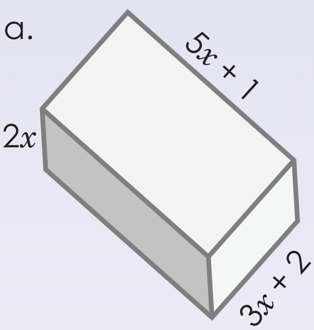
g. $l = 8x$ cm
$b = 5x$ cm
$h = 10x$ cm

h. $l = (3x + 2)$ cm
$b = (4x + 1)$ cm
$h = 5x$ cm

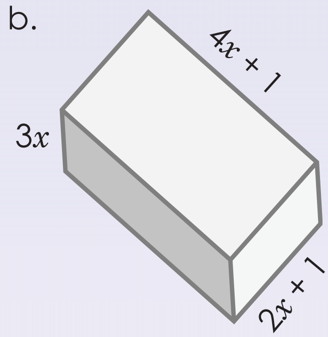
i. $l = (3x + 4)$ cm
$b = (2x + 3)$ cm
$h = 5x$ cm

2. Bereken die volume van hierdie prismas in terme van x.

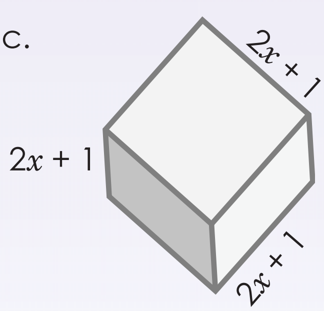
a.



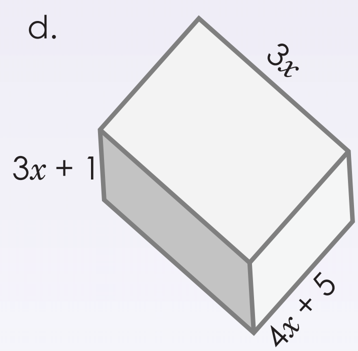
b.



c.



d.



Probleemoplossing

Kyk in die klaskamer of by jou huis rond en skep jou eie probleemsomme deur items soos kartondose en reghoekige prismahouers (sneesdoekiedose, kosblikke, potloodsakkies, ens) te meet. As $x = 3$, bereken die werklike volumes in vraag 2.

Teken:

Datum:

85 Algebraïese vergelykings: substitusie

Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

$y = 2x^2 + 4x + 3$. Bereken y as $x = -2$:

$y = 2(-2)^2 + 4(-2) + 3$ of $= 8 - 8 + 3$ $= 3$	$y = 2x(x + 2) + 3$ $= 2(-2)(-2 + 2) + 3$ $= 2(-2)(0) + 3$ $= 0 + 3$ $= 3$

1. Bereken die waarde van y as $x = -1$ deur albei metodes te gebruik.

Voorbeeld:

$y = 3x^2 + 6x + 2$
$y = 3(-1)^2 + 6(-1) + 2$
$= 3 - 6 + 2$
$= -1$

of

$y = 3x^2 + 6x + 2$
$= 3x(x + 2) + 2$
$= 3(-1)(-1 + 2) + 2$
$= 3(-1)(1) + 2$
$= -3 + 2$
$= -1$

a. $y = 2x^2 + 8x + 3$

b. $y = 7x^2 + 14x + 1$

c. $y = 2b^2 + 4b + 5$

b. $y = 3x^2 + 9x + 5$

Kwartaal 3

e. $y = 3x^2 + 6x + 5$

f. $y = 6x^2 + 12x + 4$

g. $y = 5x^2 + 10x + 2$

h. $y = 4a^2 + 8a + 2$

i. $y = 3n^2 + 6x + 3$

j. $y = 2x^2 + 6x + 5$

Probleemoplossing

Vervang die veranderlike met die gegewe waarde en bereken.

$y = x^2 + 5x + 3;\ x = -2$

$y = 4x^2 + 10x + 15;\ x = 3$

$y = 2x^2 + 7x - 14;\ x = 3$

$y = x^2 + 9x - 7;\ x = 4$

$y = 5x^2 + 6x + 12;\ x = -6$

Teken:

Datum:

86a Gebruik algebraïese uitdrukkings om die praktiese probleme op te los

Lees en bespreek die volgende voordat jy die probleme oplos.
Probeer om dit te verstaan en dit nie net te memoriseer nie.

Ja, jy moet soms formules en metodes memoriseer, maar dan moet jy seker maak dat jy aan jouself en aan ander leerders kan verduidelik hoe dit werk.

As jy vashaak terwyl jy probeer om 'n vergelyking op te los, probeer dan om die probleem vanuit 'n ander oogpunt te beskou. Is daar 'n ander manier om na die probleem te kyk? Is daar 'n ander manier om dit te doen? Kan jy 'n gedeelte van die probleem eers oplos?

As jy byvoorbeeld moet demonstreer of 'n uitdrukking positief of negatief is, en jy kan dit nie algebraïes doen nie, kan 'n grafiese metode jou moontlik help.

1. Skryf 'n vergelyking vir elkeen van die volgende neer en los dit op.

a. 331 leerders gaan op 'n skooluitstappie. Die leerders word in ses busse vervoer, maar sewe leerders ry in motors saam. Hoeveel leerders is daar in elke bus?

b. Bongiwe het R24 om sewe potlode te koop. Nadat sy die potlode gekoop het, het sy R10 oor. Hoeveel het elke potlood gekos?

c. Die som van drie opeenvolgende getalle is 72. Wat is die kleinste van hierdie getalle?

d. Die som van drie opeenvolgende ewe getalle is 48. Wat is die kleinste van hierdie getalle?

e. Jy koop 'n tydskrif vir R5 en ook vier uitveërs. Jy gee altesaam R25 uit. Hoeveel het elke uitveër gekos?

Teken:

Datum:

vervolg ☛

Gebruik algebraïese uitdrukkings om die praktiese probleme op te los vervolg

f. Suzanne het baie kartondose. Sy koop nog sewe dose. 'n Week later word die helfte van al haar kartondose beskadig. Daar is net 22 onbeskadigde dose oor. Met hoeveel kartondose het sy begin?

g. Riana gee die helfte van haar maandelikse toelae aan selfoonlugtyd uit. Om haar te help om meer geld te verdien, laat haar ouers haar toe om hul motor vir R40 te was en dit te stofsuig. Wat is haar maandelikse toelae as sy R120 oorhou?

h. Rebekka het 'n klompie lekkers om aan haar vier maats te gee. Sy hou 10 lekkers vir haarself en verdeel dan die res gelykop tussen haar maats. Elke maat kry twee lekkers. Met hoeveel lekkers het sy begin?

i. Hoe oud is ek as 400 minus twee maal my ouderdom 244 is?

j. Mpho verkoop die helfte van haar boeke en koop dan nog 16. Sy het nou 36 boeke. Met hoeveel boeke het sy begin?

k. Op 'n skooluitstappie het vier leerders per motor gereis en die res in nege busse. Hoeveel leerders was daar in elke bus as 472 leerders die uitstappie onderneem het?

Probleemoplossing

Skryf vyf van jou eie probleme neer en los dit op. Skryf die reël neer waarvolgens jou probleme opgelos kan word.

Teken:

Datum:

87 Nog 'n paar algebraïese vergelykings

Kyk na die voorbeeld. Bespreek dit.

Voorbeeld: Voltooi die tabel hierna vir x- en y-waardes vir die vergelyking: $y = 2x^2 - 3$

x	−2	−1	0	1	2
y	5	−1	−3	−1	5

$y = 2(-2)^2 - 3$
$= 2(4) - 3$
$= 8 - 3$
$= 5$

$y = 2(-1)^2 - 3$
$= 2(1) - 3$
$= 2 - 3$
$= -1$

$y = 2(0)^2 - 3$
$= 0 - 3$
$= -3$

$y = 2(1)^2 - 3$
$= 2 - 3$
$= 2 - 3$
$= -1$

$y = 2(2)^2 - 3$
$= 8 - 3$
$= 5$

1. Voltooi die tabel hierna vir x- en y-waardes vir die vergelyking:

a. $y = 3x^2 - 4$

x	−2	−1	0	1	2
y					

b. $y = 4x^2 - 3$

x	−2	−1	0	1	2
y					

c. $y = 2x^2 - 1$

x	−2	−1	0	1	2
y					

d. $y = 5x^2 - 7$

x	−2	−1	0	1	2
y					

e. $y = 5x^2 - 3$

x	−2	−1	0	1	2
y					

f. $y = 2x^2 - 2$

x	−2	−1	0	1	2
y					

g. $y = 3x^2 - 6$

x	−2	−1	0	1	2
y					

h. $y = 4x^2 - 2$

x	−2	−1	0	1	2
y					

i. $y = 2x^2 - 6$

x	−2	−1	0	1	2
y					

2. Voltooi die tabel hierna vir x- en y-waardes vir die vergelyking:

Voorbeeld: $y = x^2 - 2$

x	−3	−2	0	1	3
y	7	2	−2	−1	7

$y = (-3)^2 - 2$
$= 9 - 2$
$= 7$

$y = (-2)^2 - 2$
$= 4 - 2$
$= 2$

$y = (0)^2 - 2$
$= 0 - 2$
$= -2$

$-1 = x^2 - 2$
$x^2 = 1$
$x = 1$

$7 = x^2 - 2$
$x^2 = 9$
$x = 3$

a. $y = x^2 - 3$

x	−5	−3	0		
y				1	13

b. $y = x^2 - 10$

x	−4	−2	0		
y				15	26

c. $y = x^2 - 4$

x	−7	−5	0		
y				21	96

d. $y = x^2 - 1$

x	−2	−1	0		
y				48	63

e. $y = x^2 - 7$

x	−2	−1	0		
y				74	93

f. $y = x^2 - 9$

x	−2	−1	0		
y				16	27

g. $y = x^2 - 5$

x	−2	−1	0		
y				−1	4

h. $y = x^2 - 8$

x	−2	−1	0		
y				−4	8

i. $y = x^2 - 6$

x	−2	−1	0		
y				− 5	3

Nog vergelykings ...

Kies jou eie waardes vir die veranderlikes. Trek tabelle en los vir y op.

$y = 3x^2 - 4$ $y = 2x^2 - 6$ $y = 5p^2 - 10$ $y = 6x^2 - 5$ $y = q^2 - 1$

Teken:

Datum:

88a Interpretasie van grafieke

'n **Lineêre vergelyking** is 'n vergelyking met een of meer veranderlikes wat deur 'n reguitlyn op 'n grafiek voorgestel kan word. Die vergelyking word nooit gekwadreer of as vierkantswortel geskryf nie. Voorbeeld: $y = x + 2$.

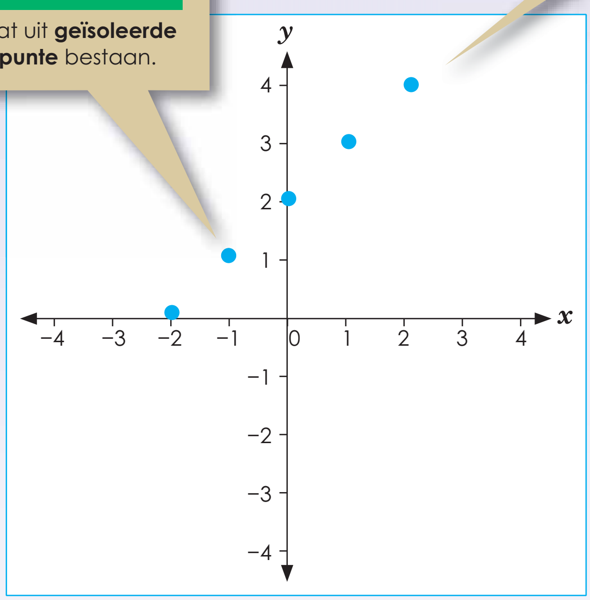
Kies 'n paar waardes vir x.

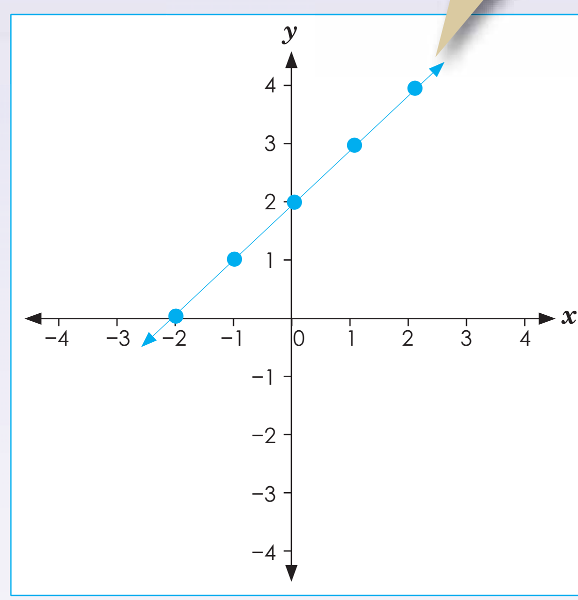
x	$y = x + 2$	Geordende paar (koördinate)
−2	−2 + 2 = 0	(−2, 0)
−1	−1 + 2 = 1	(−1, 1)
0	0 + 2 = 2	(0, 2)
1	1 + 2 = 3	(1, 3)
2	2 + 2 = 4	(2, 4)

Stip nou hierdie gekose punte op die assestelsel.

Wanneer jy 'n lyn deur al die punte trek en die lyn in albei rigtings verleng, kry jy 'n **kontinue funksie.**

Hierdie is 'n **diskrete funksie** wat uit **geïsoleerde punte** bestaan.





1. Beantwoord die volgende vrae:

a. Wat beteken lineêr?

b. Is $y = x + 3$ lineêr of nie-lineêr? Teken dit.

c. Is $y = x^2 + 2$ lineêr of nie-lineêr? Teken dit.

d. Vergelyk jou antwoorde in b en c. Maak eksponente 'n vergelyking lineêr of nie-lineêr?

Teken:

Datum:

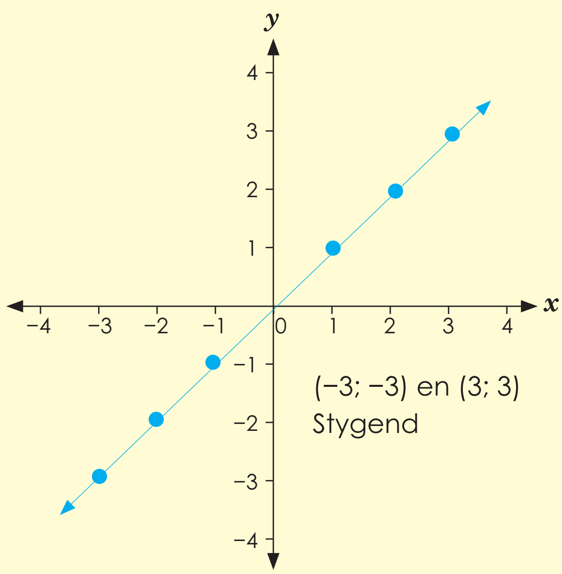
vervolg ☛

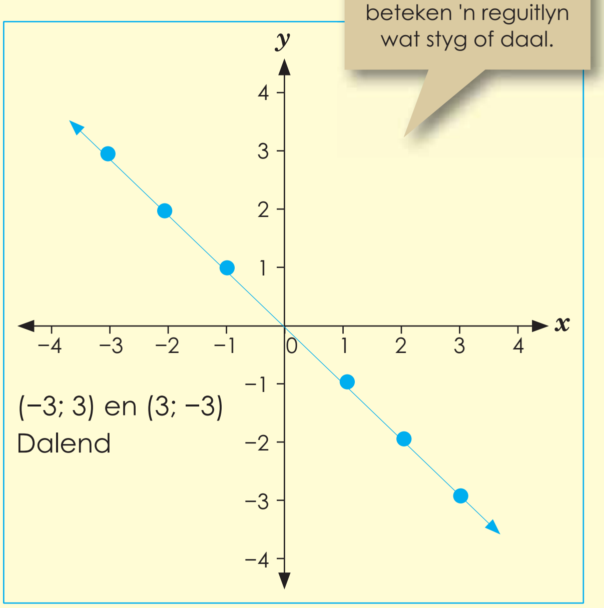
88b Interpretasie van grafieke vervolg

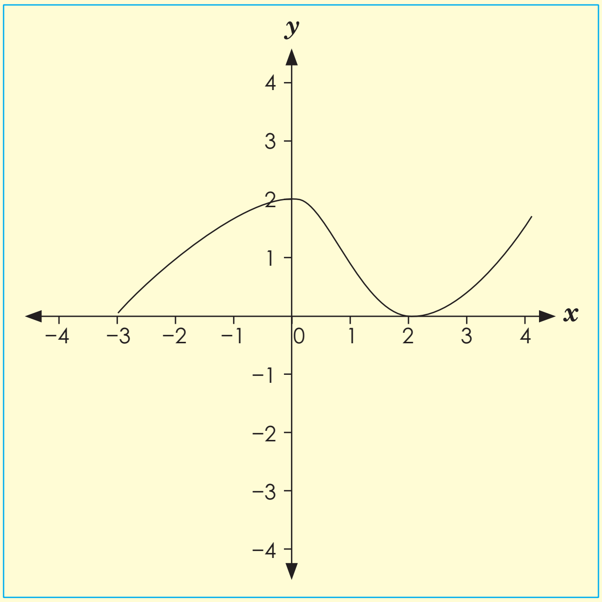
Kyk na die voorbeelde. Bespreek dit.

Voorbeeld:

'n Lineêre grafiek beteken 'n reguitlyn wat styg of daal.







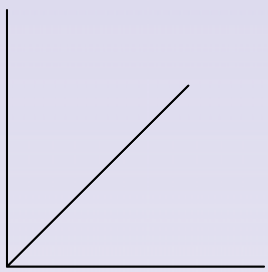
As 'n grafiek in 'n geboë lyn styg of daal, is dit 'n **nielineêre grafiek.**

'n Nielineêre grafiek is nie 'n reglynige grafiek nie.

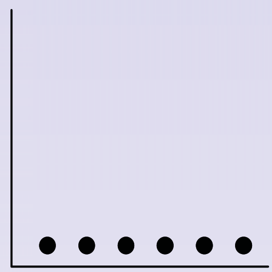
Kwartaal 3

2. **Beskryf elke grafiek deur die woorde wat op hierdie werkblad in groen uitgelig is, te gebruik.**

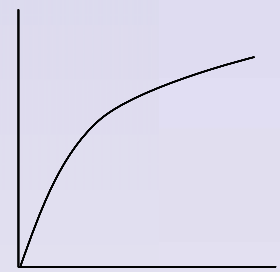
a.



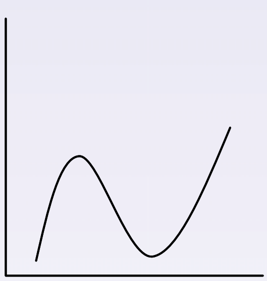
b.



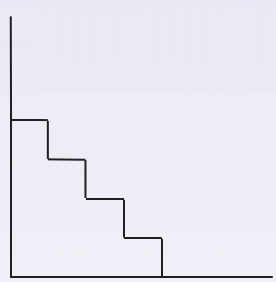
c.



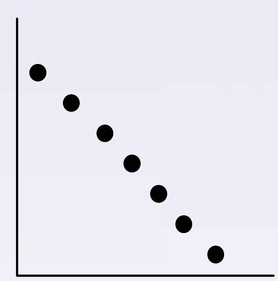
d.



e.



f.



Probleemoplossing

Trek 'n grafiek wat vier van die kenmerke, wat in hierdie werkblad geleer is, insluit.

Teken:

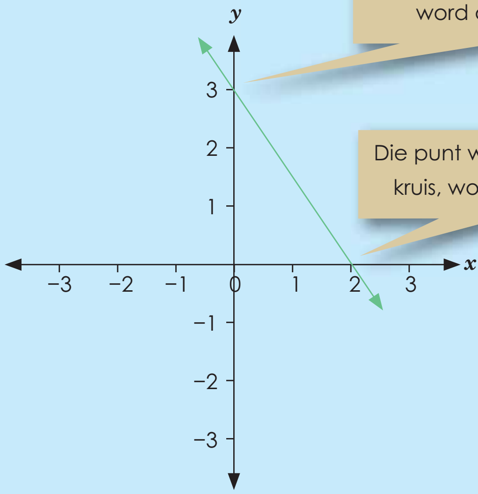
Datum:

89 x-afsnit en y-afsnit

Lees en bespreek.

Die punt waarby die lyn die y-as kruis, word die ***y*-afsnit** genoem.

Die punt waarby die grafiek die x–as kruis, word die ***x*-afsnit** genoem.



Die y-afsnit is die punt op die grafiek waar die waarde van x nul is: ***y*-afsnit = (0, *y*)**

Die x-afsnit is die punt op die grafiek waar die waarde van die y nul is: ***x*-afsnit = (*x*, 0)**

Voorbeeld: Bepaal die x en y afsnitte van die grafiek van $y = 2x - 7$:

Om die y-afsnit te bepaal, vervang x met 0.

$y = 2(0) - 7$

$y = -7$

Om die x-afsnit te bepaal, vervang y met 0.

$0 = 2x - 7$

$2x = 7$

$x = \frac{7}{2}$

Die y-afsnit is by punt $(0, -7)$ en die x-afsnit is by punt $(\frac{7}{2}, 0)$

Dink terug:

TOE

Dink terug aan die tyd toe jy in die laerskool was: Jou werkblaaie het stellings bevat soos

$\boxed{} + 3 = 4$ en jy moes die raampie invul.

NOU

Nou kan jy sê "$x + 3 = 4$"

Maak van funksienotasie gebruik:

Hierdie y = vergelykings is **funksies**. $f(x)$ is die simbool vir 'n funksie wat 'n enkelveranderlike insluit (wat in hierdie geval x is).

Voorheen sou ons gesê het:

$y = 2x + 5$; los vir y op as $x = -2$.

Nou kan jy sê: $f(x) = 2x + 5$, bepaal $f(-2)$.

Voorbeeld: $f(x) = 2x + 5$, bepaal $f(-2)$

$$\begin{aligned} f(-2) &= 2(-2) + 5 \\ &= -4 + 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Kom ons gaan voort met x- en y-afsnitte.

Bepaal die x- en y-afsnitte van $y = f(x) = x^2 + x - 2$.

Om die x-afsnitte te bepaal, los ons die volgende op:

$f(x) = x^2 + x - 2$

$0 = x^2 + x - 2$

$0 = (x + 2)(x - 1)$

$x = 1$ of $x = -2$

Om die y-afsnitte te bepaal, vervang ons x met nul:

$f(0) = (0)^2 + (0) - 2.$

$y = 0^2 + 0 - 2$

$y = -2$

Dus is x-afsnitte $(1, 0)$ en $(-2, 0)$ en y-afsnitte $(0, -2)$.

1. Bepaal die x- en y-afsnitte.

Voorbeeld: Om die y-afsnit te bepaal, vervang x deur 0.
$y = 2(0) - 7$
$y = -7$

Om die x-afsnit te bepaal, vervang y deur 0.
$0 = 2x - 7$
$2x = 7$
$x = \frac{7}{2} = 3.5$

a. $y = 2x + 4$

b. $y = 2x + 7$

c. $y = 2x - 5$

d. $y = 3x - 6$

e. $y = -4x - 1$

f. $y = -3x - 2$

2. Bepaal die x- en y-afsnitte.

a. $y = x^2 + 2x + 1$

b. $y = x^2 + 3x - 2$

c. $y = x^2 + 4x - 2$

d. $y = x^2 + 5x - 4$

e. $y = x^2 - 2x - 1$

f. $y = x^2 - 4x + 3$

Probleemoplossing

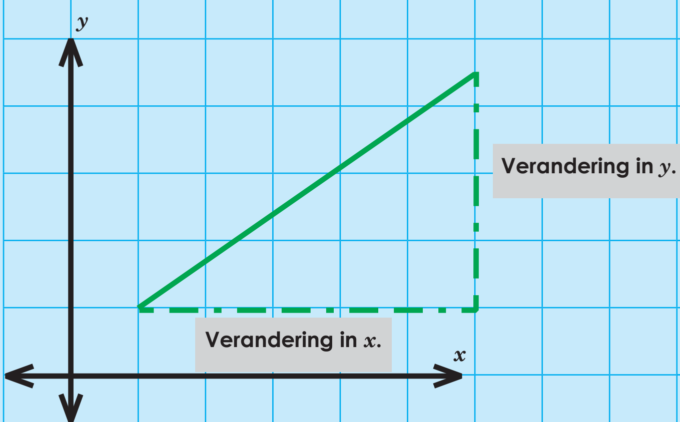
As die x-afsnit 4 is, wat kan die y-afsnit dan wees?

Teken:

Datum:

Interpretasie van grafieke: gradiënt

Beweeg altyd van links na regs om hellings en styd/daal te bepaal.



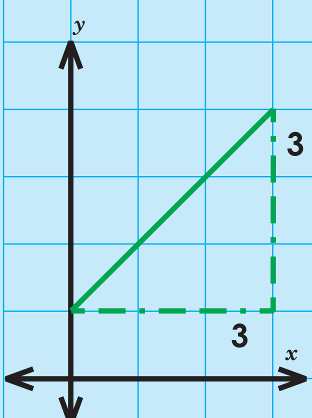
Verandering in hoogte.

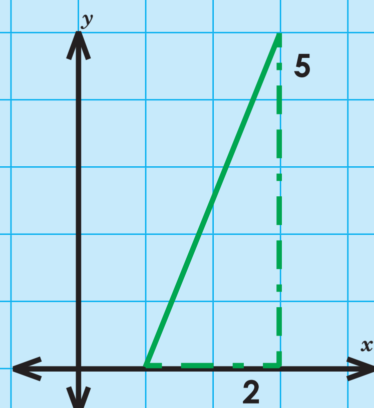
Gradiënt: $\frac{Verandering\ in\ y}{Verandering\ in\ x}$

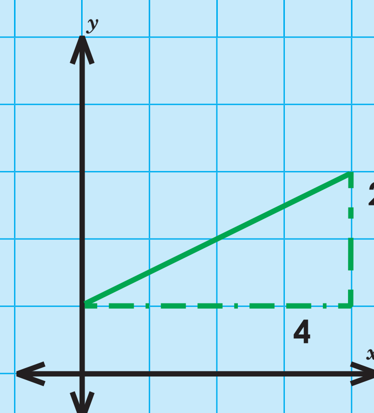
Verandering in horisontale afstand.

Wanneer van die linkerkant af begin word, met die lyn wat na regs boontoe beweeg, is dit 'n positiewe gradiënt.

Kyk na hierdie voorbeelde:







Die gradiënt van die lyn is $\frac{3}{3} = 1$

$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2{,}5$

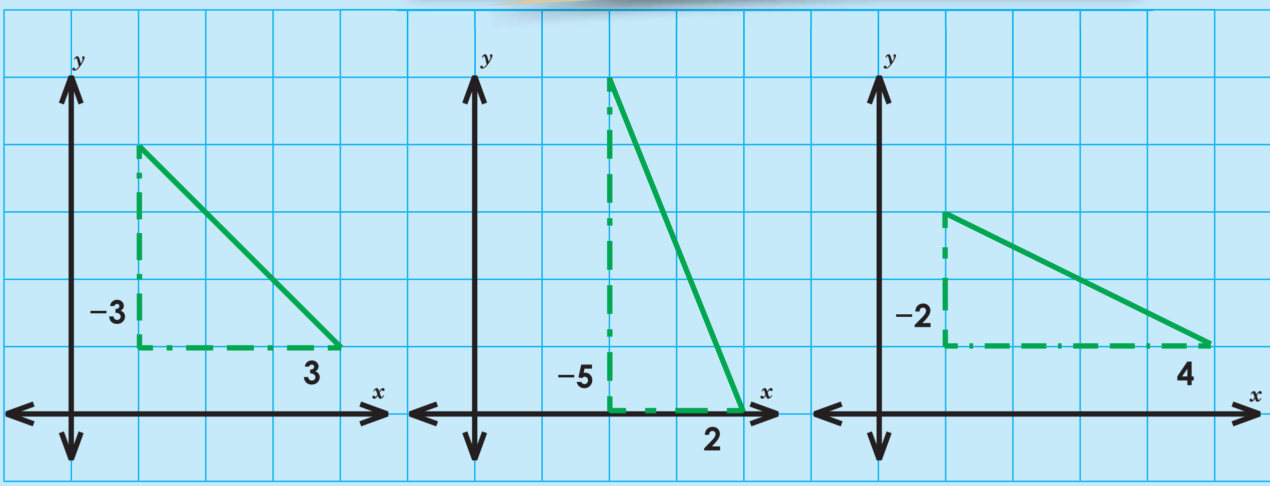
Die lyn is steiler, dus is die gradiënt groter.

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Die lyn is minder steil, dus is die gradiënt kleiner.

Negatiewe gradiënt:

Wanneer van die linkekant af begin word, met die lyn wat na regs ondertoe beweeg, is dit 'n **negatiewe** gradiënt.



Die gradiënt is:

$\frac{-3}{3}$

$= -1$

$\frac{-5}{2}$

$= -2\frac{1}{2}$

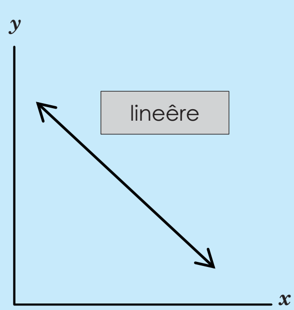
$= -2{,}5$

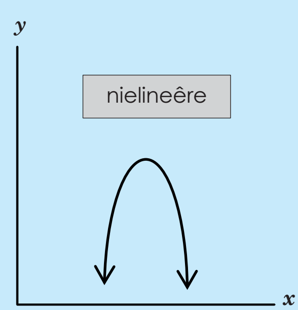
$\frac{-2}{4}$

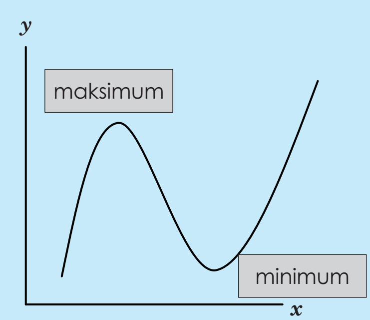
$= -\frac{1}{2}$

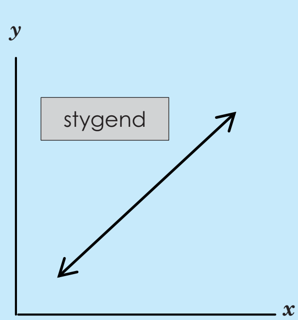
$= -0{,}5$

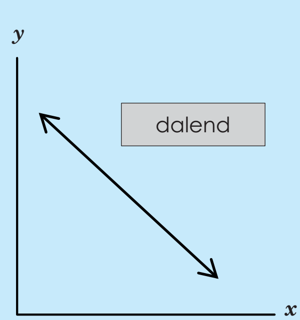
Onthou jy nog hierdie terme wat vir lineêre en nielineêre grafieke gebruik word?











Teken:

Datum:

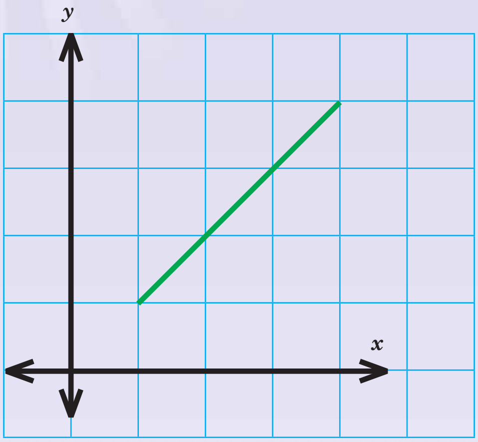
vervolg ☛

Interpretasie van grafieke: gradiënt

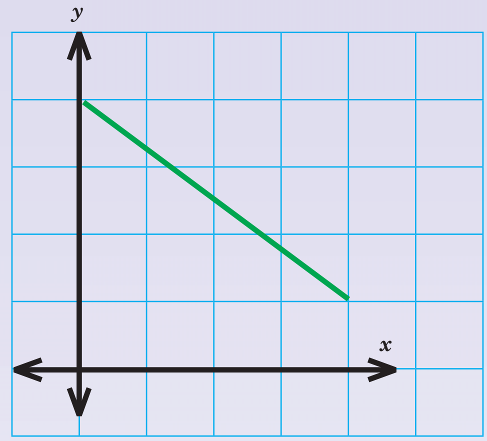
vervolg

1. **Wat is die gradiënte van hierdie lyne?**

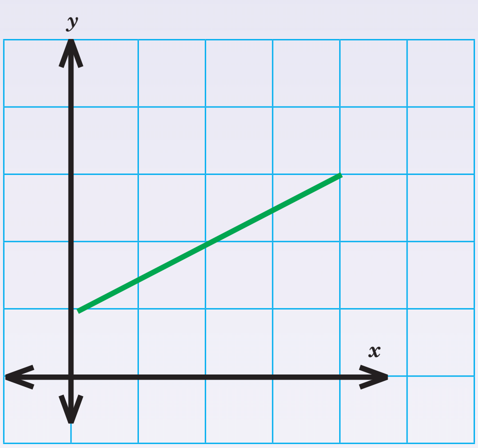
a.



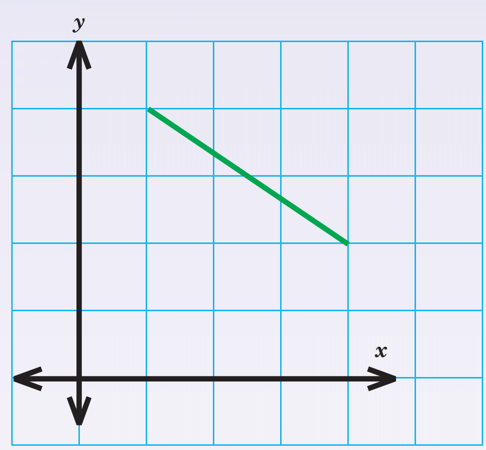
b.



c.

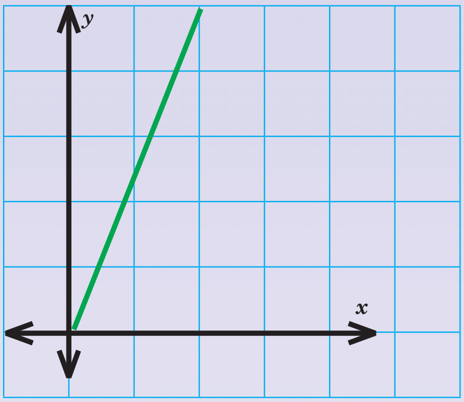


d.

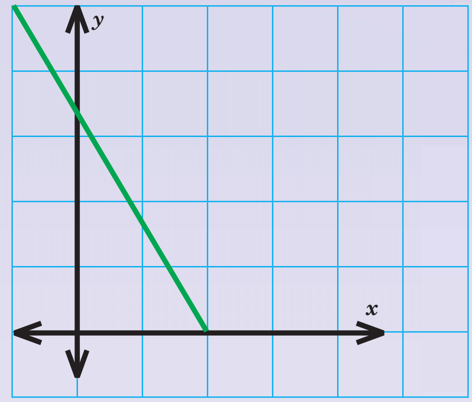


2. Wat is die gradiënte van hierdie lyne?

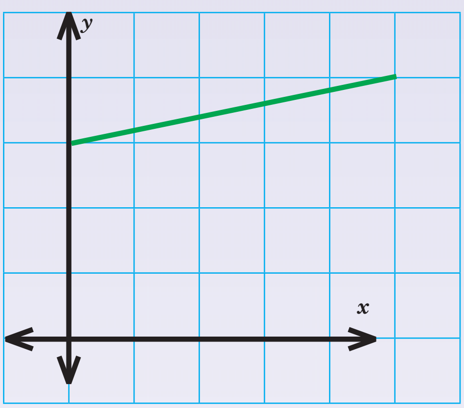
a.



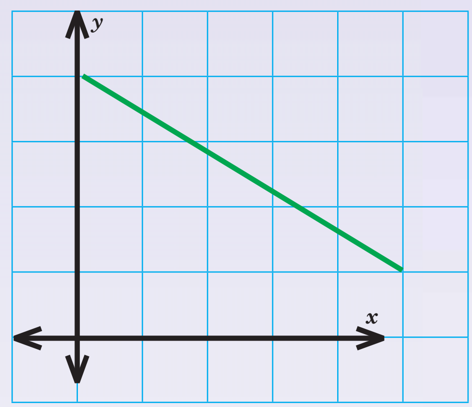
b.



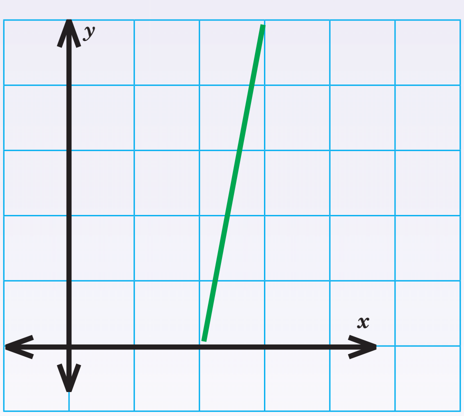
c.



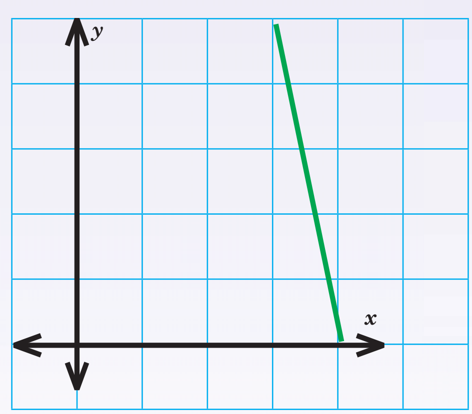
d.



e.



f.



Probleemoplossing

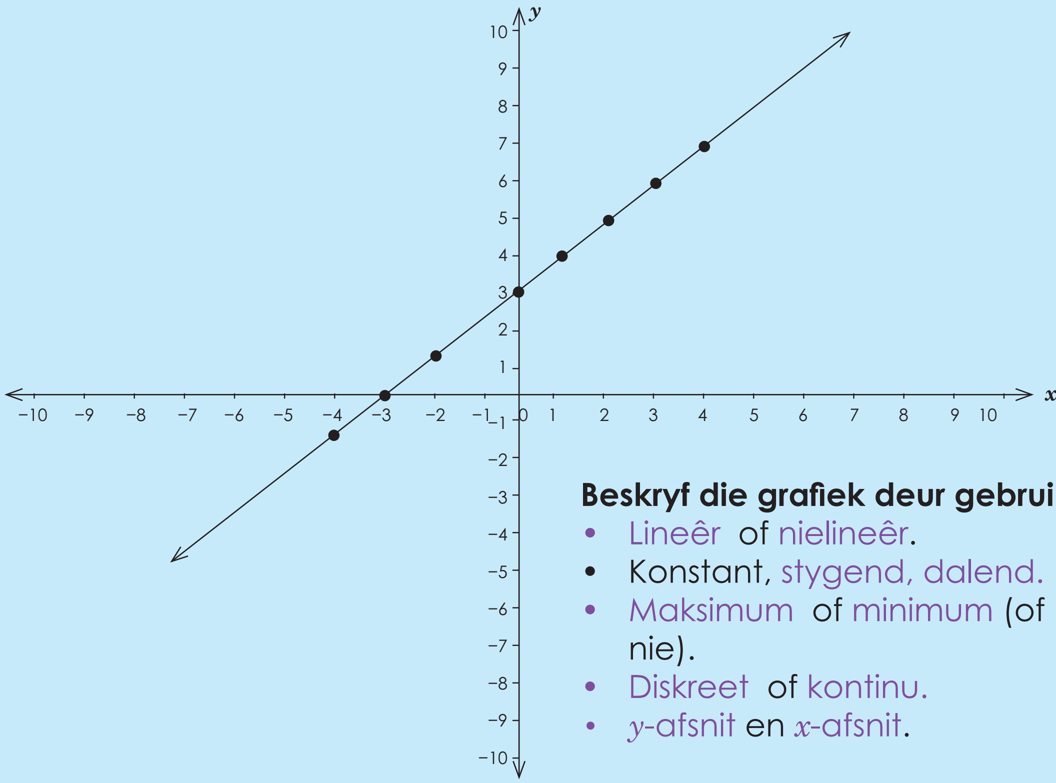
Hoe sal jy die gradiënt van enige voorwerp by jou huis bepaal?

Teken:

Datum:

91 Gebruik tabelle van geordende pare

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−1	0	1	2	3	4	5	6	7



Beskryf die grafiek deur gebruik te maak van:

- Lineêr of nielineêr.
- Konstant, stygend, dalend.
- Maksimum of minimum (of nie toepaslik nie).
- Diskreet of kontinu.
- y-afsnit en x-afsnit.

1. Stip die volgende op die Cartesiese vlak. Gebruik 'n paar van bogenoemde woorde om die grafieke te beskryf.

a.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5

b.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3

c.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	2	−1	−2	−3	−4

d.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	1	0	1	2	3	4	5	6	7

e.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	18	11	6	3	0	3	6	11	18

f.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−2	0	2	0	−2	0	2	0	−2

Probleemoplossing

Skep jou eie tabel met geordende pare en 'n diagram wat 'n lineêre grafiek toon wat die x-as en y-as sny.

Teken:

Datum:

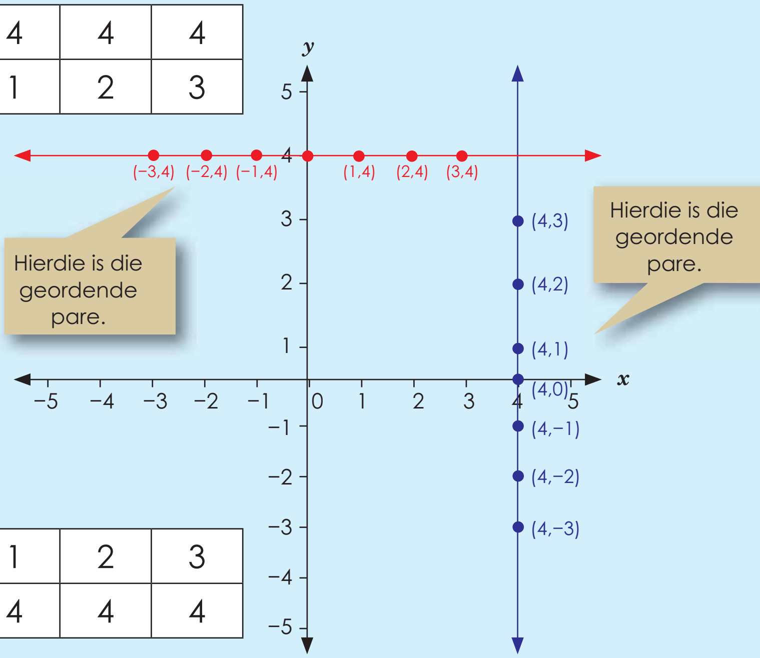
92 Nog grafieke

$x = 4$

In hierdie vergelyking word al die waardes van y, $x = 4$ as 'n reguit vertikale lyn gestip. Ons kan sê dat die vergelyking onafhanklik van y is.

As jy dit in 'n tabel skryf, lyk dit so:

x	4	4	4	4	4	4	4
y	−3	−2	−1	0	1	2	3



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	4	4	4	4	4	4	4

$y = 4$

Hierdie vergelyking is onafhanklik van x, dus ook vir alle waardes van x, $y = 4$. Dit word as 'n reguit horisontale lyn gestip.

1. Trek en vergelyk die grafieke van:

a. $x = 3$
$y = 3$

x							
y							

b. $x = -2$
$y = -2$

x							
y							

c. $x = 5$
$y = 5$

x							
y							

d. $x = 7$
$y = 7$

x							
y							

e. $x = -6$
$y = 6$

x							
y							

f. $x = -8$
$y = 8$

x							
y							

Probleemoplossing

Trek en vergelyk die grafieke van $y = 2{,}5$ en $x = 2{,}5$.

Teken:

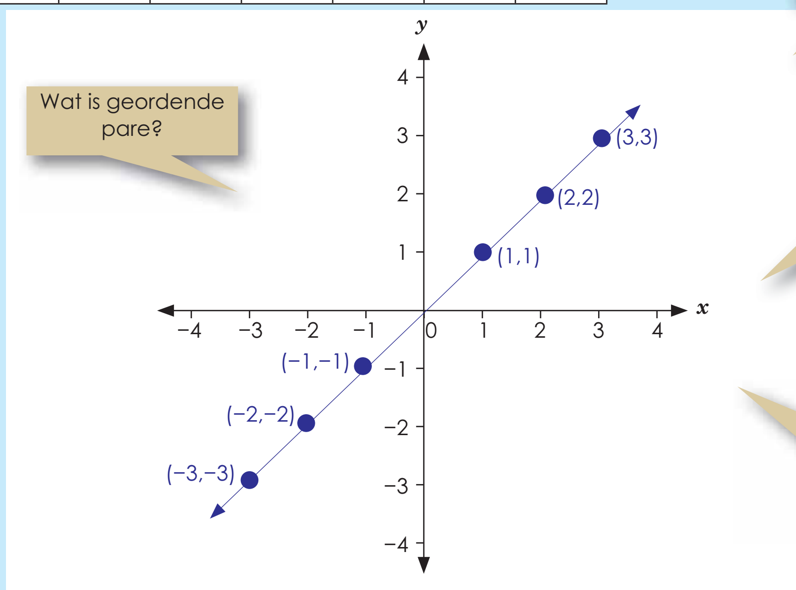
Datum:

93 Nog meer grafieke

$x = y$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−3	−2	−1	0	1	2	3

Is hierdie grafiek lineêr of nielineêr?



Is hierdie grafiek konstant, stygend of dalend?

Hoe sal hierdie grafiek lyk as dit dalend is?

1. Trek en vergelyk die grafieke. Gebruik die grafiekpapier op die volgende bladsy. Gebruik kleur en benoem die grafieke.

a. $x = y$ b. $x = -y$

c. $-x = y$ d. $-x = -y$

2. Beskryf elke grafiek.

a. Is die grafiek lineêr of nielineêr?

a.	b.	c.	d.

b. Is die grafiek konstant, stygend of dalend?

a.	b.	c.	d.

Probleemoplossing

Vergelyk grafiek a, b, c en d met mekaar.

Teken:

Datum:

Nog meer grafieke

Trek en vergelyk grafieke: $y = 2x$; $y = 2x + 1$; $y = 2x - 1$

$y = 2x$

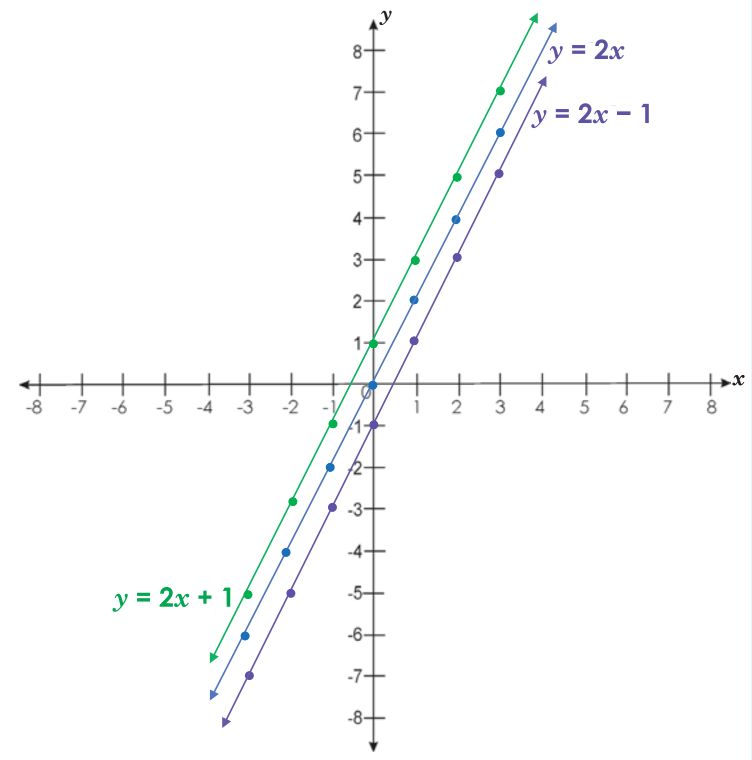
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−6	−4	−2	0	2	4	6

$y = 2x + 1$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−5	−3	−1	1	3	5	7

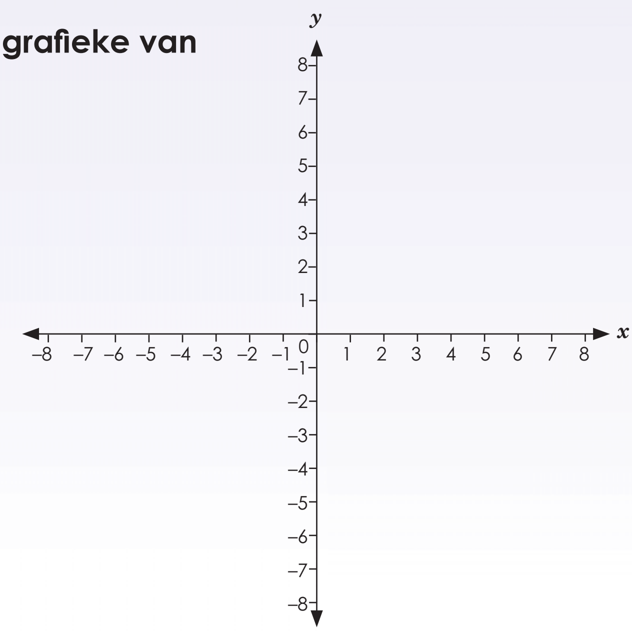
$y = 2x - 1$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−7	−5	−3	−1	1	3	5



1. Trek en vergelyk die grafieke van

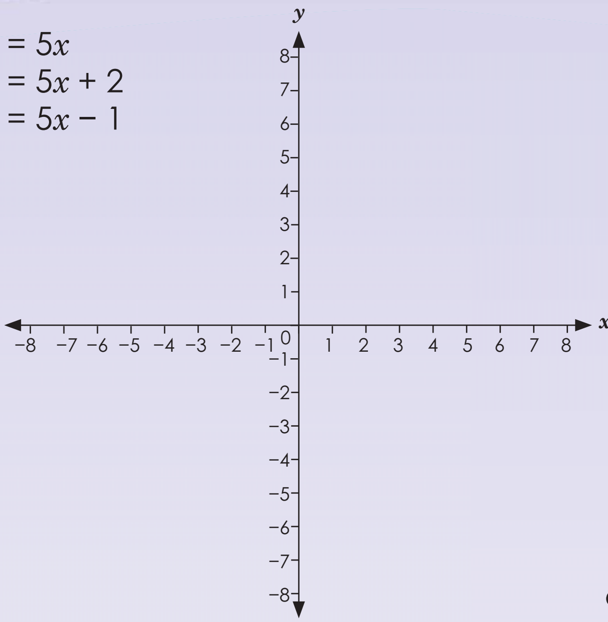
a. $y = 3x$
$y = 3x + 1$
$y = 3x - 1$



b. $y = 5x$

$y = 5x + 2$

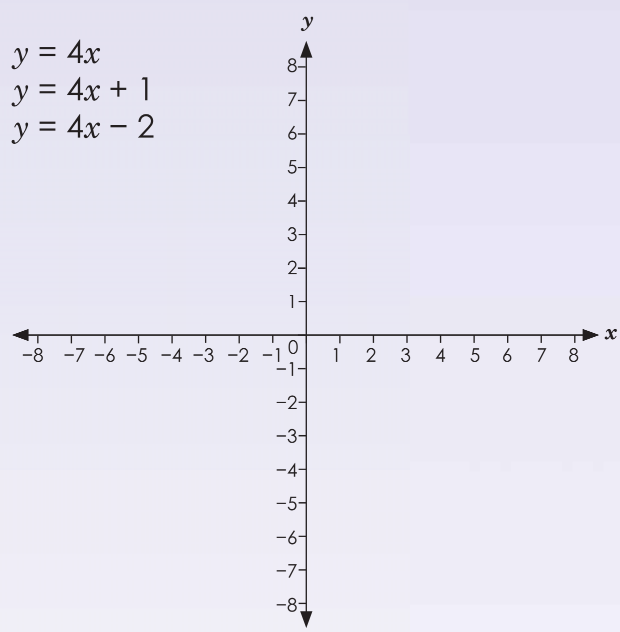
$y = 5x - 1$



c. $y = 4x$

$y = 4x + 1$

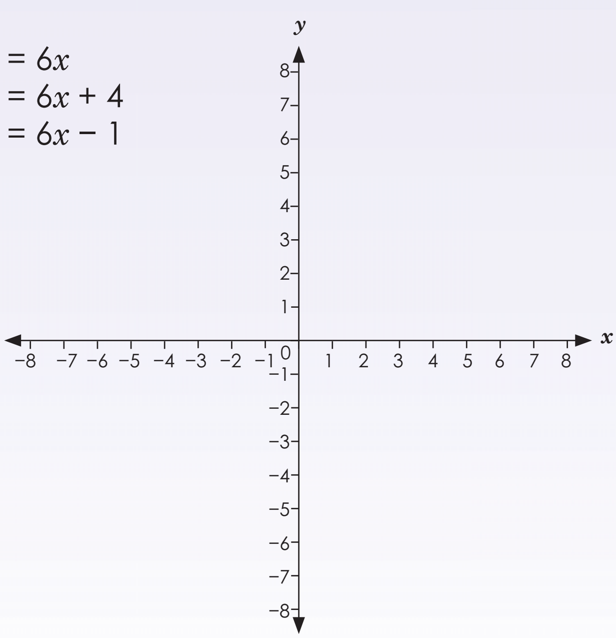
$y = 4x - 2$



d. $y = 6x$

$y = 6x + 4$

$y = 6x - 1$



Probleemoplossing

Trek en vergelyk die grafieke van $y = 6x$, $y = 6x + 1$ en $y = 6x - 1$

Teken:

Datum:

95 Trek en vergelyk grafieke

$y = 3x$

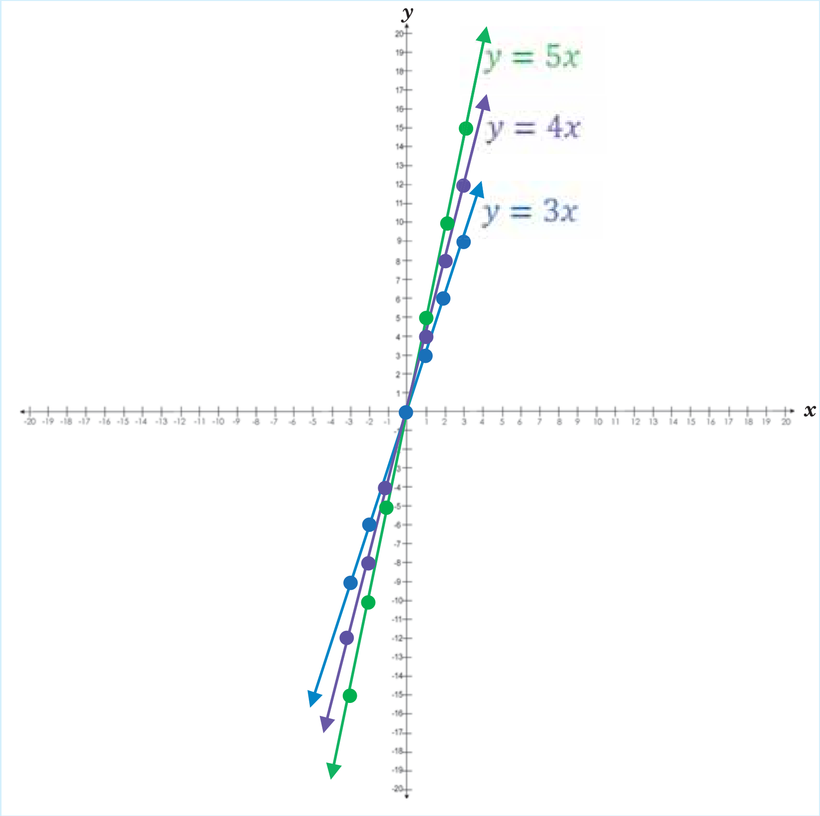
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−6	−3	0	3	6	9

$y = 4x$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−12	−8	−4	0	4	8	12

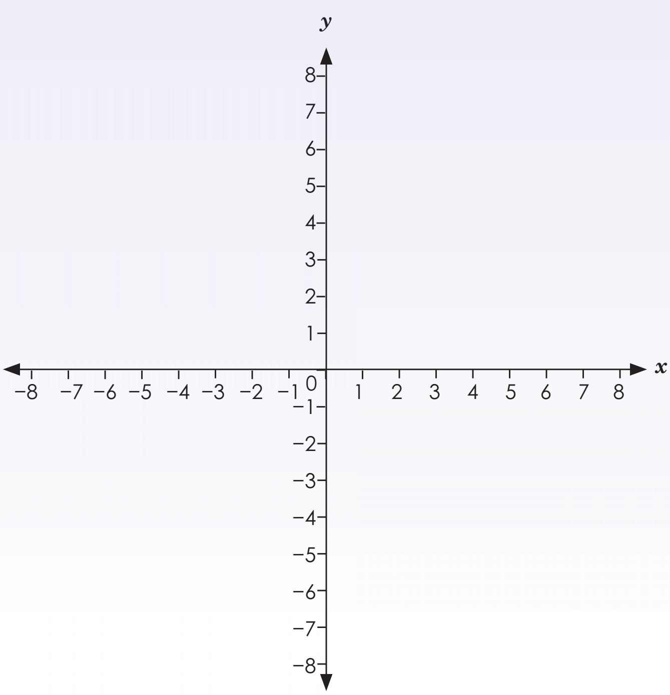
$y = 5x$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−15	−10	−5	0	5	10	15



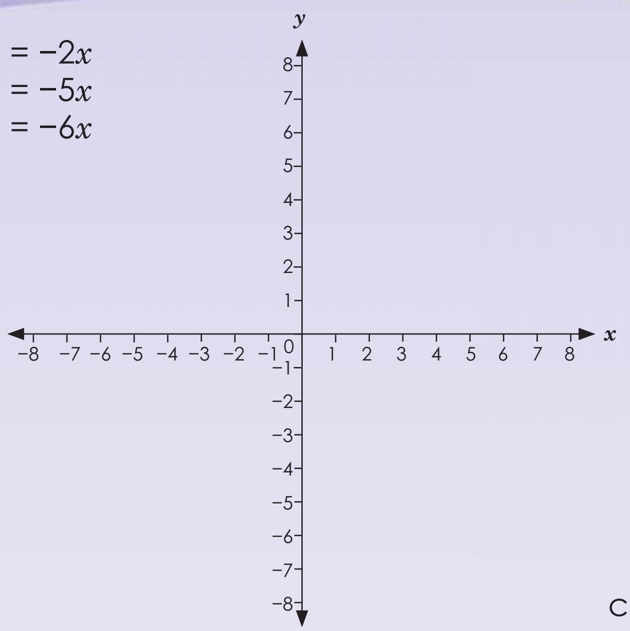
1. Trek, benoem en vergelyk die grafieke.

a. $y = 2x$
$y = 5x$
$y = 6x$

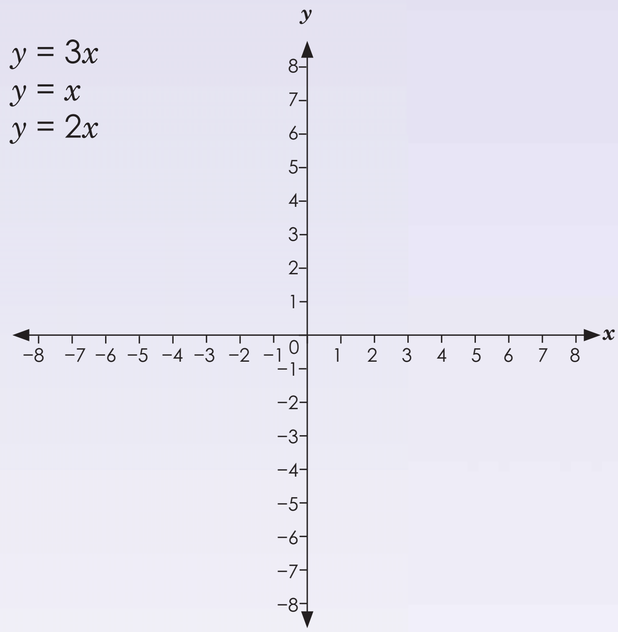


Kwartaal 3

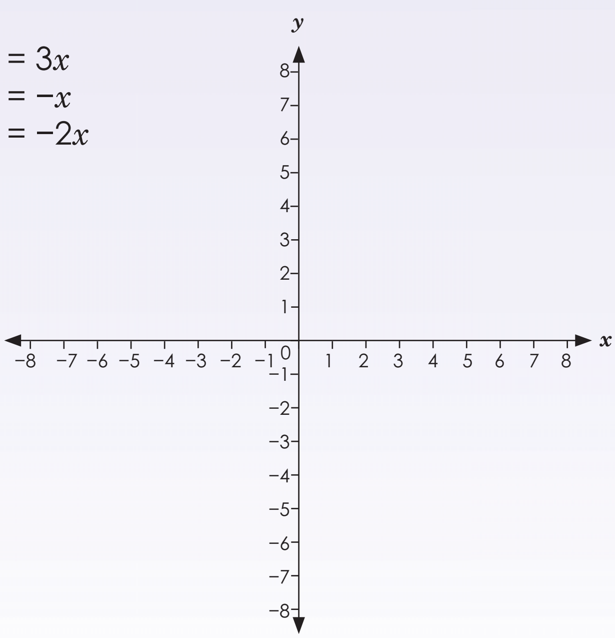
b. $y = -2x$
$y = -5x$
$y = -6x$



c. $y = 3x$
$y = x$
$y = 2x$



d. $y = 3x$
$y = -x$
$y = -2x$



Probleemoplossing

Vergelyk die grafieke in a, b, c en d.

Teken:

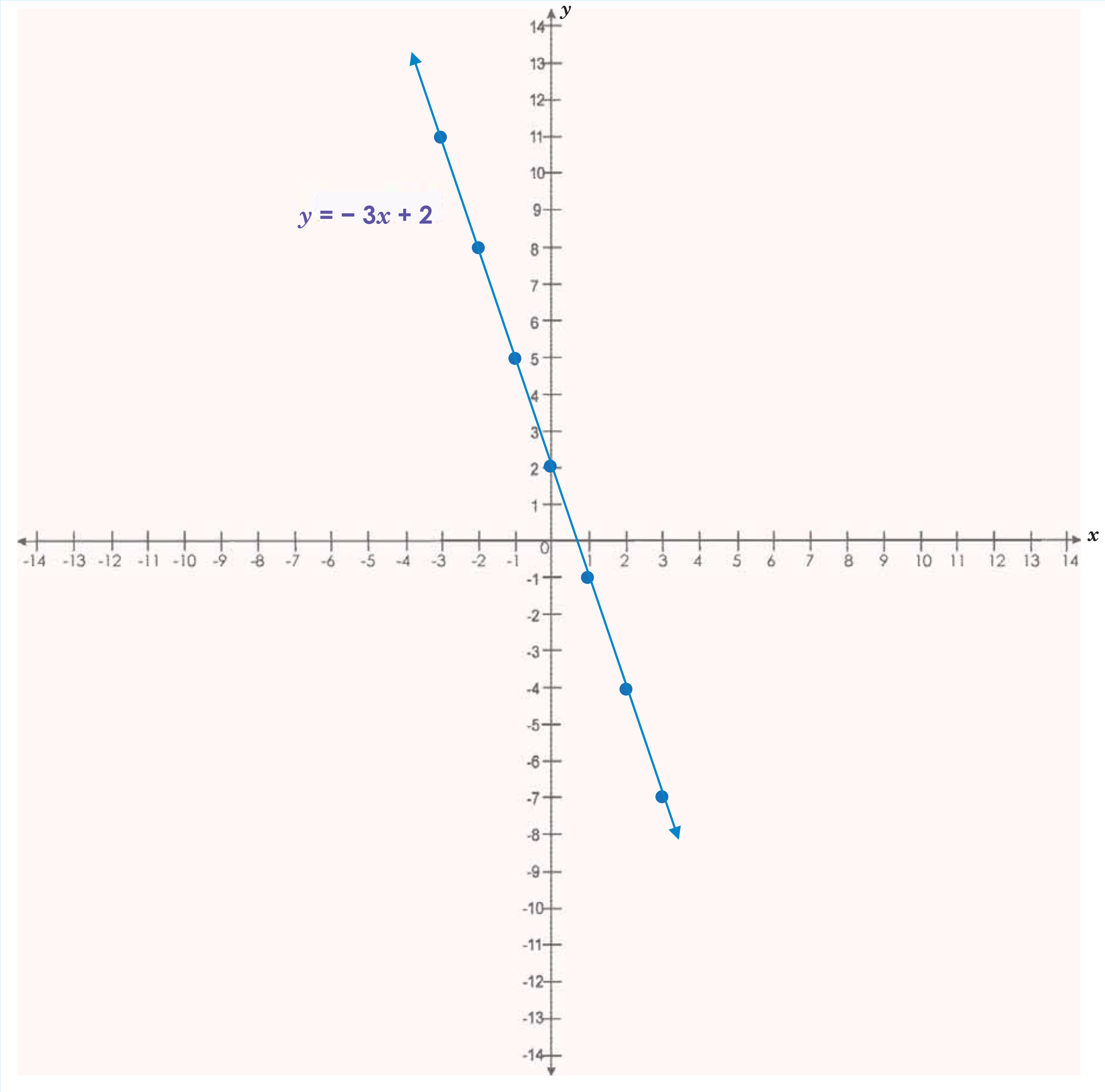
Datum:

96a Vergelyk en trek grafieke

$y = -3x + 2$

x	–7	–4	–1	2	5	8	11
y	3	2	1	0	–1	–2	–3

Stip dit op die grafiek, en verbind die punte.

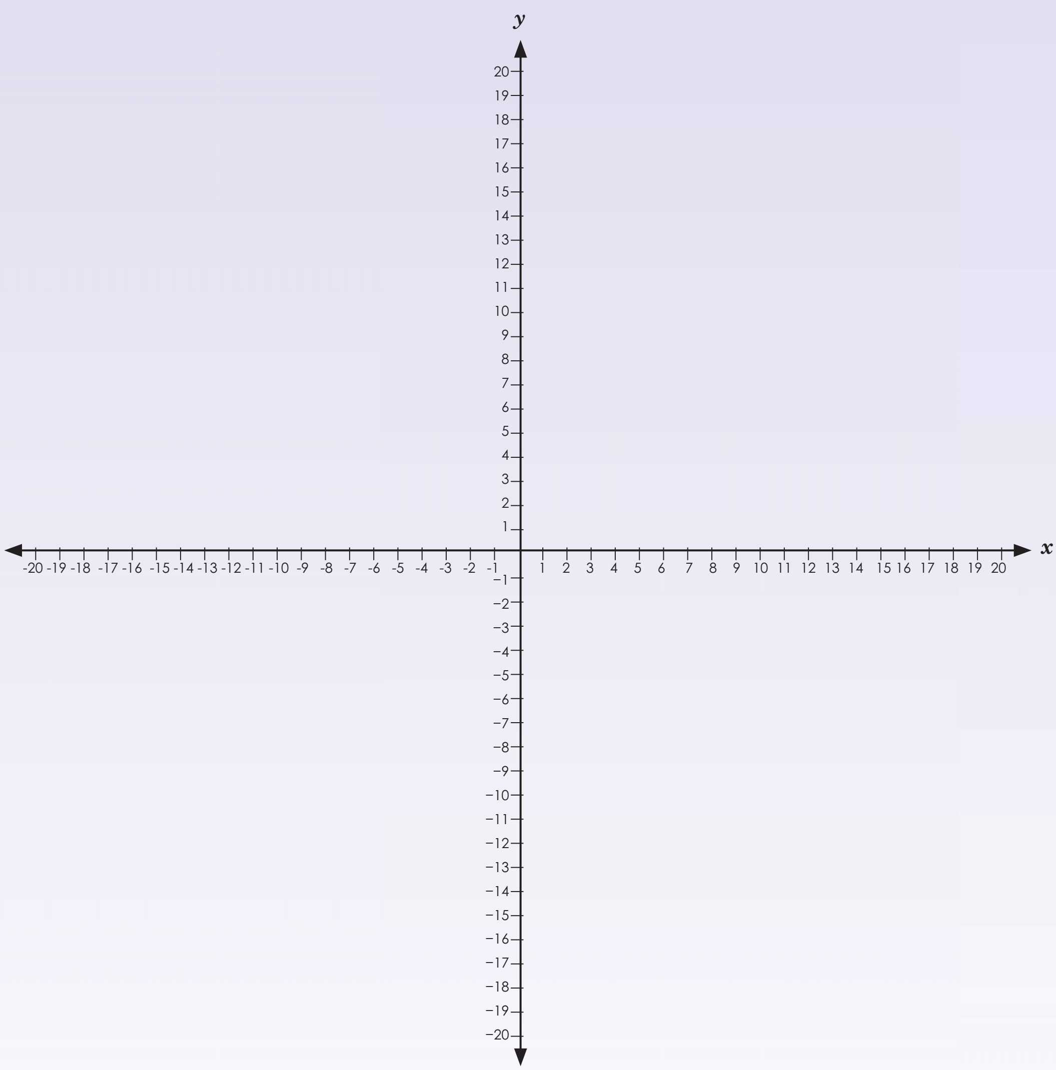


Kwartaal 3

1. **Voltooi die tabel en trek die grafiek.**

a. $y = 4x + 3$

x							
y							



Teken:

Datum:

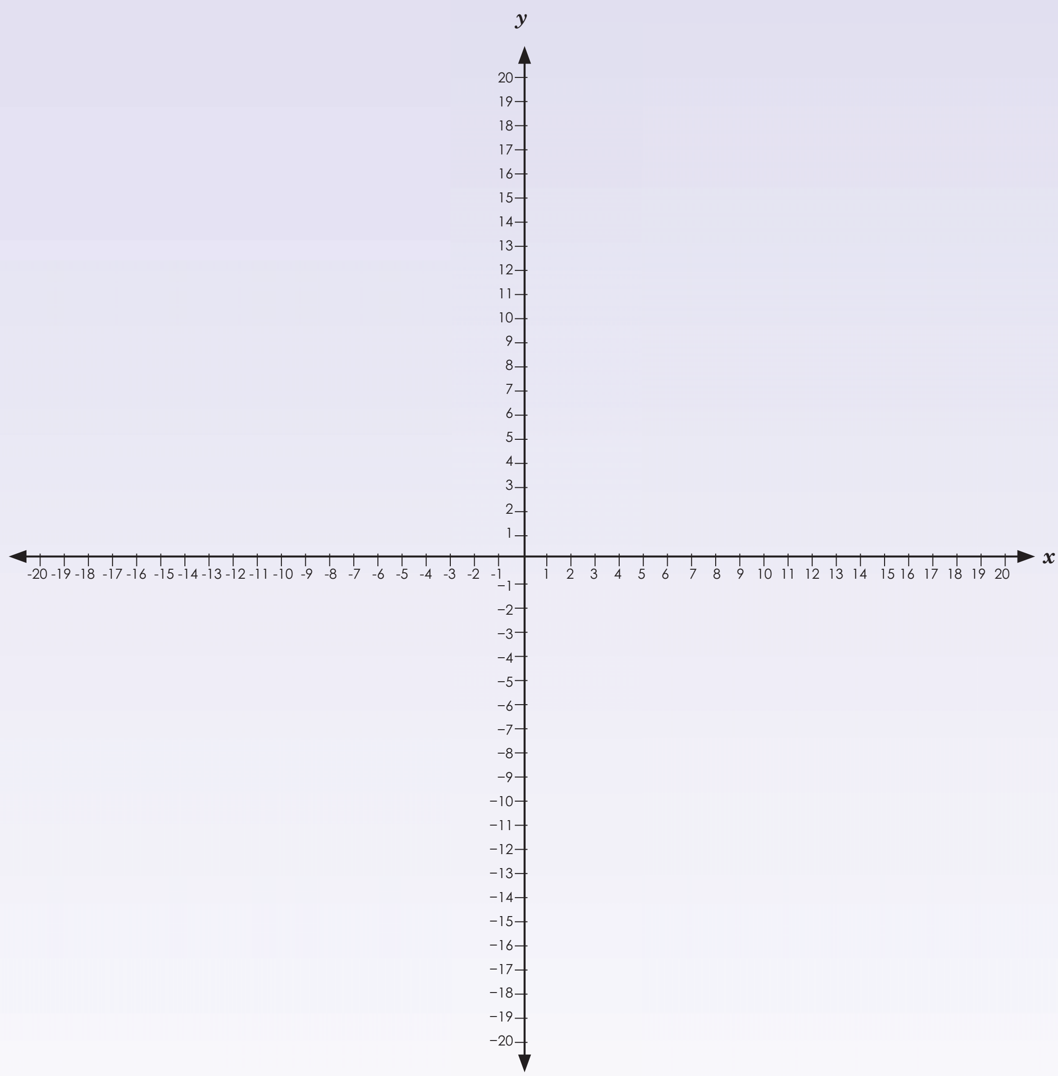
vervolg ☛

15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

96b Vergelyk en trek grafieke vervolg

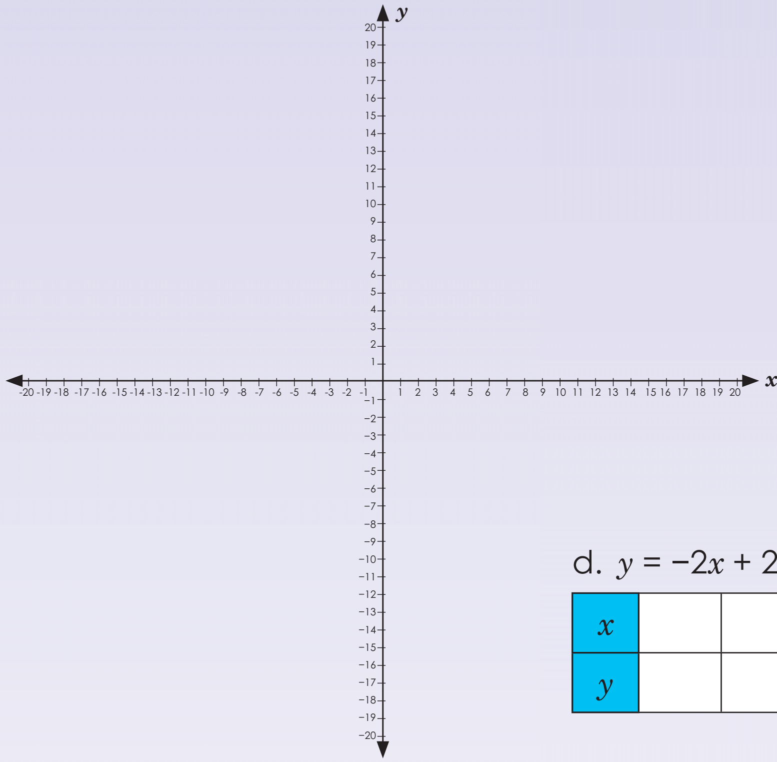
b. $y = 2x + 4$

x							
y							



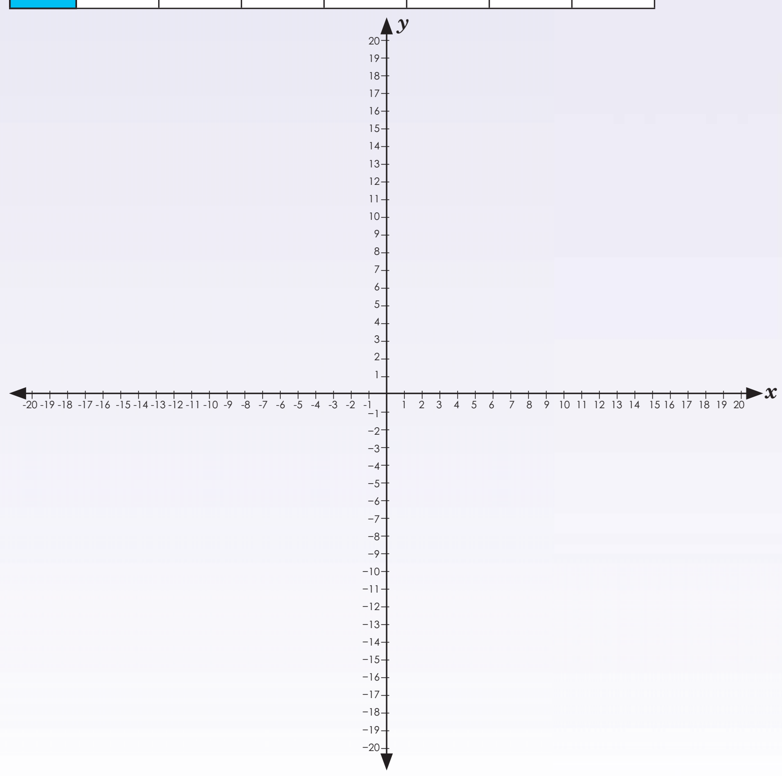
c. $y = -3x + 1$

x							
y							



d. $y = -2x + 2$

x							
y							



Teken:

Datum:

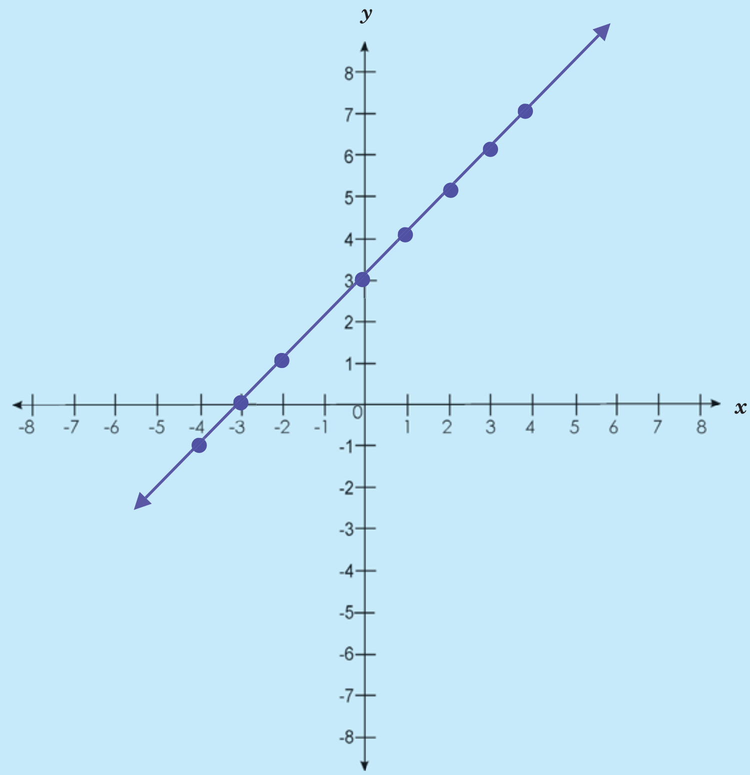
Probleemoplossing

Vergelyk grafiek a en b.

97 Grafieke

Vergelyking: $y = x + 3$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−1	0	1	2	3	4	5	6	7



1. Bepaal die vergelyking van die reguitlyn wat deur punte beweeg en beskryf elke grafiek. As die grafiek styg of daal, wat moet jy verander om die grafiek te laat daal of styg?

a.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−3	−8	−3	2	7	12	17

Vergelyking: $y = 5x + 2$

b.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−18	−12	−6	0	6	12	18

Vergelyking: $y = 6x$

c.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−14	−10	−6	−2	2	6	10

Vergelyking: $y = 4x - 2$

d.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	7	5	3	1	−1	−3	−5

Vergelyking: $y = 2x + 1$

e.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	8	5	2	−1	−4	−7	−10

Vergelyking: $y = -3x - 2$

Probleemoplossing

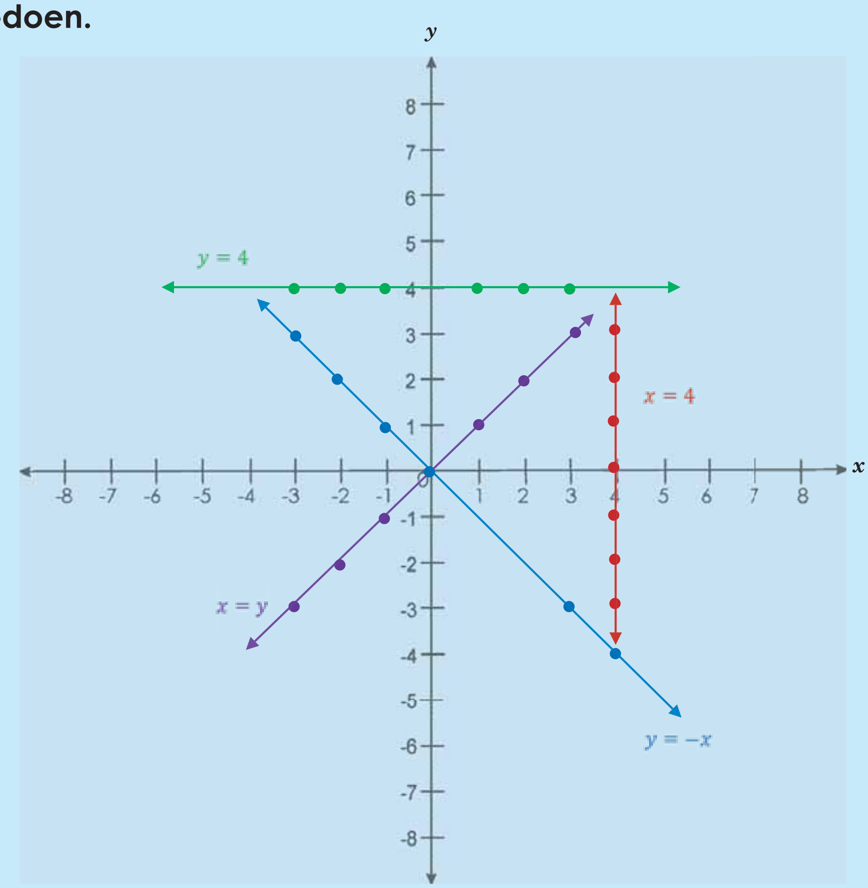
Bepaal die vergelyking van die reguitlyn wat deur 'n paar punte beweeg wat jy gegee het.

Teken:

Datum:

98 Nog grafieke

Kyk na die grafiek en skryf die geordende pare in die tabelle in. Ons het die eerste een vir jou gedoen.



1. a. $y = 4$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	4	4	4	4	4	4	4

b. $x = 4$

x							
y							

c. $x = y$

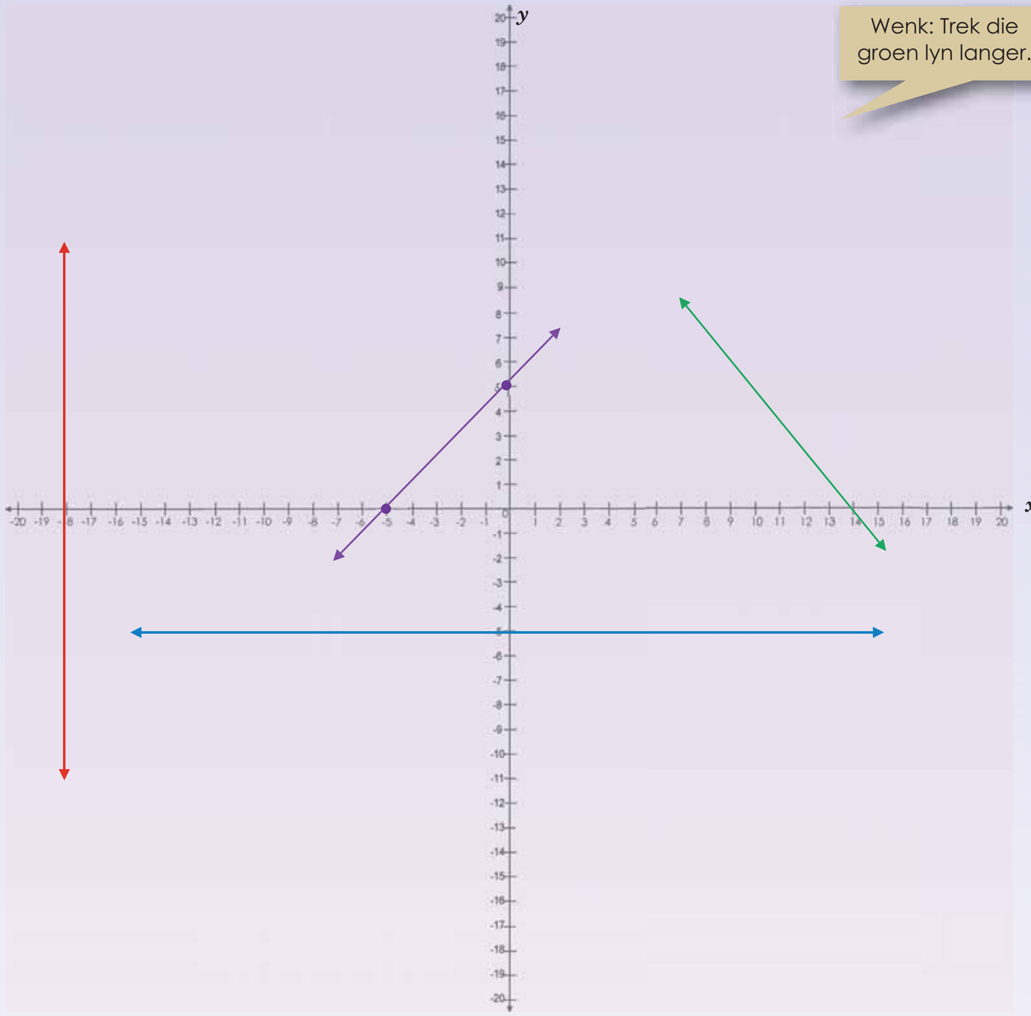
x							
y							

d. $y = -x$

x							
y							

2. **Kyk na die gekleurde lyne op hierdie grafiek. Wat moet die geordende pare en die vergelykings wees?**

Wenk: Trek die groen lyn langer.



x							
y							

x							
y							

x							
y							

x							
y							

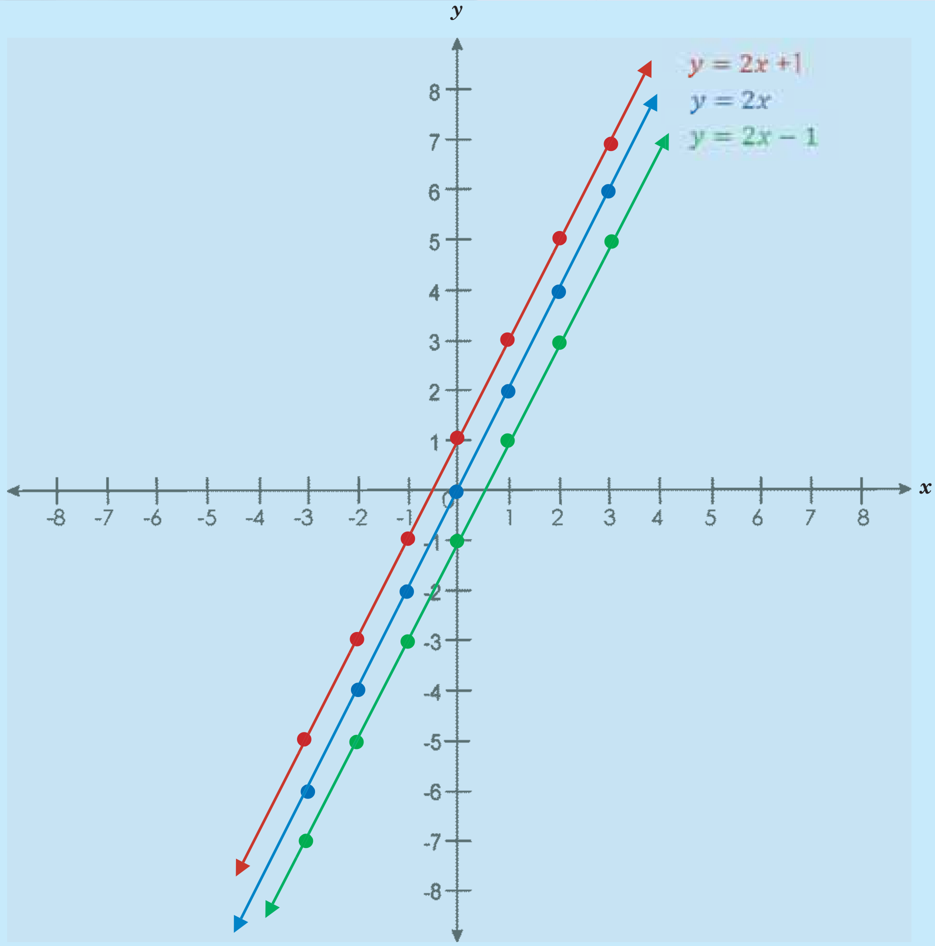
Teken:

Datum:

Probleemoplossing

Bepaal die vergelyking van 'n lineêre grafiek deur eers jou eie grafiek te trek.

99a Nog meer grafieke



Wat is die reël?

a. $y = 2x$

y	−6	−4	−2	0	2	4	6
x	−3	−2	−1	0	1	2	3

b. $y = 2x + 1$

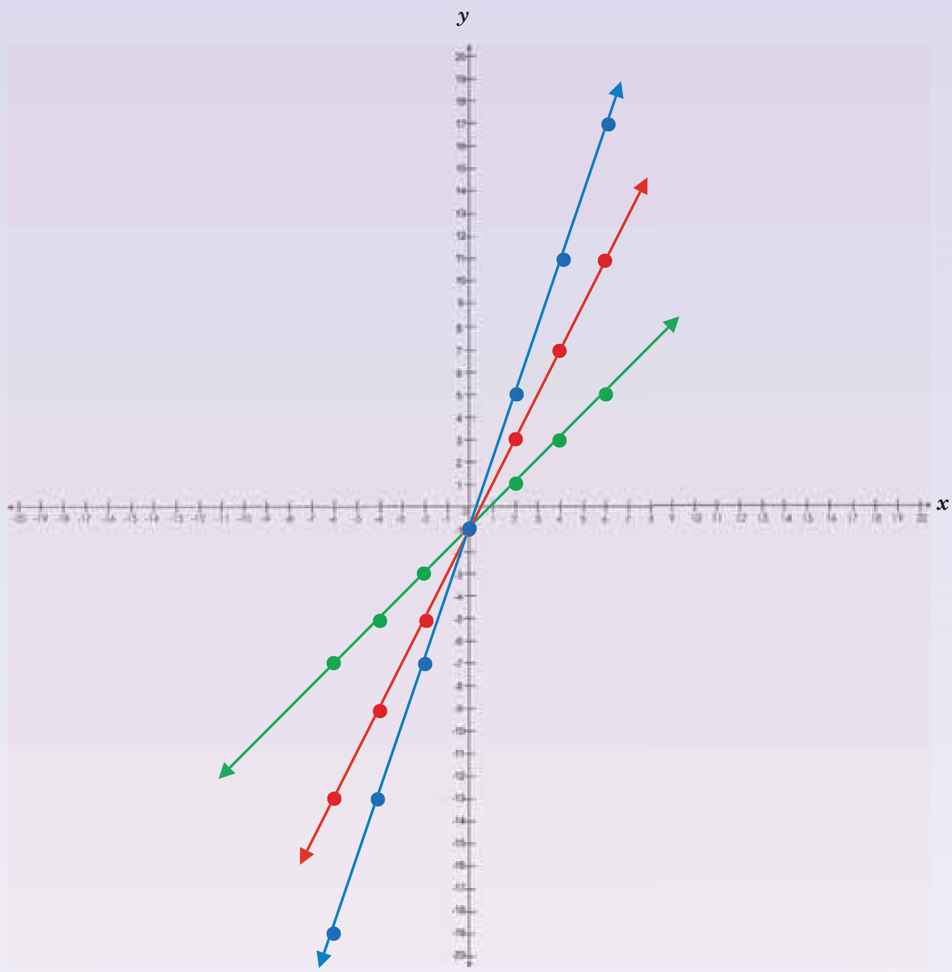
y	−5	−3	−1	1	3	5	7
x	−3	−2	−1	0	1	2	3

c. $y = 2x - 1$

y	−7	−5	−3	−1	1	3	5
x	−3	−2	−1	0	1	2	3

1. Bepaal die vergelyking.

a.



Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

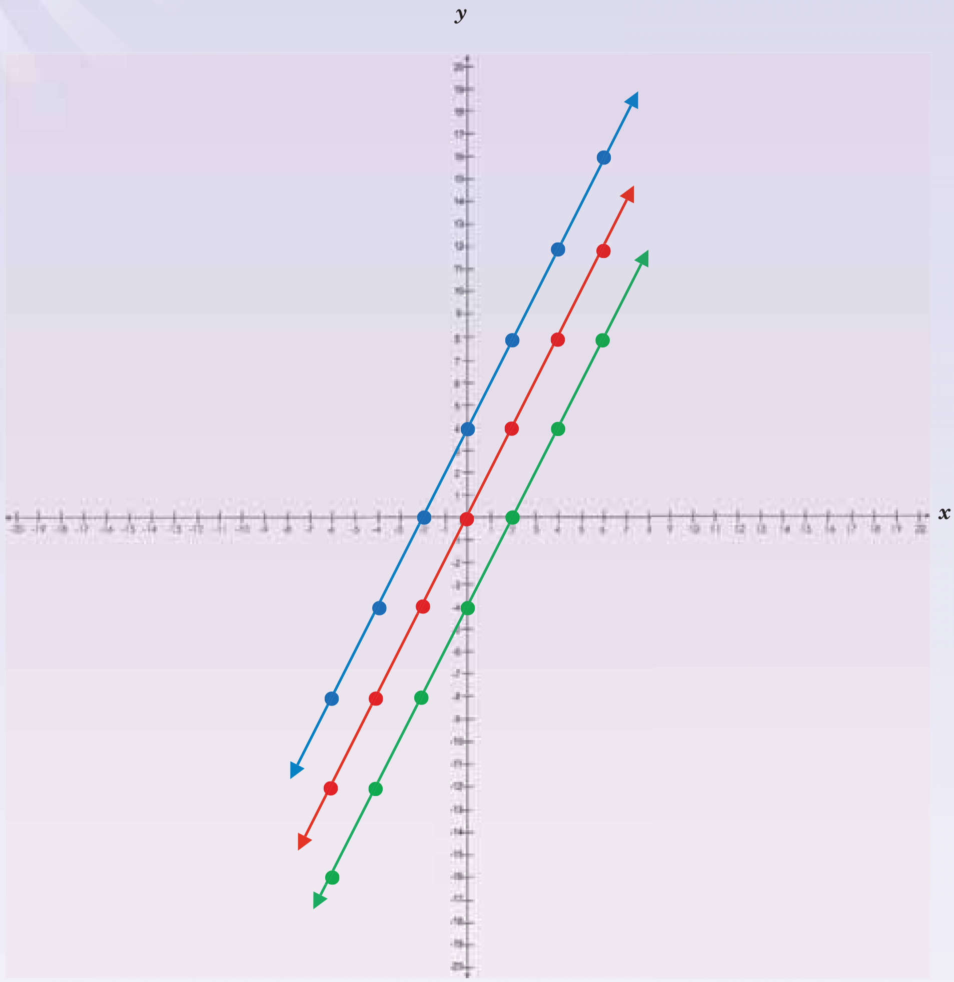
Teken:

Datum:

vervolg ☛

99b Nog meer grafieke vervolg

b.



Vergelyking:

y							
x							

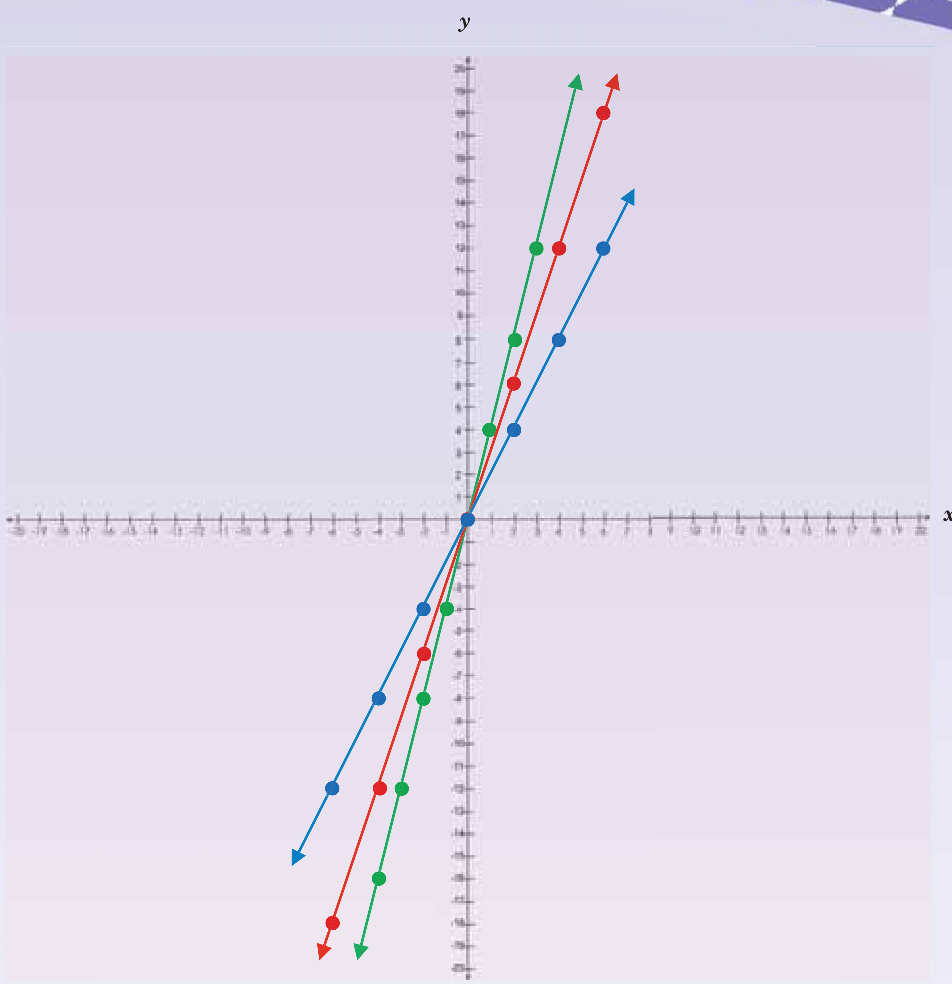
Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

c.



Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

Vergelyking:

y							
x							

Probleemoplossing

Bepaal die vergelyking van drie reguitlyne deur enige drie lyne op ’n grafiek te trek (gebruik hierdie werkkaart as riglyn).

Teken:

Datum:

100a Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n kubus

Omtrek van 'n vierkant	Oppervlakte van 'n vierkant	Volume van 'n kubus	Buite-oppervlakte van 'n kubus	Kapasiteit
$P = 4l$	$A = l^2$	$V = l^3$	A = die som van die oppervlakte van al die vlakke.	• 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas presies 1 ml water. • 'n Voorwerp met 'n volume van 1 m^3 verplaas presies 1 kl water.

As 1 cm = 10 mm, dan 1 cm^2 = 100 mm^2

As 1 m = 100 cm, dan 1 m^2 = 10 000 cm^2

As 1 cm = 10 mm, dan 1 cm^3 = 1 000 mm^3

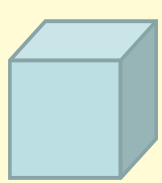
As 1 m = 100 cm, dan 1 m^3 = 1 000 000 cm^3 of 10^6 cm^3

Waar in die werklike lewe gebruik ons die volume en buite-oppervlakte van 'n kubus?

Voorbeeld:

Volume

Die volume van 'n vaste liggaam is die hoeveelheid ruimte wat dit in beslag neem.



4 cm

$V = l^3$
V = (4 cm)^3
V = 64 cm^3

Kapasiteit

Die kapasiteit is die hoeveelheid vloeistof wat 'n houer kan inhou sodra dit vol is.

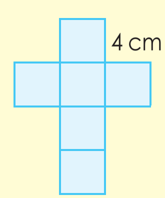
Let wel: 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water.
∴ 'n Voorwerp wat 64 cm^3 is, verplaas 64 ml water van 0,064 l.

Kubieke mm	Kubieke cm	Kubieke m	Liter
1 000 000 000	1 000 000	1	1 000
1 000 000	1 000	0,001	1
1 000	1	0,000001	0,001

Buite-oppervlakte

Dit is die totale oppervlakte van die oppervlak van 'n meetkundige vaste liggaam.

Die net van die kubus: Hoeveel vlakke is daar?



Buite-oppervlakte = die som van die oppervlakte van al die vlakke.
= 6 (oppervlakte van 'n vlak)
= $6a^2$
= 6 (4 cm)^2
= 6 × 16 cm^2
= 96 cm^2

1. **Bereken die volume, kapasiteit (gevul met water) en buite-oppervlakte van die volgende kubusse. Die een sy is gelyk aan ____.**

a. 5 cm

b. 2,8 cm

c. 4,3 cm

d. 5,25 cm

e. 40 cm

f. 55 cm

Teken:
Datum:

vervolg ☛

100b Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n kubus vervolg

g. 8,2 cm

h. 3,75 cm

i. 82 cm

j. 100 cm

2. **As die buite-oppervlakte ____ is, wat is die volume van die kubus dan?**

Voorbeeld:

54 cm^2 = 6(lengte)^2

'n Kubus het ses vlakke ∴ 54 cm^2 ÷ 6 = 9 cm^2 = 3 cm × 3 cm ∴ lengte = 3 cm

Die formule vir die volume van 'n kubus is (lengte)^3

∴ 3 cm × 3 cm × 3 cm = 27 cm^3

Die volume is 27 cm^3.

a. 216 cm^2

b. 150 cm^2

c. 294 cm^2

d. 24 cm^2

e. 486 cm^2

f. 388 cm^2

Probleemoplossing

Al die sye van die meetkundige voorwerp met ses vlakke is dieselfde. Een sy is gelyk aan 3,5 cm. Wat is die vorm van hierdie voorwerp?

Teken:

Datum:

101 Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n reghoekige prisma

Omtrek van 'n reghoek	Oppervlakte van 'n reghoek	Volume van 'n reghoekige prisma	Buite-oppervlakte van 'n reghoekige prisma	Kapasiteit
$P = 2(l + b)$ of $2l + 2b$	$A = l \times b$	$V = l \times b \times h$	A = die som van die oppervlakte van al die vlakke	'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm³ verplaas presies 1 ml water. • 'n Voorwerp met 'n volume van 1 m³ verplaas presies 1 kl water.

As 1 cm = 10 mm, dan 1 cm² = 100 mm²

As 1 m = 100 cm, dan 1 m² = 10 000 cm²

As 1 cm = 10 mm, dan 1 cm³ = 1 000 mm³

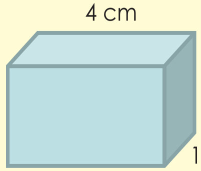
As 1 m = 100 cm, dan 1 m³ = 1 000 000 cm³ of 10^6 cm³

Is hierdie grafiek konstant, stygend of dalend?

Waar in die werklike lewe gebruik ons die volume en buite-oppervlakte van 'n reghoekige prisma?

Voorbeeld:

Volume



$V = l \times b \times h$

$V = 4\text{ cm} \times 1{,}5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$

$V = 12\text{ cm}^3$

Kubieke mm	Kubieke cm	Kubieke m	Liter
1 000 000 000	1 000 000	1	1 000
1 000 000	1 000	0,001	1
1 000	1	0,000001	0,001

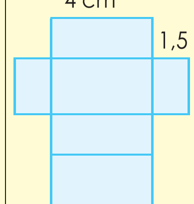
Kapasiteit

Let wel: ' n Voorwerp met 'n volume van 1 cm³ verplaas 1 ml water.

∴ 'n Voorwerp wat 12 cm³ is, verplaas 12 ml.

Buite-oppervlakte

Beskryf die vlak.



Buite-oppervlakte:

$A = 2bl + 2lh + 2hb$

$= 2\,(1{,}5\text{ cm} \times 4\text{ cm}) + 2\,(4\text{ cm} \times 2\text{ cm}) + 2(2\text{ cm} \times 1{,}5\text{ cm})$

$= 12\text{ cm}^2 + 16\text{ cm}^2 + 6\text{cm}^2$

$= 34\text{ cm}^2$

1. Bereken die volume, kapasiteit (gevul met water) en buite-oppervlakte van die volgende reghoekige prismas.

	lengte	breedte	hoogte
a.	2 cm	1 cm	8 cm
b.	3,4 cm	2,2 cm	4 cm
c.	8 cm	4,3 cm	5 cm
d.	7,2 cm	6,5 cm	3,7 cm
e.	5,5 cm	3,5 cm	6 cm

a.

b.

c.

d.

e.

2. As die buite-oppervlakte ___ is, wat is die volume van die kubus dan?

Voorbeeld:

52 cm²

'n Reghoekige prisma het ses syvlakke.

Die formule vir die volume van 'n reghoekige prisma is $l \times b \times h$

4 cm × 3 cm × 2 cm = 24 cm³

Die volume is 24 cm³.

Wenk: Kies enige 2 sye en bereken die derde sy, of kies 3 waardes en toets jou antwoord.

a. 104 cm²

b. 118 cm²

c. 122 cm²

d. 214 cm²

e. 220 cm²

Probleemoplossing

Die lengte, breedte en hoogte van hierdie meetkundige voorwerp met ses vlakke is .... Watter vorm het die voorwerp? Teken dit.

Teken:

Datum:

102 Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n seshoekige prisma

Omtrek van 'n seshoek	Oppervlakte van 'n seshoek	Volume van 'n seshoekige prisma	Buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma	Kapasiteit
$P = 6r$	Sien hierna	$V = 3\ ash$ a = kortstraallengte s = sy h = hoogte	A = die som van die oppervlakte van al die vlakke	'n Voorwerp met die volume van 1 cm^3 verplaas presies 1 ml water. • 'n Voorwerp met die volume van 1 m^3 verplaas presies 1 kl water.

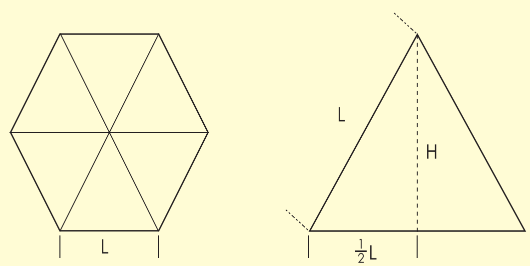
Waar in die werklike lewe gebruik ons die volume en buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma?

Ondersoek die volume en buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma.

Inligting gegee

Reëlmatige seshoek

Ons kan die oppervlakte van 'n reëlmatige seshoek bepaal deur dit in ses gelyksydige driehoeke te verdeel.



L is die lengte. H is die hoogte van elke driehoek.
Gebruik Pythagoras se stelling vir 'n reghoekige driehoek:
$L^2 = (\frac{1}{2}L)^2 + H^2$

Dus:
$H = \sqrt{L^2 - (\frac{1}{2}L)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}L$

Beskou nou een van die gelyksydige driehoeke:
Oppervlakte van driehoek = $\frac{1}{2} \times$ basis $\times$ hoogte = $\frac{1}{2} \times L \times H = \frac{1}{2} \times L \times \frac{\sqrt{3}}{2}L = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2$

en:
Oppervlakte van reëlmatige seshoek = 6 × oppervlakte van 'n driehoek = $\frac{\sqrt{3}}{4}L^2 \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{4}L^2$

In benaderde numeriese terme is die oppervlakte van 'n reëlmatige seshoek 2,598 maal die kwadraat van die sylengte daarvan.

1. **Bereken die volume van 'n seshoekige prisma.**

2. **Bereken die buite-oppervlakte van 'n seshoekige prisma.**

Probleemoplossing

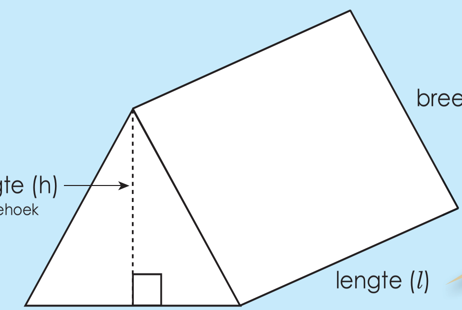
Som jou ondersoek na die buite-oppervlakte van 'n seshoek nou op.

Teken:

Datum:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

103a Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n driehoekige prisma



Moenie dit met liter (l) verwar nie.

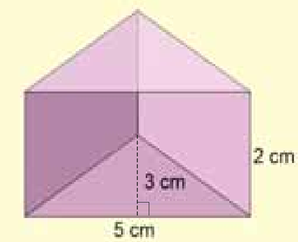
Waar in ons alledaagse lewe gebruik ons die volume en buite-oppervlakte van 'n driehoekige prisma?

Oppervlakte van 'n reghoek	Oppervlakte van 'n driehoek	Volume van 'n driehoekige prisma	Buite-oppervlakte van 'n driehoekige prisma	Kapasiteit
$A = l \times w$	$A = \frac{1}{2} b \times h$	$V = \frac{1}{2} b \times h \times l$	A = die som van die oppervlakte van al die vlakke.	'n Voorwerp met die volume van 1 cm^3 verplaas presies 1 ml water. 'n Voorwerp met die volume van 1 m^3 verplaas presies 1 kl water.

As 1 cm = 10 mm, dan 1 cm^2 = 100 mm^2
As 1 m = 100 cm, dan 1 m^2 = 10 000 cm^2
As 1 cm = 10 mm, dan 1 cm^3 = 1 000 mm^3
As 1 m = 100 cm, dan 1 m^3 = 1 000 000 cm^3 of 10^6 cm^3

Voorbeeld:

Volume



$V = \frac{1}{2} b \times h \times l$

$V = \frac{1}{2}$ (5 cm) × 3 cm × 2 cm

V = 2,5 cm × 3 cm × 2 cm

V = 15 cm^3

Kapasiteit

Let wel: 'n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water.

∴ 'n Voorwerp wat 15 cm^3 is, verplaas 15 ml water.

Buite-oppervlakte

A = 2 (oppervlakte van die driehoek) + (oppervlakte van die drie reghoeke)

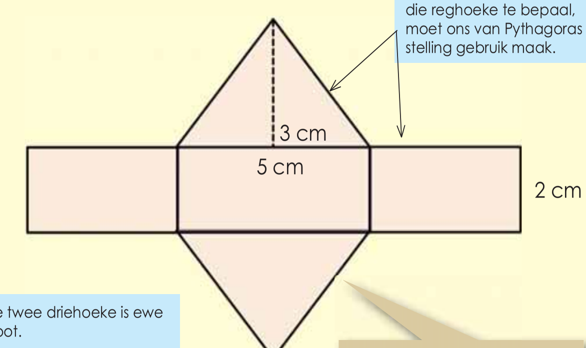
Oppervlakte van die driehoeke: = 2 ($\frac{1}{2}$ (5 cm) × 3 cm) = 15 cm^2

Oppervlakte van die middelste reghoek = b × l = 5 cm × 2 cm = 10 cm^2

Buite-oppervlakte van die ander twee reghoeke = (lengte × sy van driehoek) × 2

= (2 cm × $\sqrt{3^2 + 2,5^2}$) × 2 = (2 cm × 3,9 cm) × 2 = 7,8 cm^2 × 2 = 15,6 cm^2

A = 15 cm^2 + 10 cm^2 + 15,6 cm^2 = 40,6 cm^2



Om die lengte van twee van die reghoeke te bepaal, moet ons van Pythagoras se stelling gebruik maak.

Die twee driehoeke is ewe groot.

Let daarna op dat die twee driehoeke identies is, maar dat die drie reghoeke se groottes verskil.

vervolg ☛

103b Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n driehoekige prisma vervolg

1. **Bereken die volume, kapasiteit en buite-oppervlakte van die volgende driehoekige prismas.**

a. Basis = 2 cm, Hoogte = 1 cm en Lengte = 3 cm

b. Basis = 10 cm, Hoogte = 3 cm en Volume = 30 cm^3

2. **As die buite-oppervlakte ____ is, wat is die volume van die driehoekige prisma dan?**

a. 110 cm^2 en lengte = 4 cm

b. 66 cm^2 en lengte = 5 cm

c. 177 cm^2 en lengte = 2 cm

d. 228 cm^2 en lengte = 3 cm

Probleemoplossing

Hierdie meetkundige voorwerp het twee driehoekige sylvlakke en drie reghoekige sylvlakke. Die oppervlakte van die driehoek is 6 cm^2 en die hoogte van die prisma is 4 cm.
Wat sal die buite-oppervlakte wees?

Teken:

Datum:

104a Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n silinder

Omtrek van 'n sirkel
$C = \pi d$ of $2 \pi r$

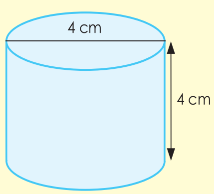
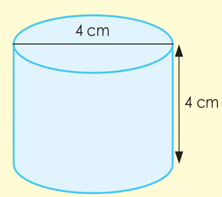
Oppervlakte van 'n sirkel
$A = \pi r^2$

As 1 cm = 10 mm, dan 1 cm^2 = 100 mm^2
As 1 m = 100 cm, dan 1 m^2 = 10 000 cm^2

Volume van 'n silinder
$V = \pi r^2 h$

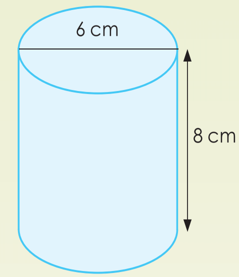
Buite-oppervlakte van 'n silinder
A = die som van die oppervlakte van al die vlakke.

Voorbeeld:

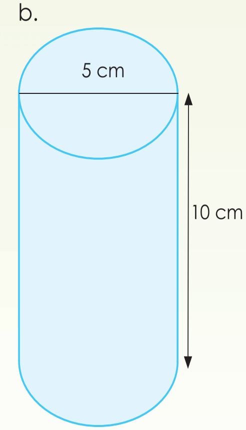
Volume	Kapasiteit	Buite-oppervlakte
$V = \pi \times r^2 \times h$  deursnee = 4 ∴ radius = 2 $V = \pi \times (2)^2 \times 4$ $= \pi \times 4 \times 4$ $= 16\pi$ cm^3 = 50,265 cm^3	Let wel: ' n Voorwerp met 'n volume van 1 cm^3 verplaas 1 ml water. ∴ 'n Voorwerp wat 12 cm^3 is, verplaas 12 ml water.	$A = 2 \times \pi\, r \times (r + h)$ Oppervlakte van die een kant $= \pi \times r^2$ Oppervlakte van die sy $= C \times h$ $= 2 \times \pi \times r \times h$  deursnee = 4 ∴ radius = 2 $A = 2 \times \pi \times r \times (r + h)$ $= 2 \times \pi \times 2 \times (2 + 4)$ $= 2 \times \pi \times 2 \times (6)$ $= 24\pi$ = 75,398 cm^2

1. **Bereken die volume, kapasiteit (as dit gevul is met water) en buite-oppervlakte van die silinder.**

a.



b.



Teken:
Datum:

vervolg ☛

104b Buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van 'n silinder vervolg

c. Deursnee: 4 cm
Hoogte: 10 cm

d. Deursnee: 12 cm
Hoogte: 14 cm

e. Deursnee: 9 cm
Hoogte: 13 cm

f. Deursnee: 7 cm
Hoogte: 11 cm

Probleemoplossing

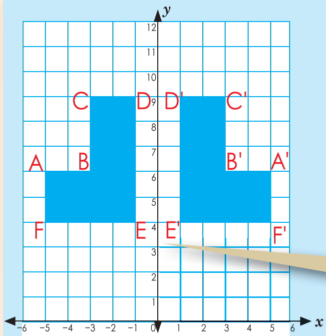
Die middellyn van die voorwerp is 7 cm. Die hoogte van die voorwerp is 5,5 cm. Identifiseer die meetkundige voorwerp.

Teken:

Datum:

105 Refleksie oor asse

Kyk na die figuur en beskryf elkeen daarvan. Maak gebruik van woorde soos **spieël**, **vorm**, **oorspronklike vorm**, **refleksielyn** en **vertikaal**.

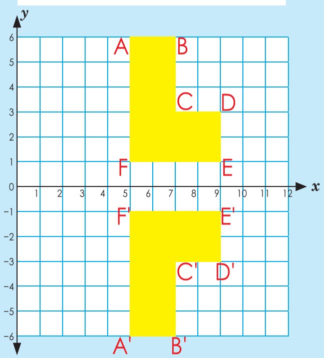


Die koördinate van elke figuur is:

ABCDEF: (−5,6); (−3,6); (−3,9); (−1,9); (−1,4); (−5,4)
A'B'C'D'E'F': (5,6); (3,6); (3,9); (1,9); (1,4); (5,4)

Wat merk jy op? As 'n figuur oor die y-as reflekteer, bly die y-koördinate dieselfde en verander die x-koördinate na hul teenoorgestelde heelgetalle.

Wanneer 'n vorm oor 'n spieëllyn gereflekteer word, is die refleksie ewe ver van die refleksielyn as van die oorspronklike vorm af.



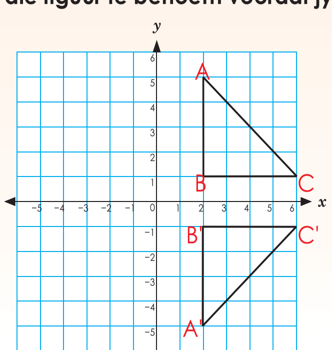
Die koördinate van elke figuur is:

ABCDEF: (5,6); (7,6); (7,3); (9,3); (9,1); (5,1)
A'B'C'D'E'F': (5,−6); (7,−6); (7,−3); (9,−3); (9,−1); (5,−1)

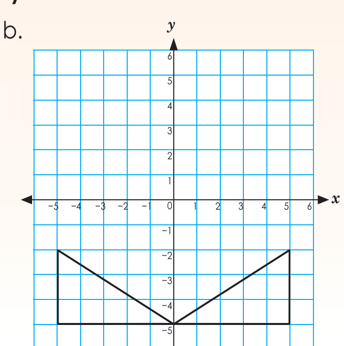
Wat merk jy op? As 'n figuur oor die x-as reflekteer, bly die x-koördinate dieselfde en verander die y-koördinate na hul teenoorgestelde heelgetalle.

1. Beskryf elke refleksie deur die riglyne onder elke grafiek te gebruik. Onthou om die figuur te benoem voordat jy dit beskryf.

a.



b.



i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

____

____

ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

____

____

____

____

i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

____

____

ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

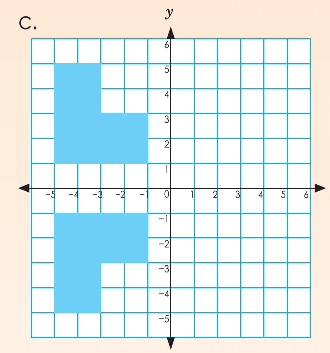
____

____

____

____

c.



i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

____

____

ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

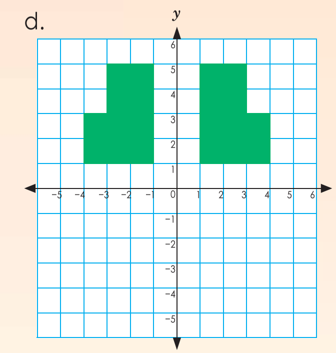
____

____

____

____

d.



i. Skryf die koördinate vir beide figuur neer:

____

____

ii. Reflekteer oor die ____ as.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

____

____

____

____

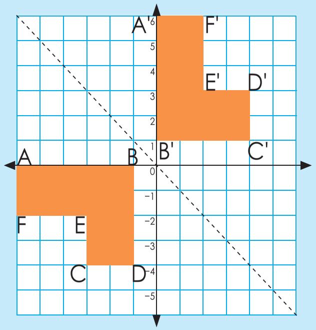
Probleemoplossing

Wat is die twee stelle van nuwe koördinate van die figuur ABC [(-3,4); (-1,1); (-5,1)] as dit oor die volgende gereflekteer word: x-as; y-as.

Teken:

Datum:

106 Refleksie oor lyne



Wat merk jy op omtrent die refleksielyn?
$x = -y$
Bv. (1, −1); (2, −2)

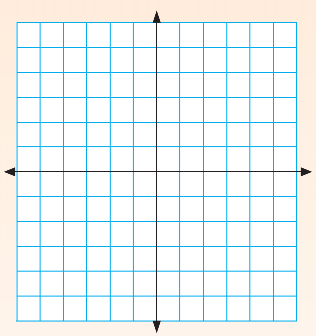
Die koördinate vir ABCDEF is:
(−6, 0); (−1, 0); (−1, −4); (−3, −4); (−3, −2); (−6, −2)

Die koördinate vir A'B'C'D'E'F' is:
(0, 6); (1, 0); (4, 1); (4, 3); (2, 3); (2, 6)

Wanneer jy 'n punt oor 'n lyn $x = -y$ reflekteer, ruil die x-koördinate en die y-koördinate om, en die tekens verander (word genegeer).

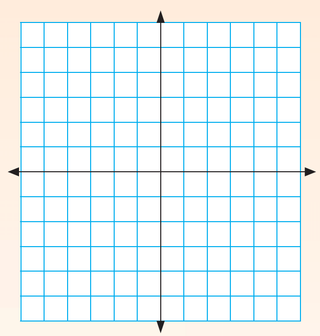
1. Trek die lyne.

a. $x = y$



Verduidelik hoe jy die lyn bepaal:

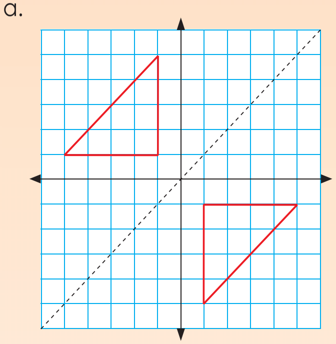
b. $-x = y$



Verduidelik hoe jy die lyn bepaal:

2. Beskryf elke refleksie. Onthou om jou figuur te benoem voordat jy dit beskryf.

a.



i. Skryf die koördinate vir beide figure neer:

____

____

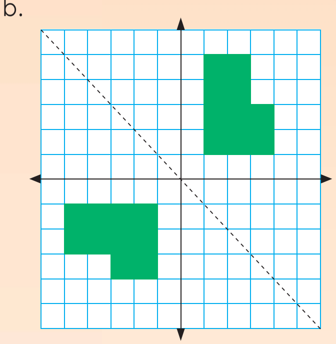
ii. Reflekteer oor die lyn ____.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

____

____

b.



i. Skryf die koördinate vir beide figure neer:

____

____

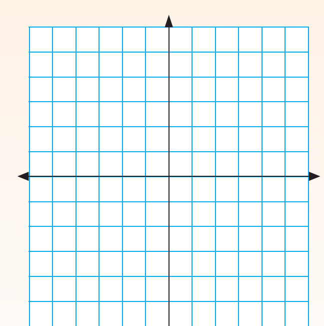
ii. Reflekteer oor die lyn ____.

iii. Vergelyk die x- en y-koördinate.

____

____

3. Trek figure wat oor 'n lyn $x = y$ reflekteer.



i. Wat is die koördinate?

____

____

ii. Reflekteer oor die lyn ____.

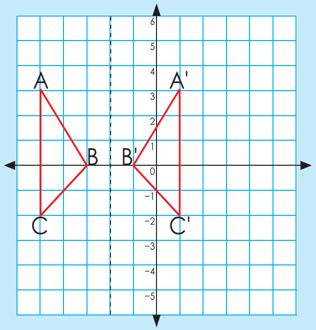
Probleemoplossing

Trek 'n figuur wat oor 'n lyn $-x = y$ reflekteer. Skryf die koördinate neer.

Teken:

Datum:

107 Refleksie oor enige lyn



Beskryf die refleksie.
Die koördinate vir ABC:
(−5,3); (−3,0); (−5,−2).

Die koördinate vir A'B'C':
(1,3); (−1,0); (1,−2)

Let daarop dat die y-koordinate hier dieselfde bly.

Die refleksielyn is 'n lyn wat ewever van
A na A' is en gaan dus deur (−2,3)
B na B' is (−2,0)
C en C' is (−2,2).

A	A'	Refleksielyn
(−5,3)	(1,3)	(−2,3)

A: −5 −(−2) = −3 (Skuif 3 na links).
A': 1−(−2) = 3 (Skuif 3 na regs).

B	B'	Refleksielyn
(−3,6)	(−1,0)	(−2,0)

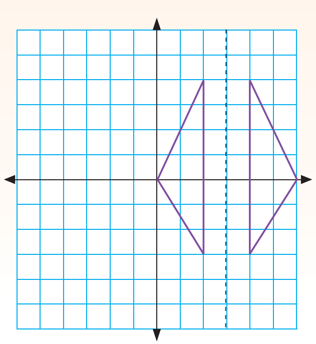
B: −3 −(−2) = −1 (Skuif 1 na links).
B': 1−(−2) = 1 (Skuif 1 na regs).

C	C'	Refleksielyn
(−5,2)	(1,−2)	(−2,2)

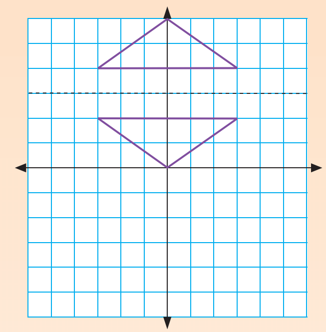
C: −5 −(−2) = −3 (Skuif 3 na links).
C': 1−(−2) = 3 (Skuif 3 na regs).

1. Beskryf die refleksie deur die voorbeeld in die konsepontwikkeling as riglyn te gebruik. Onthou om jou diagramme te benoem.

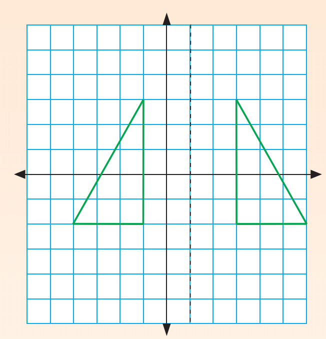
a.



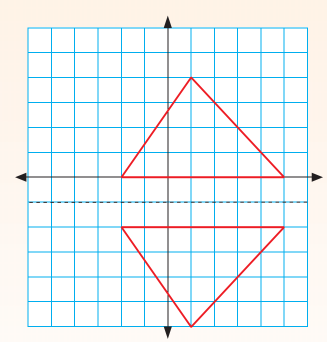
b.



c.



d.

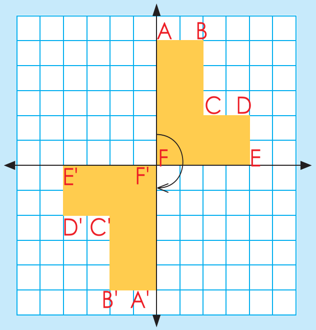


Probleemoplossing

Dui 'n figuur aan wat oor enige lyn reflekteer. Skryf die koördinate neer.

Teken:
Datum:

108 Rotasies



Verduidelik hierdie rotasie.

Koördinate vir ABCDEF is:
(0,5); (2,5); (2,2); (4,2); (4,0); (0,0)

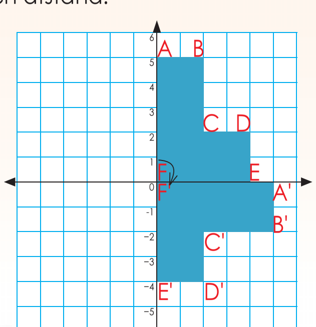
Koördinate vir A'B'C'D'E'F' is:
(0,–5); (–2,–5); (–2,–2); (–4,–2); (–4,0); (0,0)

Die koördinate van ooreenstemmende draaipunte is teenoorgestelde heelgetalle (net die +– en –tekens verskil). Dit is altyd dieselfde vir 180°-rotasies om die oorsprong.

1. Gee nog twee van jou eie voorbeelde om aan te dui dat die koördinate van ooreenstemmende draaipunte teenoorgestelde heelgetalle is (met net die +– en –tekens wat verskil).

2. Rotasie

Gebruik woorde soos geroteer of gedraai, kloksgewys, anti-kloksgewys, rotasiepunt en afstand.



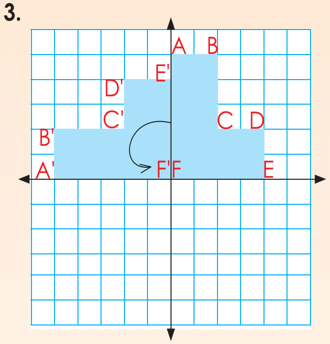
a. Skryf die koördinate neer vir:

A: ______	A': ______
B: ______	B': ______
C: ______	C': ______
D: ______	D': ______
E: ______	E': ______
F: ______	F': ______

b. Wat merk jy op omtrent die koördinate van ooreenstemmende draaipunte?

c. Gee nog twee voorbeelde waarin 'n figuur 90° kloksgewys oor die x-as roteer.

3.



a. Skryf die koördinate neer vir:

A: ______	A': ______
B: ______	B': ______
C: ______	C': ______
D: ______	D': ______
E: ______	E': ______
F: ______	F': ______

b. Wat merk jy op omtrent die koördinate van ooreenstemmende draaipunte?

c. Gee nog twee voorbeelde waarin 'n figuur 90° antikloksgewys oor die y-as roteer.

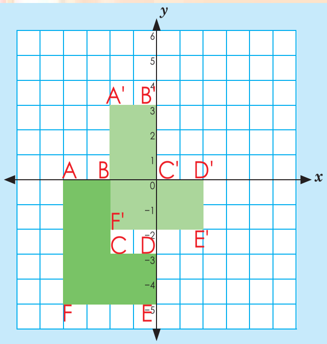
Probleemoplossing

Wys 'n figuur wat op 'n Cartesiese rooster roteer. Skryf die koördinate neer.

Teken:

Datum:

109 Translasie



Twee stelle koördinate is:

ABCDEF
(−4,0); (−2,0); (−2,−3); (0,−3); (0,−5); (−4,−5)

A'B'C'D'E'F'
(−2,3); (0,3); (0,0); (2,0); (2,−2); (−2,−2)

Die translasievektor is 'n vektor wat die lengte en rigting van 'n bepaalde translasie aandui.
3 opwaarts op die y-as
2 na regs op die x-as.

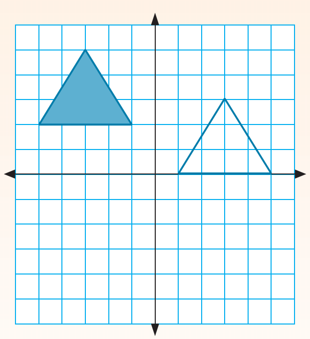
Wat is die translasievektor vir die figuur? 2 na regs beteken +2 en 3 op beteken +3.

Werk in pare om dit te bewys.
Skryf die pare ooreenstemmende draaipunte neer.

- (−4,0) en (−2,3)
  −4 + 2 = −2
  0 + 3 = 3
- (−2,0) en (0,3)
  −2 + 2 = 0
  0 + 3 = 3
- (−2,−3) en (0,0)
  −2 + 2 = 0
  −3 + 3 = 0
- (0,−3) en (2,0)
  0 + 2 = 2
  −3 + 3 = 0
- (0,−5) en (2,−2)
  0 + 2 = 2
  −5 + 3 = −2
- (−4,−5) en (−2,−2)
  −4 + 2 = −2
  −5 + 3 = −2

1. Beskryf die translasie. Onthou om jou diagramme te benoem.

a.



Koördinate

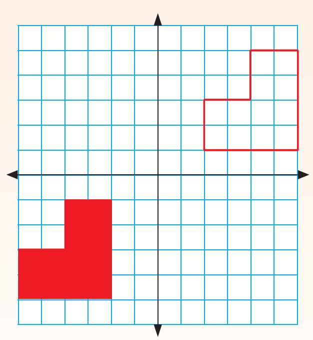
____

____

Translasievektor

____

b.



Koördinate

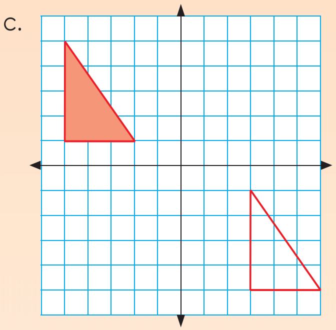
____

____

Translasievektor

____

c.



Koördinate

____

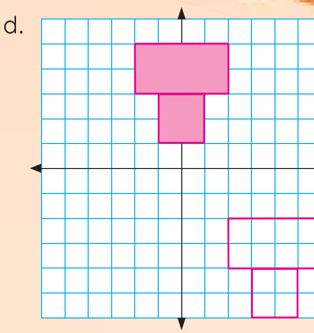
____

Translasievektor

____

____

d.



Koördinate

____

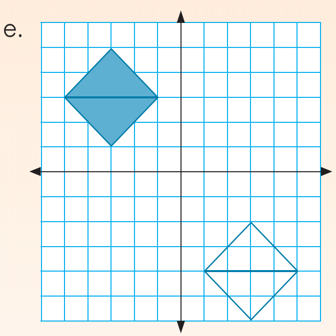
____

Translasievektor

____

____

e.



Koördinate

____

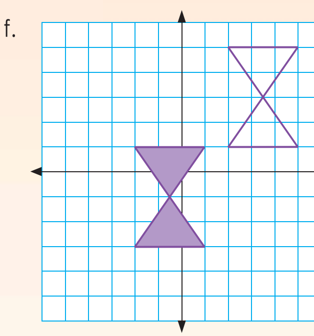
____

Translasievektor

____

____

f.



Koördinate

____

____

Translasievektor

____

____

Probleemoplossing

Dui translasies van 'n figuur op die Cartesiese vlak aan. Skryf die koördinate neer.

Teken:

Datum:

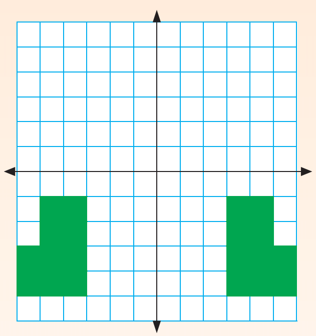
110 Transformasie

Beskryf elkeen van hierdie tipes transformasies in jou eie woorde:

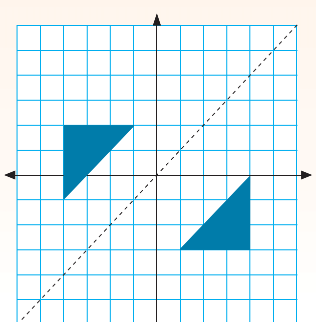
Refleksie	Rotasie	Translasie
Oor die x-as		
Oor die y-as		
Oor enige lyn		

1. Beskryf die transformasies. Onthou om jou diagramme en asse te benoem.

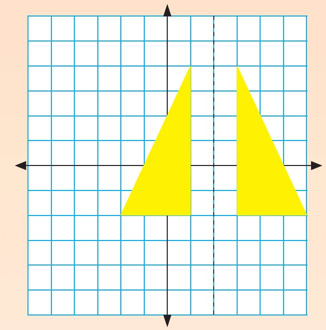
a.



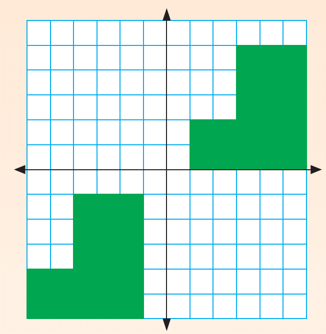
b.



c.



d.



Skryf notas oor dit wat jy moet onthou wanneer jy met transformasies op die Cartesiese vlak werk.

Probleemoplossing

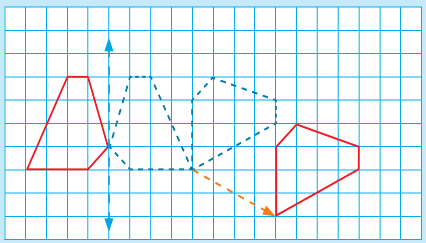
Wys refleksie, rotasie en translasie van 'n figuur op 'n Cartesiese vlak en skryf die koördinate neer.

Teken:

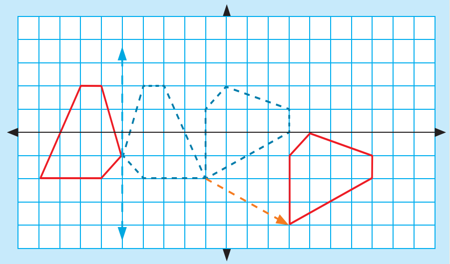
Datum:

111a Nog transformasies

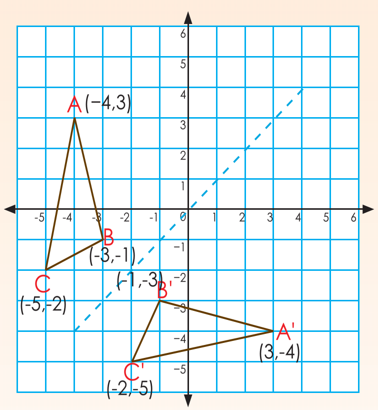
Dui aan dat die figuur en hul beelde kongruent is deur aan die hand van 'n kombinasie van transformasies te beskryf hoe die oorspronklike figuur beweeg het.



Die figuur word:
- gereflekteer, dan
- geroteer – kloksgewys deur 90° – en dan
- getransleer – 5 blokkies na links en 2 blokkies af.



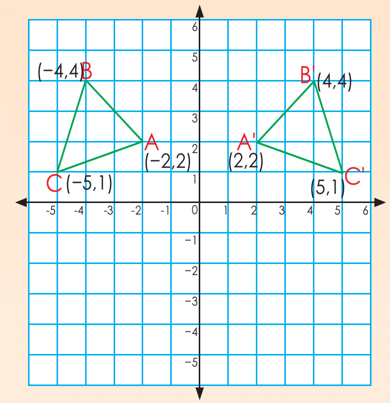
Gebruik koördinate om die transformasie te beskryf. Jy het die transformasie van links na regs beskryf; verduidelik dit nou van regs na links.



1a. Skryf die koördinate van die meetkundige figuur neer.

b. Wat merk jy op?

c. Watter tipe transformasie is dit?



2a. Skryf die koördinate van die meetkundige figuur neer.

b. Wat merk jy op?

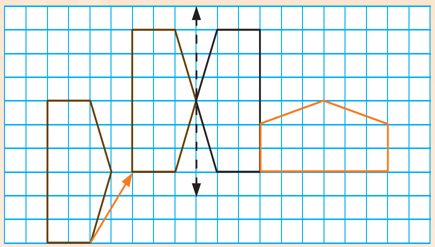
c. Watter tipe transformasie is dit?

Teken:
Datum:

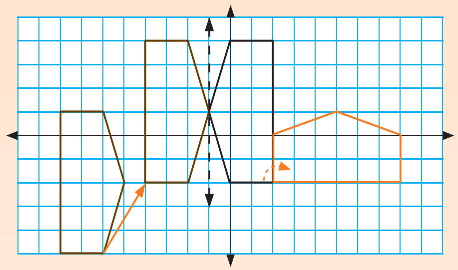
vervolg ☛

Nog transformasies vervolg

3a. Gebruik woorde om hierdie transformasie te beskryf deur by die figuur aan die linkerkant te begin.

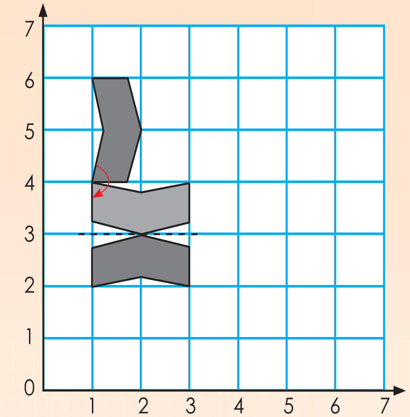


b. Gebruik nou koördinate om die transformasie te beskryf. Benoem die grafiek.



4. Beskryf die transformasie deur by die boonste figuur te begin.

a. Dui kongruente figuur aan ('n figuur en sy beeld) deur rotasie en refleksie te gebruik.
(Voorbeeld van 'n antwoord:)



Probleemoplossing

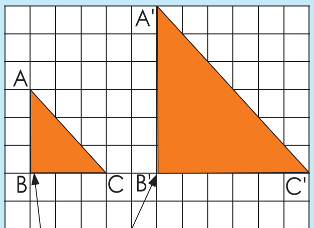
Dui 'n transformasie op die Cartesiese vlak aan deur refleksie, rotasie en translasie te gebruik. Skryf die koördinate neer.

Teken:
Datum:

112a Vergroting en verkleining

In hierdie werkblad moet jy syfers met 'n gegewe skaal faktor vergroot. Begin deur 'n middelpunt van vergroting te gebruik.

Kyk na hierdie voorbeeld en bespreek dit.



Middelpunt van vergroting

Let op na hoe ons dit skryf. Ons plaas 'n enkelafkappingsteken (') ná elke punt van die vergrote beeld.

A'B' = 2 × AB
B'C' = 2 × BC
A'C' = 2 × AC

Bereken die oppervlakte en omtrek van die
- oorspronklike driehoek
- vergrote driehoek

as een vierkant = 1 cm × 1 cm.

Oorspronklike figuur		Vergrote figuur	
Omtrek 3 cm + 3 cm + 4,24 cm = 10,24 cm omdat $AC = 3^2 + 3^2$ $= \sqrt{2 \times 3^2}$ $= \sqrt{4{,}24}$	Oppervlakte $\frac{1}{2} \times b \times h$ $= \frac{1}{2} \times 3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ $= \frac{9}{2}\text{ cm}^2$ $= 4\frac{1}{2}\text{ cm}^2$	Omtrek 6 cm + 6 cm + 8,48 cm = 20,48 cm	Oppervlakte $\frac{1}{2} \times b \times h$ $= \frac{1}{2} \times 6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ $= \frac{36}{2}\text{ cm}^2$ $= 18\text{ cm}^2$

Oppervlakte
- Oorspronklike driehoek = $4\frac{1}{2}$ cm
- Vergrote driehoek = 18 cm²

  $18\text{ cm}^2 \div 4{,}5\text{ cm}^2 = 4$

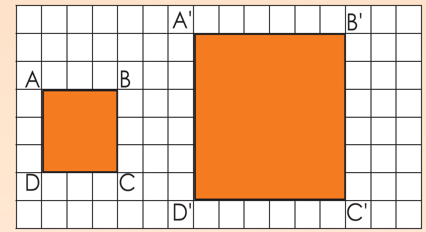
Omtrek
- Oorspronklike driehoek = 10,24 cm
- Vergrote driehoek = 20,48 cm

  10,24 cm × 2 = 20,48 cm

Die $\sqrt{4} = 2$ (omdat ons met oppervlakte werk).
Die skaalfaktor is 2.
Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting** met **skaalfaktor 2** is.

1. Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot?

a. Elke vierkant op die blokkiespapier = 1 cm x 1 cm.



A'B' = (2) × AB = 2 × 3 = 6
B'C' = (2) × BC = _____ = _____
C'D' = (2) × CD = _____ = _____
A'D' = (2) × AD = _____ = _____

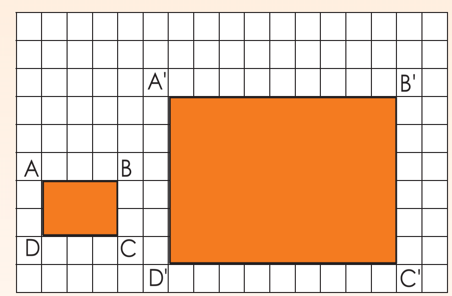
Wat is die omtrek en die oppervlakte van:
- die oorspronklike figuur?

Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________
- die vergrote figuur?

Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting** met **skaalfaktor** _____ is.

b. Elke vierkant = 1 cm × 1 cm



A'B' = (3) × AB = _____ = _____
B'C' = (3) × BC = _____ = _____
C'D' = (3) × CD = _____ = _____
A'D' = (3) × AD = _____ = _____

Wat is die omtrek en die oppervlakte van:
- die oorspronklike figuur?

Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________
- die vergrote figuur?

Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________

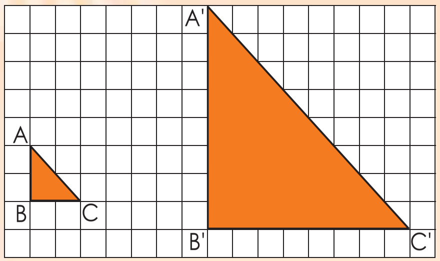
Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting** met **skaalfaktor** _____ is.

Teken:
Datum:

vervolg

112b Vergroting en verkleining vervolg

c. Elke vierkant = 1 cm × 1 cm



A'B' = 4 × AB

B'C' = 4 × BC

A'C' = 4 × AC

Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur?

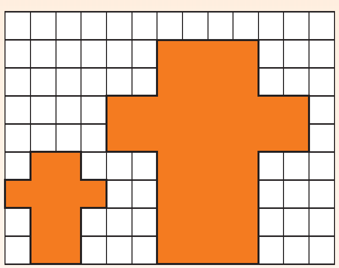
Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________

- die vergrote figuur?

Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting** met **skaalfaktor** ___ is.

d. Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot?



Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur?

Oppervlakte: ________________________

Omtrek: ________________________

- die vergrote figuur?

Oppervlakte: ________________________

Omtrek: ________________________

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting** met **skaalfaktor** ___ is.

3. Teken die vergroting.

a. 'n Vergroting met skaalfaktor 5

Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

- die oorspronklike figuur?

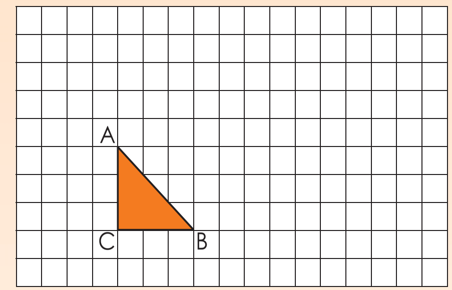
Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________

- die vergrote figuur?

Oppervlakte: ________________________ Omtrek: ________________________

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting** met **skaalfaktor** _____ is.

b. 'n Vergroting met skaalfaktor $2\frac{1}{2}$

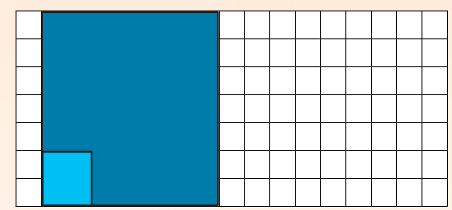


Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

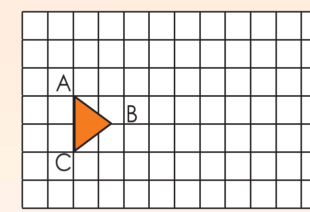
- die oorspronklike figuur?
  Oppervlakte: ____________________
  Omtrek: ____________________
- die vergrote figuur?
  Oppervlakte: ____________________
  Omtrek: ____________________

Ons sê dus dat die transformasie 'n **vergroting** met **skaalfaktor** _____ is.

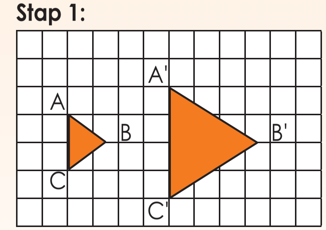
Ons kan ook 'n vergroting soos dié teken.



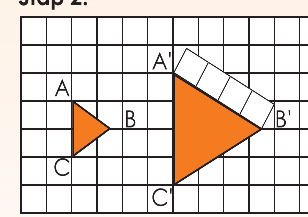
4. Teken 'n vergroting met skaalfaktor 2.



Stap 1:



Stap 2:



A'B', B'C' en A'C' is net so lank soos A'C'. Hoe kan ek dit sonder 'n liniaal meet?

____

Probleemoplossing

As ek 'n driehoek met sye gelyk aan 3 eenhede met 'n skaalfaktor 4 vergroot, wat sal die lengtes van die sye dan wees? Elke eenheid = 1 cm by 1cm. Wat is die omtrek en die oppervlakte van:

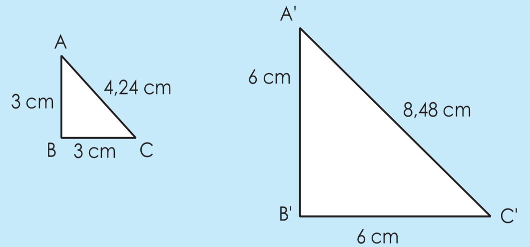
- die oorspronklike figuur?
- die vergrote figuur?

Teken:

Datum:

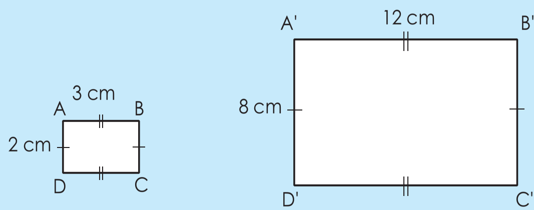
113a Nog vergroting en verkleining

Kyk na die voorbeelde. Bespreek die volgende:
Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot? (2)



Werk in pare en bereken die oppervlakte en omtrek van:
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

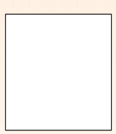
Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot? (4)



Werk in pare en bereken die oppervlakte en omtrek van:
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

1. Voltooi die volgende:

a. 2,1 cm

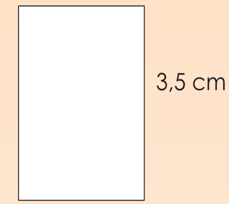


i. Vergroot met skaalfaktor 2.

ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

iii. Wat merk jy op?

b. 2,5 cm

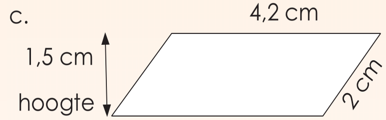


i. Vergroot met skaalfaktor 2.

ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

iii. Wat merk jy op?

c.



i. Vergroot met skaalfaktor 2.

vervolg ☛

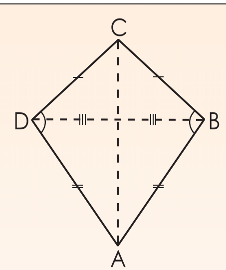
Teken:
Datum:

113b Nog vergroting en verkleining vervolg

ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

iii. Wat merk jy op?

d.



Diagonaal AC = 22,5 cm
Diagonaal BD = 16,5 cm

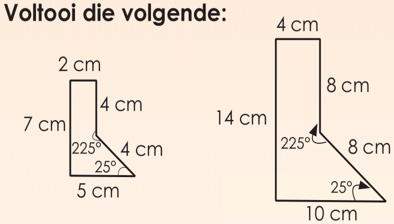
Wenk: Gebruik Pythagoras se stelling.

i. Vergroot met skaalfaktor 3.

ii. Bereken die omtrek en oppervlakte van:
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

iii. Wat merk jy op?

2. Voltooi die volgende:



a. Met watter skaalfaktor word die figuur vergroot? ___________________

b. Bereken die omtrek en oppervlakte van:
- die oorspronklike figuur
- die vergrote figuur

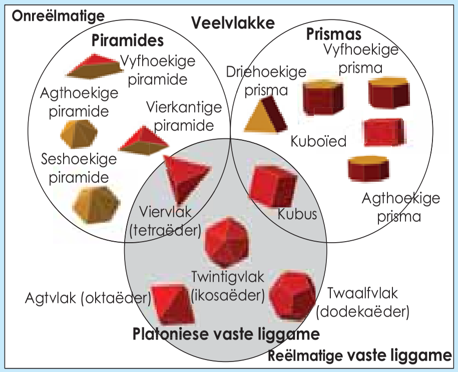
Probleemoplossing

Vergroot jou antwoord op vraag 1b met skaalfaktor 3.
Verklein jou antwoord op vraag 1b met skaalfaktor 3.
Wat merk jy op?

Teken:
Datum:

114 Poliëders (veelvlakke)

Kyk na hierdie Venn-diagram oor poliëders. Bespreek dit.



Platoniese vaste liggame: 'n Versameling van vyf reëlmatige konvekse veelvlakke (poliëders) wat almal identiese vlakke en dieselfde aantal kante het wat mekaar by elke hoekpunt sny: viervlak (tetraëder), kubus, agtvlak (oktaëder), twaalfvlak (dodekaëder) en twintigvlak (ikosaëder) (met onderskeidelik 4, 6, 8, 12 en 20 vlakke).

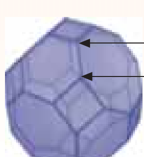
1. Wat is 'n reëlmatige veelvlak?

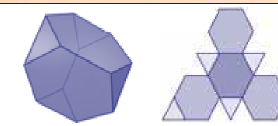
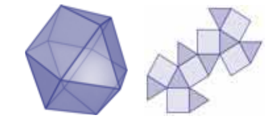
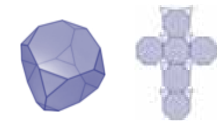
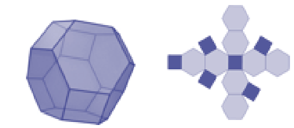
a. Hoeveel reëlmatige veelvlakke bestaan daar? ______________________

b. Uit watter poligone (veelhoeke) bestaan dit? Wat word dit genoem?

2. Wat is 'n semi-reëlmatige of Archimediese vaste liggame

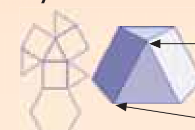
a. Kyk na hierdie voorbeelde van Archimediese vaste liggame. Wat merk jy op?

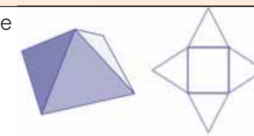
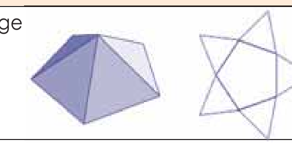
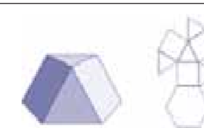
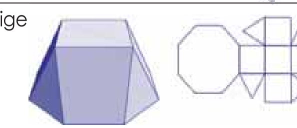


Afgekapte viervlak 	Kuboktaëder 
Afgekapte kubus 	Afgekapte agtvlak 

b. Hoekom dink jy word dit "semi-reëlmatige" vaste liggame genoem?

3. Kyk na hierdie voorbeelde van die Johnsonse vaste liggame. Wat merk jy op?



Vierkantige piramide 	Vyfhoekige piramide 
Driehoekige koepel 	Vierkantige koepel 

4. Wat is die verskil tussen Platoniese, Archimediese en Johnsonse vaste liggame?

____

____

Archimediese vaste liggame

____

____

Johnsonse vaste liggame

____

____

Probleemoplossing

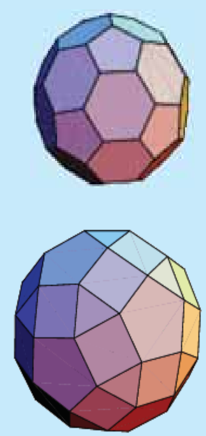
Soek na nog twee Archimediese en Johnsonse vaste liggame. Benoem en beskryf elkeen.

Teken:

Datum:

115 Veelvlakke en nieveelvlakke

Lees na oor die Archimediese en Johnsonse vaste liggame. Som dit in jou eie woorde op.

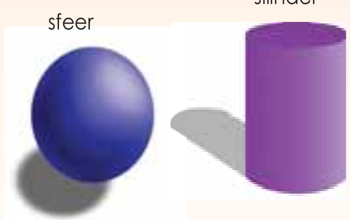


Archimediese vaste liggame
'n Versameling van 13 hoogs simmetriese, semi-reëlmatige konvekse veelvlakke wat bestaan uit twee of meer tipes niesnydende reëlmatige veelhoeke (poligone) wat mekaar by identiese hoekpunte sny met alle sye (kante) ewe lank (buiten reëlmatige prismas en anti-prismas asook die langwerpige, vierkantige, draaiende koepel (gyrobicupola)).

Johnsonse vaste liggame
'n Versameling van 92 konvekse veelvlakke met reëlmatige vlakke en gelyke kantlengtes, maar waarvan reëlmatige veelhoekvlakke mekaar **nie** by identiese hoekpunte sny nie (buiten die volkome reëlmatige Platoniese vaste liggame en die semi-reëlmatige Archimediese vaste liggame asook die groot reeks prismas en anti-prismas).)

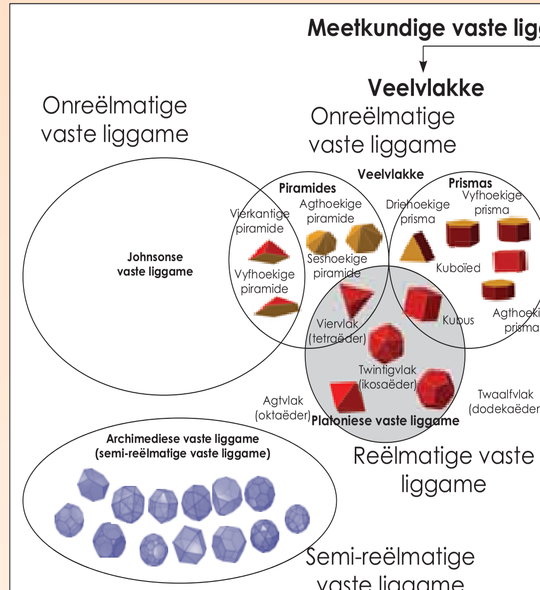
1. Hoe weet jy dat 'n oppervlak 'n platvlak is?

2a. Ons weet nou dat ons sfere, silinders en hemisfere in hul eie kategorie kan klassifiseer. Hoekom?



b. Wat dink jy is 'n hemisfeer?

3. Gebruik die diagram om die vrae te beantwoord.



Let wel: Reëlmatige beteken dat die hoekpunt dieselfde is, die kante dieselfde is en die vlakke dieselfde en reëlmatig is.

Daar is 'n spesiale naam aan die **Archimediese vaste liggame** gegee, naamlik "semi-reëlmatige vaste liggame" omdat die vlakke daarvan reëlmatig is maar nie dieselfde is nie.

Die **Johnsonse vaste liggame** het nie dieselfde vlakke nie en hul hoekpunte is ook nie dieselfde nie. Vir die doel van hierdie aktiwiteit sê ons dat dit **onreëlmatige vaste liggame** is.

a. Noem vyf reëlmatige vaste liggame.

b. Noem vyf onreëlmatige vaste liggame.

c. Noem vyf semi-reëlmatige vaste liggame.

d. Noem vyf veeelvlakke.

e. Noem drie nieveelvlakke.

Probleemoplossing

Gee vyf voorbeelde van nieveelvlakke in jou alledaagse lewe.

Teken:

Datum:

116 Reëlmatige en niereëlmatige veelvlakke en nieveelvlakke

Beskryf elkeen van die volgende:

Reëlmatige veelvlakke	Niereëlmatige veelvlakke	Nieveelvlakke

1. Dui aan of die volgende reëlmatig of onreëlmatig is.

a.  ______ b.  ______ c.  ______

d.  ______ e.  ______ f.  ______

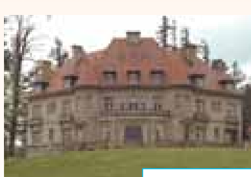
g.  ______ h.  ______ i.  ______

2 i. Identifiseer die verskillende meetkundige vaste liggame in die foto's, byvoorbeeld kubus, hemisfeer, silinder, driehoekige prisma, ensovoorts.

ii. Dui ook aan of elkeen:

- 'n reëlmatige of onreëlmatige veelvlak is of
- nie 'n veelvlak is nie

a.



i. ______________

ii. ______________

b.

i. ______________

ii. ______________

c.

i. ______________

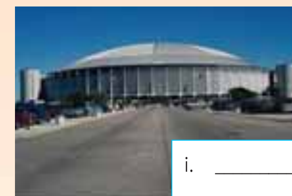
ii. ______________

d.

i. ______________

ii. ______________

e.



i. ______________

ii. ______________

f.

i. ______________

ii. ______________

g.

i. ______________

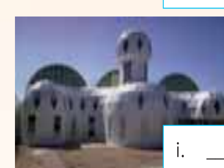
ii. ______________

h.

i. ______________

ii. ______________

i.



i. ______________

ii. ______________

Probleemoplossing

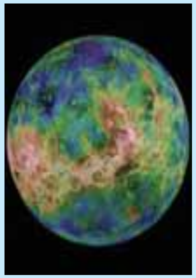
Hoekom dink jy dat 'n hemisfeer en die vaste liggame hierbo nie dieselfde is nie?

Teken:

Datum:

117 Veelvlakke en nieveelvlakke om ons

Kyk na die volgende prente. Identifiseer die meetkundige voorwerp(e) en benoem dit dan.

__________ __________ __________ __________

1. Kyk na hierdie antieke ruïnes. Wat is 'n soortgelyke kenmerk in al die prente?

a.

b.

c.

2.

a. Watter gebou is dit?

b. Watter vaste liggaam neem jy waar?

3. Ons kan die mooiste patrone in die natuur sien. Beskou die volgende patrone in die natuur en kyk of jy uit elkeen 'n veelvlak kan skep. Jy hoef nie die veelvlak te benoem nie.

Blomme

a.

b.

In die see

c.

e. **Klippe**

f. **Plante**

d.

4. Kyk na hierdie argitektoniese struktuur. Hoekom sê ons die veelvlak is konkaaf?


Probleemoplossing

Konkaaf beteken na binne gebuig en konveks beteken na buite gekrom. Verduidelik dit deur die prente in hierdie werkkaart te gebruik.

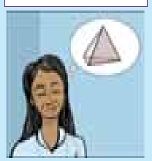
Teken:

Datum:

118 Visualiseer meetkundige voorwerpe

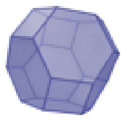
Lees, maak jou oë toe en visualiseer dit.

Verbeel jou dat jy 'n viervlak het. Verbeel jou nou dat jy twee identiese viervlakke het. Sit hulle teen mekaar. Benoem en beskryf die nuwe vaste liggaam.

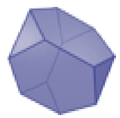


Verbeel jou dat jy 'n kubus het. Sny in jou verbeelding al die hoekpunte af. Watter Archimediese vaste liggaam het jy nou?

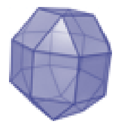
Verbeel jou dat jy 'n viervlak het. Sny in jou verbeelding al die hoekpunte af. Watter Archimediese vaste liggaam het jy nou?



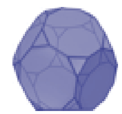
Afgekapte agtvlak



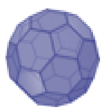
Afgekapte viervlak



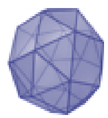
Romboëdriese kuboktaëder



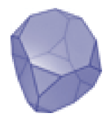
Afgekapte twaalfvlak



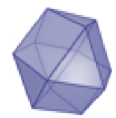
Afgekapte twintigvlak



Stomp kubus



Afgekapte kubus



Kuboktaëder

1. **Skryf al die Platoniese vaste liggame se name neer. Gee 'n beskrywing daarvan langsaan wat jy aan 'n maat voorlees. Jou maat moet dan raai watter meetkundige voorwerp dit is.**

2. **Sit die vyf Platoniese vaste liggame wat jy uit die knipmodelle uitgeknip het, op jou tafel neer. Maak 'n merkie vir elke meetkundige figuur wat jy sien uit die hoek vanwaar jy na hierdie vaste liggame kyk.**

a.

	Driehoeke				
	1	2	3	4	5
Viervlak					

b.

	Driehoeke							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Agtvlak								

c.

	Vierkante							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Kubus								

d.

	Vyfhoeke											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Twaalfvlak												

e.

	Driehoeke																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Twintigvlak																				

Werk in pare

Werk in pare en doen die volgende aktiwiteit:

Elkeen van julle moet 'n reëlmatige en onreëlmatige vaste liggaam, silinder, sfeer en enige ander meetkundige vaste liggaam maak.

Elkeen van julle moet die meetkundige vaste liggaam wat julle gemaak het, in 'n sak sit.

Een van julle bevoel dan een van die voorwerpe in die sak en beskryf dit aan jou maat, wat moet raai wat dit is.

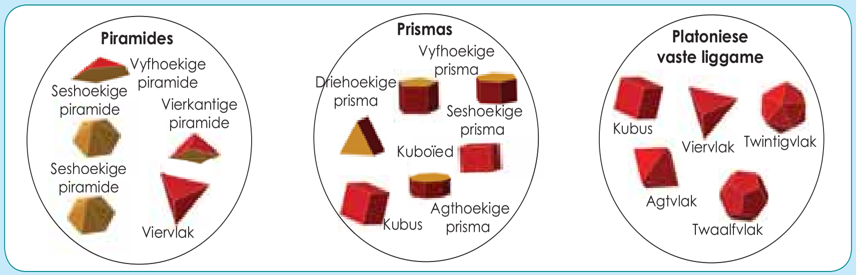
Doen dit 'n paar maal en vervang net elke keer die vaste liggaam.

Teken:

Datum:

119 Speletjie met meetkundige vaste liggame

Jy gaan in hierdie aktiwiteit die vrae vir hierdie speletjie ontwerp. Gebruik hierdie woorde om jou speelkaarte op die volgende bladsy op te stel.



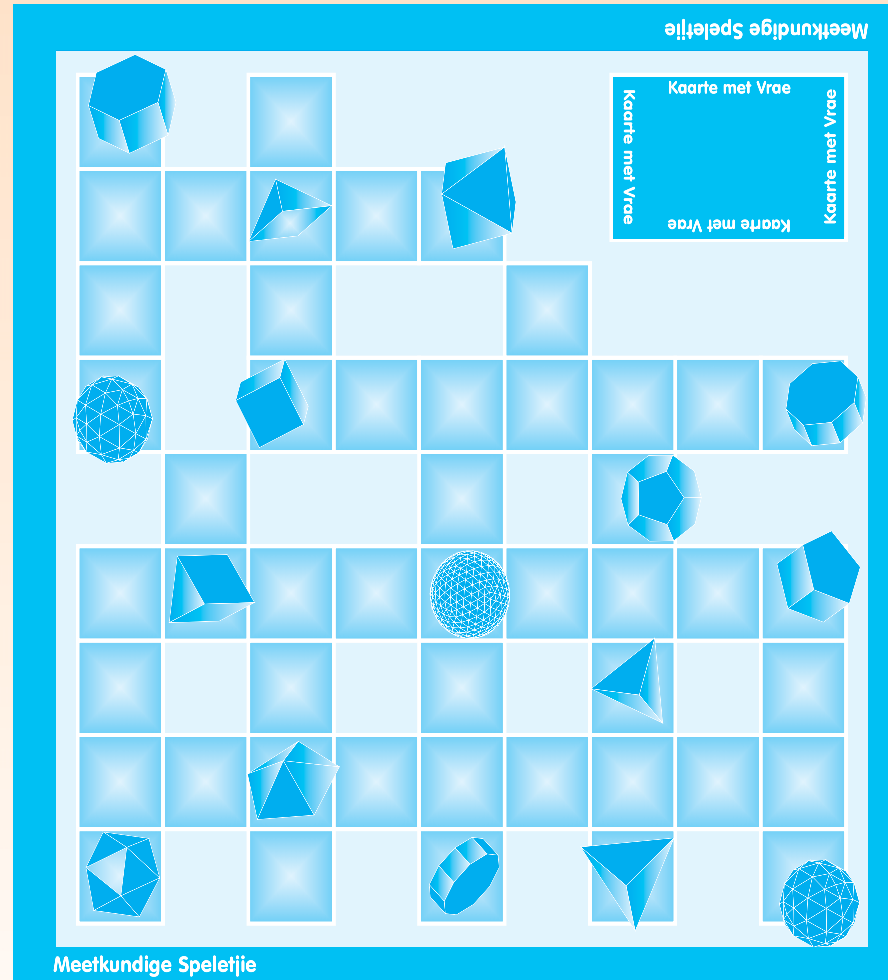
1. Lees die reëls op die speletjiesborde en skep dan die **komponente** vir jou eie speletjie.

Reëls van die Speletjie
Wat jy nodig het:

- Twee kentekens om mee te speel (gebruik enige klein voorwerpe)
- Pitte om op die getalle neer te sit
- Dobbelstene (Maak jou eie deur 'n kubuspatroon te gebruik.)
- Kaarte met vrae (Knip 'n vel papier in 32 reghoekige kaarte waarop jy die vrae skryf wat jy wil vra.)
- Speletjiesbord

Hoe om te speel:
Deel jou groep in twee spanne op.
Elke span het 'n kenteken.

- Plaas jou kenteken op enige leë vierkant. Jy kan in enige rigting beweeg.
- Gooi die dobbelstene. Die getal op die dobbelstene dui aan hoeveel plekke jy mag skuif.
- Die doel van die speletjie is om op 'n meetkundige vaste liggaam te land. Wanneer jy op 'n vaste liggaam land, tel 'n speelkaart uit die boks op. Lees die vraag agterop en beantwoord dit. Draai dan die kaart om. As jy die vraag korrek beantwoord het, mag jy die kaart hou; andersins moet jy dit aan die agterkant van pak 1, graad 9, terugsit.
- As jy die vraag korrek beantwoord het en die kaart gehou het, kan jy 'n pit op die meetkundige vorm of vaste liggaam neersit. Dit beteken dat niemand weer 'n vraag op hierdie vierkant mag beantwoord nie; dit is dus nou net soos 'n wit vierkant.
- Die volgende span speel nou.
- Jy moet altyd jou beurt afwag wanneer jy die vorige vraag beantwoord het. As jy op 'n leë vierkant land, mag jy nie weer speel nie, maar moet vir jou volgende beurt wag om weer te gooi.
- Die spel is oor sodra al die meetkundige vaste liggame met pitte bedek is.
- Onder in die hoekie van elke kaart kom 'n telling voor. Tel al die punte van die kaarte wat jy gewen het, bymekaar.



Tyd met die familie:

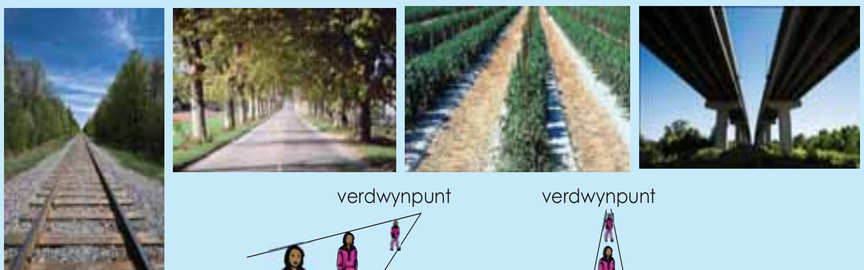
Speel n speletjie wat jy self geskep het tuis met jou familie.

Teken:
Datum:

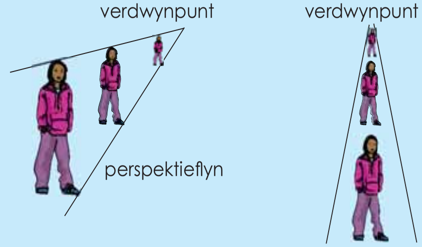
120a Perspektief

As ons die spore van bo af sou beskou, sou ons wel parallelle lyne sien.

Kyk na hierdie foto's en beantwoord dan die vrae.
Is hierdie treinspore parallel aan mekaar?



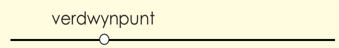
Wat is besig om met hierdie meisie te gebeur? Word sy fisies kleiner?



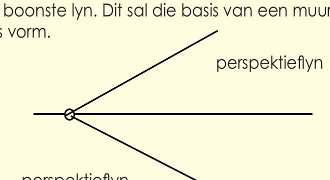
1. **Gebruik 'n potlood, 'n vel papier, 'n liniaal en 'n uitveër. Volg die instruksies en doen die volgende:**

Stap 1: Trek 'n horisontale lyn.

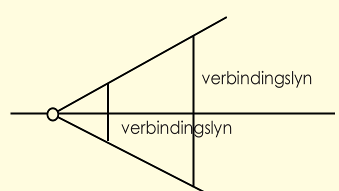
Stap 2: Kies 'n verdwynpunt.
Jy kan op enige plek op hierdie lyn 'n punt kies; dit maak nie werklik saak nie. (Jou resultate sal net verskillend lyk na gelang van waar jy die punt geplaas het.)



Stap 3: Trek perspektieflyne. (Trek die perspektieflyne liggies sodat jy dit maklik weer kan uitvee.) Trek een lyn met jou liniaal van die verdwynpunt af na buite. Hierdie lyn is die onderkant van jou gebou. Trek nou die boonste lyn. Dit sal die basis van een muur van die huis vorm.



Stap 4: Trek twee vertikale lyne wat die onderste en die boonste lyne verbind. Een muur van jou struktuur is nou klaar.



Voordat jy met stap 5 aangaan, beantwoord eers die volgende vrae:

- Is die verbindingslyne ewe lank? ____________________
- Hoekom dink jy is daar een lang en een kort lyn?

____

____

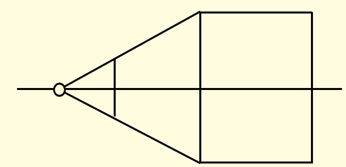
____

____

____

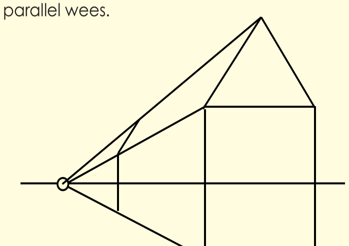
Note: Die boonste perspektieflyn beweeg verby die verbindingslyn. Vee die verlengde lyn uit omdat jy dit nie nodig het nie. Wanneer jy voorwerpe in 'n eenpuntperspektief teken, kom tekenlyne wat te lank of te kort is, algemeen voor. Jy moet maar die nodige aanpassings doen.

Stap 5: Vorm die voorkant van die perspektiefvoorwerp. Trek twee horisontale lyne ewe ver van die bokant en die onderkant van die naaste deel van die muur af. Verbind hierdie twee nuwe lyne met 'n ander vertikale lyn.

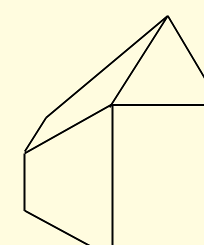


Wat jy tot dusver gedoen het, is om 'n kuboïed te teken. Jy moet dit dalk arseer sodat jy dit duideliker kan sien. Dit is wat ons 'n eenvoudige eenpuntperspektief-tekening noem.

Stap 6: Trek die dak se lyn.
Trek twee diagonale lyne vanaf die boonste hoekpunte van die voorkant van die vierkant (en skep so 'n driehoek). Trek 'n lyn vanwaar die lyne mekaar in die rigting van die verdwynpunt ontmoet. Trek nog 'n diagonale lyn wat die verste punt van die vierkant verbind met die lyn wat jy pas getrek het en wat in die rigting van die verdwynpunt beweeg. Probeer sorg dat hierdie diagonale lyn dieselfde hoek het as die lyn wat dit aan die voorkant ontmoet. Hierdie twee lyne moet parallel wees.



Stap 7: Maak die tekening netjies.
Vee enige onnodige perspektieflyne uit, byvoorbeeld die lyne wat langer is in die rigting van die verdwynpunt en die horisonlyn.



Teken:
Datum:

vervolg ☛

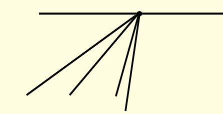
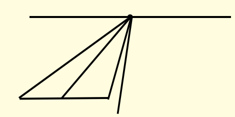
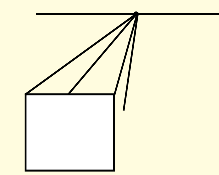
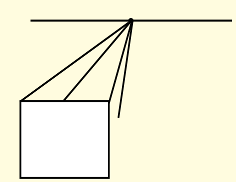
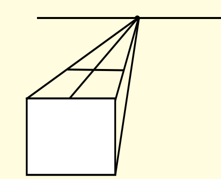
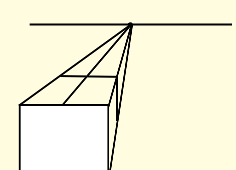
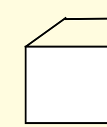
120b Perspektief vervolg

2. Pas hierdie kennis (tekenmetode) toe om iets ongeloofliks te teken. (Onthou, hoe meer jy hierdie kennis toepas, hoe beter sal jou tekening word.)

3. Kyk na die foto's. Dui die verdwynpunte en die perspektieflyne op die foto's aan.

Onthou dat ons in die vorige aktiwiteit op die eenpuntperspektief gekonsentreer het. In hierdie aktiwiteit gaan ons kyk na wat 'n tweepuntperspektief is.

4. Voordat ons die tweepuntperspektief bespreek, gaan ons 'n kubus teken deur die eenpuntperspektief te gebruik.

Stap 1: Trek die horisontale lyn en die verdwynpunt.	**Stap 2:** Trek twee pare perspektieflyne. Let op dat ons meer as twee perspektieflyne het, maar steeds net een verdwynpunt. 
Stap 3: Trek 'n horisontale lyn om drie van die perspektieflyne te verbind, soos in die tekening getoon word. 	**Stap 4:** Trek 'n vierkant deur die horisontale lyn wat in stap 3 getrek is, te gebruik. 
Stap 5: Skat waar jy dink die agterkant van die kubus gaan wees en trek dan daardie horisontale lyn. 	**Stap 6:** Verleng die perspektieflyn aan die regterkant. 
Stap 7: Trek 'n vertikale lyn van die agterkant (horisontale lyn) van die kubus af na die perspektieflyn ver aan die regterkant. 	**Stap 8:** Vee die lyne uit wat jy nie nodig het nie. 

Teken:

Datum:

vervolg ☛

120c Perspektief vervolg

5. Dui die verdwynpunt en perspektieflyne aan.

a. 

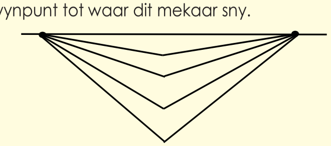
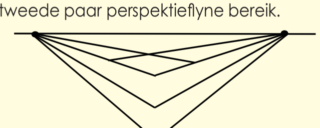
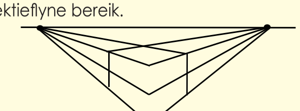
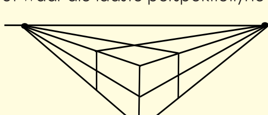
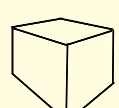
b. 

6. Kyk na hierdie twee foto's en dui die twee verdwynpunte aan.

a. 

b. 

7. Teken 'n kubus deur die tweepuntperspektief te gebruik.

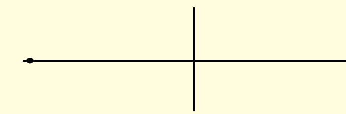
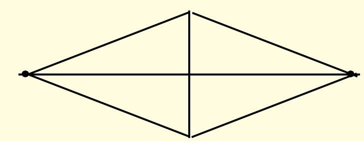
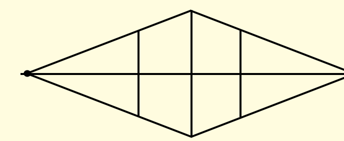
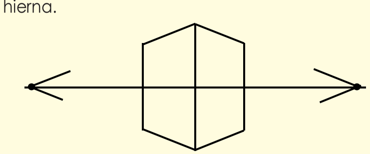
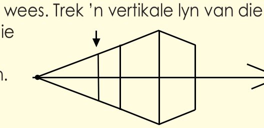
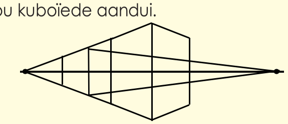
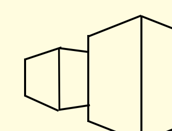
Stap 1: Trek die horisontale lyn en twee verdwynpunte.	**Stap 2:** Trek vier perspektieflyne vanaf elke verdwynpunt tot waar dit mekaar sny. 
Stap 3: Verleng die eerste twee perspektieflyne totdat dit die tweede paar perspektieflyne bereik. 	**Stap 4:** Trek vertikale lyne van waar die perspektieflyne in stap 3 ophou, tot waar dit die laaste paar perspektieflyne bereik. 
Stap 5: Trek 'n lyn van waar die tweede perspektieflyne mekaar sny, tot waar die laaste perspektieflyne mekaar sny. 	**Stap 6:** Vee die onnodige lyne uit. 

8a. Kyk na hierdie prent en dui die verdwynpunte aan.

b. Noem al die meetkundige vaste liggame waaruit hierdie gebou bestaan.

c. Uitgebreide geleentheid: Teken die kasteel hierbo deur 'n horisontale lyn, verdwynpunte, perspektieflyne, vertikale lyne, ensovoorts, te gebruik.

9. Volg die stappe om twee kuboïede te teken wat soos geboue lyk.

1. Trek 'n horisontale lyn. Tel twee verdwynpunte by.	2. Trek 'n vertikale loodlyn aan die horisontale lyn. Maak seker dat dit in die middel van die lyn is en korter is as die horisontale lyn. 
3. Trek perspektieflyne van die vertikale lyn na die verdwynpunte. Gebruik die diagram as riglyn. 	4. Trek nou twee lyne parallel aan die vertikale lyn, een aan die linkerkant en een aan die regterkant. 
5. Vee die onnodige lyne uit, soos in die tekening hierna. 	6. Jy het nou jou eerste kuboïed. Verleng weer die linkerkantse perspektieflyne. Besluit waar jy jou tweede kuboïed wil teken. Dit moet aan die linkerkant wees. Trek 'n vertikale lyn van die boonste na die onderste perspektieflyn. 
7. Verleng die perspektieflyne aan die regterkant na waar jou tweede kuboïed begin. Trek nog 'n vertikale lyn aan die linkerkant wat die ander kant van jou kuboïede aandui. 	8. Vee die lyne uit, soos in die prent getoon word. 

Uitgebreide geleentheid: Indien dit geboue was, voeg nog 'n gebou by die tekening. Maak seker dit is in perspektief.

Probleemoplossing

Maak jou eie perspektieftekening deur van perspektieflyne en 'n verdwynpunt gebruik te maak.

Teken:

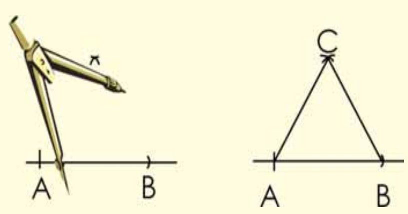
Datum:

121a Konstruering van nette

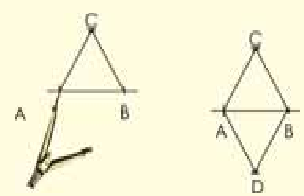
Skryf die belangrikste punte neer wat jy moet onthou wanneer jy figure konstrueer.

1. Konstrueer 'n net vir 'n viervlak

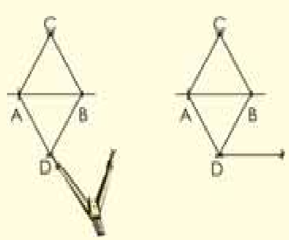
Stap 1:
Konstrueer 'n gelyksydige driehoek. Noem dit ABC.



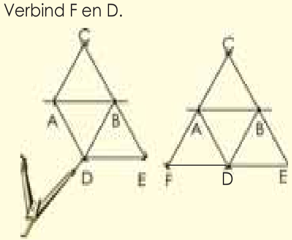
Stap 2:
Konstrueer nog 'n gelyksydige driehoek met een basis wat aan basis AB van die eerste driehoek verbind.



Stap 3:
Konstrueer nog 'n driehoek deur BD as basis te gebruik.

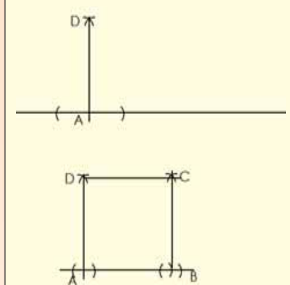


Stap 4:
Konstrueer nog 'n driehoek deur AD as basis te gebruik. Verbind F en D.

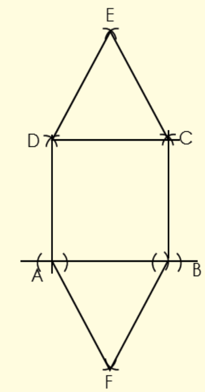


2. Konstrueer 'n net vir 'n vierkantige piramide

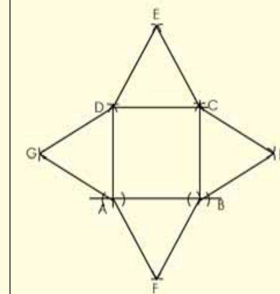
Stap 1:
Konstrueer twee loodregte lyne. AD en AB moet ewe lank wees. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer vierkant ABCD op grond hiervan.



Stap 2:
- Gebruik AB as basis en konstrueer 'n driehoek.
- Gebruik DC as basis en konstrueer 'n driehoek.



Stap 3:
- Gebruik DA as basis en konstrueer 'n driehoek.
- Gebruik BC as basis en konstrueer 'n driehoek.



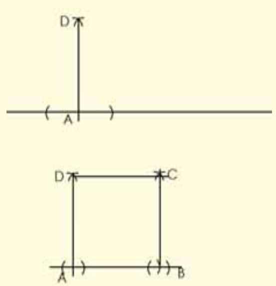
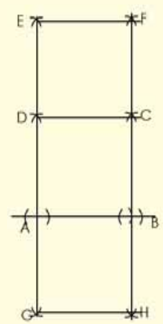
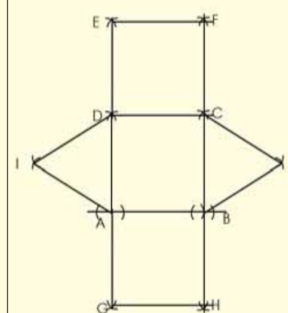
Teken:
Datum:

vervolg

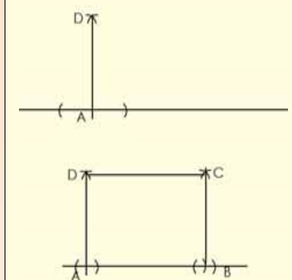
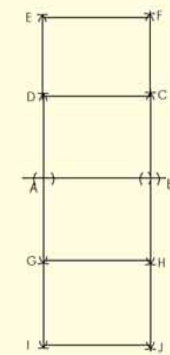
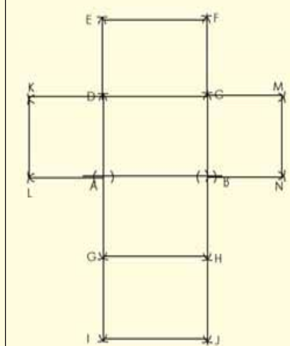
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

Konstruering van nette vervolg

3. Konstrueer 'n net vir 'n driehoekige prisma.

Stap 1:	Stap 2:	Stap 3:
Konstrueer twee loodregte lyne. AD en AB kan ewe lank wees, of die een kan langer wees om 'n reghoek te vorm. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer vierkant ABCD op grond hiervan. 	• Gebruik AB as basis en konstrueer nog 'n vierkant (of reghoek). • Gebruik DC as basis en konstrueer 'n vierkant (of reghoek). 	• Gebruik DA as basis en konstrueer 'n driehoek. • Gebruik BC as basis en konstrueer 'n driehoek. 

4. Konstrueer 'n net vir 'n reghoekige prisma.

Stap 1:	Stap 2:	Stap 3:
Konstrueer twee loodregte lyne. Die afstand tussen A en B moet langer wees as die afstand tussen D en A. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer reghoek ABCD op grond hiervan. 	• Gebruik DC as basis en konstrueer nog 'n reghoek hierbo. • Gebruik AB as basis en konstrueer nog 'n reghoek hieronder. Noem die nuwe punte G en H. • Gebruik GH as basis en konstrueer nog 'n reghoek. 	• Gebruik DA as basis om 'n vierkant te konstrueer. • Gebruik CB as basis om 'n vierkant te konstrueer. 

Doen dit

Konstrueer nou al die figure op karton, knip dit uit en maak dan die meetkundige voorwerpe.

Teken:

Datum:

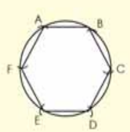
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

Nog konstrueringsnette

Jy het op die vorige werkkaart nette gekonstrueer. Watter foute het jy begaan en hoe gaan jy dit op hierdie werkkaart kan regstel?

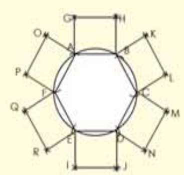
1. Konstrueer 'n seshoekige prisma.

Stap 1:
Konstrueer 'n seshoek ABCDEF.

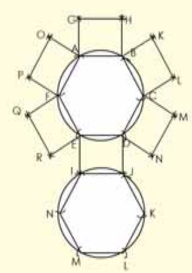


Stap 2:
- Gebruik AB as basis en konstrueer 'n reghoek.
- Gebruik BC as basis en konstrueer 'n reghoek.
- Gebruik CD as basis en konstrueer 'n reghoek.
- Gebruik DE as basis en konstrueer 'n reghoek. Noem dit EDJI.
- Gebruik EF as basis en konstrueer 'n reghoek.
- Gebruik FA as basis en konstrueer 'n reghoek.

Let wel: Die reghoeke kan ook vierkante wees.

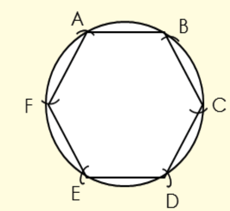


Stap 3:
- Gebruik IJ as basis om nog 'n seshoek te konstrueer.

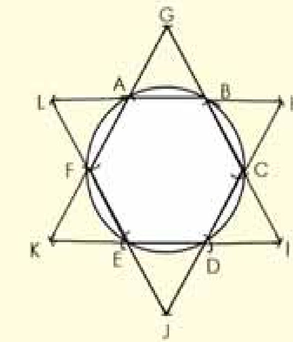


2. Konstruering van 'n seshoekige prisma

Stap 1:
Konstrueer 'n seshoek ABCDEF.



Stap 2:
- Gebruik AB as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik BC as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik CD as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik DE as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik EF as basis en konstrueer 'n driehoek
- Gebruik FA as basis en konstrueer 'n driehoek



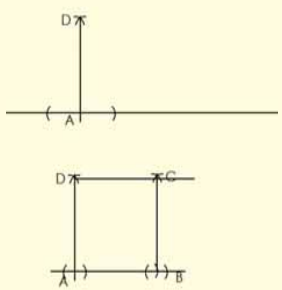
Teken:
Datum:

vervolg ☛

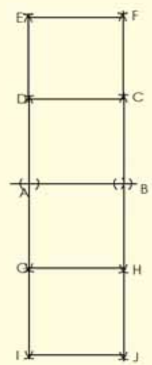
122b Nog konstrueringsnette vervolg

3. Konstrueer 'n kubus.

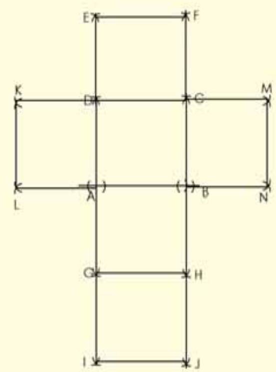
Stap 1:
Konstrueer twee loodregte lyne. Die lengte tussen A en B moet dieselfde wees as die lengte tussen D en A. Gebruik jou passer om dit te meet. Konstrueer vierkant ABCD op grond hiervan.



Stap 2:
- Gebruik DC as basis en konstrueer nog 'n vierkant.
- Gebruik AB as basis en konstrueer nog 'n vierkant. Noem die nuwe punte G en H.
- Gebruik GH as basis en konstrueer nog 'n vierkant.

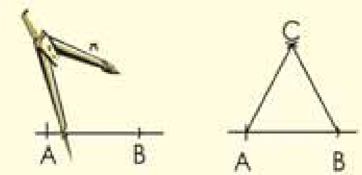


Stap 3:
- Gebruik DA as basis en konstrueer 'n vierkant.
- Gebruik CB as basis en konstrueer 'n vierkant.

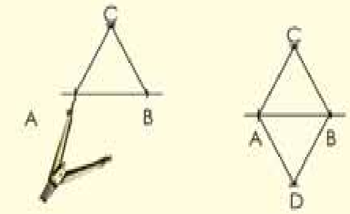


4. Konstrueer 'n agtvlak.

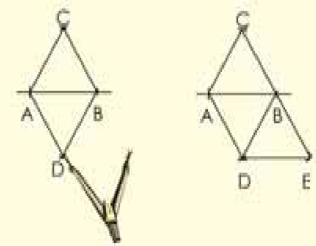
Stap 1:
Konstrueer 'n gelyksydige driehoek. Noem dit ABC.



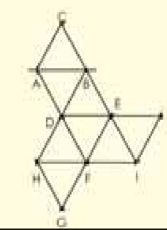
Stap 2:
Konstrueer nog 'n gelyksydige driehoek met een basis wat aan basis AB van die eerste driehoek verbind is.



Stap 3:
Konstrueer nog 'n driehoek deur BD as basis te gebruik.

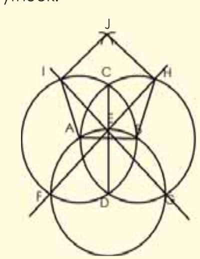


Stap 4:
Hou aan om driehoeke te konstrueer totdat jy die net voltooi het.

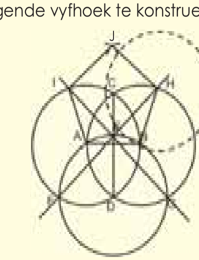


5. Konstrueer 'n net vir 'n agtvlak.

Stap 1:
Konstrueer 'n vyfhoek.



Stap 2:
Laat H die middelpunt van die volgende sirkel wees om die volgende vyfhoek te konstrueer.



Teken:

Datum:

vervolg ☛

Nog konstrueringsnette vervolg

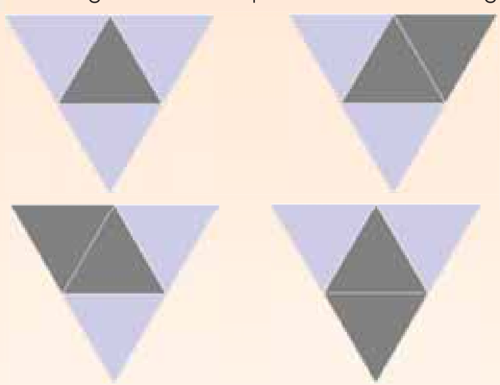
6. Projek

Jy het verskeie geleenthede gehad om stap vir stap deur konstruering te werk. Jy gaan nou in hierdie aktiwiteit jou eie meetkundige vaste liggaam kies en 'n net daarvoor ontwerp. Moenie vaste liggame kies wat vir jou te moeilik of baie maklik is om te konstrueer nie. Jy moet:

- die net ontwerp en konstrueer
- dit op karton aftrek en dan uitknip
- dit vou om 'n vaste liggaam daaruit te maak

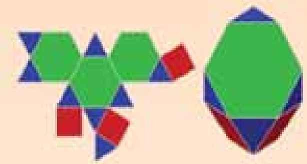
7. Vinnige aktiwiteit. Jy sak dalk nog 'n vel papier nodig he.

a. Ons weet dat 'n tetraëder 'n platoniese soliede is. Die aansigte van 'n platoniese soliede is almal kongruent. Gebruik transformasie geometrie om te wys dat al die aansigte van hierdie platoniese soliede kongruent is.



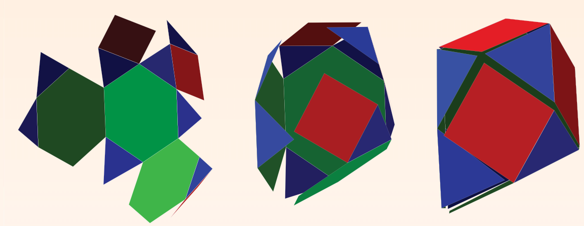
b. Beskryf die net wat jy in vraag 6 gemaak het. Staaf dit wat jy sê met 'n paar tekeninge van jou net.

c. Kyk na hierdie net vir 'n Johnsonse vaste liggaam. Verduidelik die vlakke in jou eie woorde.



d. Beskryf die vorms waaruit jou net in vraag 6 bestaan op dieselfde manier as in die voorbeeld hierbo.

e. Kyk na wat gebeur met die hoeke wanneer die net gevou word om 'n meetkundige vaste liggaam te vorm. Beskryf die hoekpunte.



f. Beskryf die hoekpunte van jou selfgemaakte net.

Teken:
Datum:

123a Dataversameling

Data is 'n versameling feite soos waardes of metings wat ons insamel om 'n probleem op te los, 'n navorsingsvraag te beantwoord of hipotese te staaf.

Data

- **kwalitatief** – *"Die hond is bruin en wit."*
- **kwantitatief**
  - **diskreet** – *"Die hond het vier bene."*
  - **kontinu** – *"Die hond weeg 25,5 kg."*

Data kan kwalitatief of kwantitatief wees.

- **Kwalitatiewe data** is beskrywende inligting (dit beskryf iets).
  Kwalitatief → Gehalte
- **Kwantitatiewe data** is numeriese inligting (getalle)
  Kwantitatief → Hoeveelheid

Voorbeeld:

Kwalitatiewe data handel oor beskrywings. Data kan waargeneem word maar nie gemeet word nie. Kleure, teksture, reuke, smake, voorkoms en skoonheid is voorbeelde hiervan.

Kwantitatiewe data handel oor getalle. Dit is data wat gemeet kan word. Lengte, hoogte, oppervlakte, volume, gewig, spoed, tyd, temperatuur, humiditeit, klankpeile, koste, lede en ouderdomme is voorbeelde hiervan.

Watter data kan jy uit 'n koppie tee insamel? Klassifiseer die data in kwalitatiewe data en kwantitatiewe data.

Kwalitatiewe	Kwantitatiewe
Voorkoms	Die gram tee wat gebruik is
Reuk	Temperatuur waarteen dit bedien word
Smaak	Koste per koppie
Bedien in 'n koppie	Grootte van koppie

Jy het in graad 8 van diskrete en kontinue data geleer. Klassifiseer die antwoorde in die vorige tabel as "kontinue data" of "diskrete data".
Wat merk jy op?
Antwoord:

Onthou:
Diskrete data is data wat slegs bepaalde waardes kan aanneem.
Kontinue data is data wat enige waarde kan aanneem.

Kwalitatiewe		Kwantitatiewe	
Voorkoms	•	Die gram tee wat gebruik is	Diskrete
Reuk	•	Temperatuur waarteen dit bedien word	Diskrete
Smaak	•	Koste per koppie	Diskrete
Bedien in 'n koppie	•	Grootte van koppie	Diskrete

Ons kan slegs **kwantitatiewe** data as diskreet of kontinu klassifiseer.

Sodra 'n navorsingshipotese gestel is, is die volgende stap om aan te dui watter metode toepaslik en effektief sal wees om data in te samel.

Data kan by verskeie bronne ingesamel word deur verskillende metodes te gebruik.

Voorbeelde van databronne:

Dokumente
- Historiese dokumente (primêre data)
- Dagboeke
- Literatuuroorsigte (sekondêre data)
- Inhoudsontledings

Waarnemings
- Deelnemende waarnemers
- Gevallestudies

Opnames
- Vraelyste
- Onderhoude
- Fokusgroepe

Eksperimentele data
- Ware eksperimentele ontwerpe
- Kwasi-ontwerpe (simulering)

Ander veldmetodes
- Fokusgroepe

Benadering van meervoudige metodes
- 'n Kombinasie van metodes

Bespreek in groepe watter data-insamelingsmetode julle sou kies om die volgende te bepaal:

a. Watter radiostasie is die gewildste in jul skool?
b. Watter radiostasie is die gewildste in jul dorp?
c. Die aartappelproduksie oor die afgelope tien jaar in Suid-Afrika
d. Die werkloosheidskoers oor die afgelope tien jaar
e. Die gunstelingmotormodel in jul buurt
f. Of al die graad 12-leerders universiteit toe sal gaan nadat hulle hul skoolloopbaan voltooi het

Teken:
Datum:

vervolg ☛

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

123b Dataversameling vervolg

1. Stel vas of die data kwalitatief of kwantitatief is:

a. Die kleure van motors op 'n perseel met gebruikte motors

b. Die nommers op die hemde van 'n meisiesokkerspan

c. Die aantal sitplekke in 'n filmteater

d. 'n Lys van huisnommers in jou straat

e. Die ouderdomme van 'n steekproef van 350 werknemers van 'n groot hospitaal.

2. Verduidelik watter sydigheid daar ter sprake is wanneer jy navorsing geheel en al aanlyn doen.

3. Identifiseer die populasie of steekproef, en beskryf en regverdig dan jou keuse van databron en data-insamelingsmetode ten einde die volgende vas te stel:

a. Die aantal huishoudings in Suid-Afrika met toegang tot die internet.

b. Die gemiddelde gewig van die mense wat die plaaslike winkel- of inkopiesentrum besoek.

Ontwerp 'n opname

Jou skool het besluit om by 'n papierherwinningsprojek betrokke te raak.

Werk 'n plan uit om tred te hou met jou skool se papierherwinningsprojek.

Waar en hoe gaan jy jou inligting verkry?

Maak seker dat elke klas die papier wat ingesamel word, soos volg sorteer: wit papier, koerante, kartonne en ander.

Jy moet data per kategorie per klas insamel om vas te stel wie die meeste papier tydens die veldtog versamel het.

Teken:

Datum:

124a Organiseer data

Hersien:

Maatstaf	Definisie	Hoe om dit te bereken	Voorbeeld Datastel: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 8
Gemiddelde	Die **gemiddelde** is die totaal van die getalle gedeel deur hoeveel getalle daar is.	Om die **gemiddelde** te bereken, moet jy al die data optel en hierdie totaal dan deur die aantal waardes in die data deel.	As ons die getalle optel, kry ons: 2 + 2 + 3 + 5 + 5 + 7 + 8 = 32 Daar is sewe waardes, dus deel jy die totaal deur 7: 32 ÷ 7 = 4.57... Die **gemiddelde** is dus 4,57.
Mediaan	Die **mediaan** is die middelwaarde in 'n reeks getalle.	Om die **mediaan** te bereken, moet jy die waardes in volgorde rangskik en dan die middelwaarde bepaal. As daar twee waardes in die middel is, dan bereken jy die gemiddelde van hierdie twee waardes.	Die getalle in volgorde: 2, 2, 3, (5), 5, 7, 8 Die middelwaarde word tussen hakies aangedui en dit is 5. Die **mediaan** is dus 5.
Modus	Die **modus** is die waarde wat die meeste voorkom.	Die **modus** is die waarde wat die meeste in die data voorkom. Dit is moontlik om meer as een modus te hê as daar meer as een waarde is wat die meeste voorkom.	Die datawaardes: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 8. Die waardes wat die meeste voorkom, is 2 en 5. Albei kom meer kere voor as enigeen van die ander datawaardes. Die **modusse** is dus 2 en 5.
Omvang	Die **omvang** is die verskil tussen die grootste en die kleinste getal.	Om die **omvang** te bereken, moet jy eers die laagste en die hoogste waardes in die data bepaal. Die omvang word bereken deur die laagste waarde van die hoogste waarde af te trek.	Die datawaardes: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 8. Die laagste waarde is 2 en die hoogste waarde is 8. As die laagste waarde van die hoogste afgetrek word, kry ons: 8 – 2 = 6. Die **omvang** is dus 6.

Die **interkwartielomvang** is die omvang van die middelste 50% van 'n verdeling.

Sowel die **variansie** as die **standaardafwyking** meet hoe ver die tellings in deursnee van die gemiddelde afwyk of verskil. Hoe groter die afwyking, hoe groter die variansie en standaardafwyking.

'n **Uitskieter** is 'n waarneming wat op 'n **abnormale afstand** van ander waardes in die datastel geleë is.

'n Groot standaardafwyking kan daarop dui dat daar uitskieters teenwoordig is. Die interkwartielmetode kan ook gebruik word om te kontroleer of daar uitskieters teenwoordig is.

Voorbeeld:

a. (25,24,5,25,15,1,17)
Antwoord:
Omvang = 24
Gemiddelde = 16
Mediaan = 17
Modus(se) = 25

Die gemiddelde is nie altyd 'n telgetal nie.

Onthou om te begin deur die data van klein na groot te rangskik.

Omvang	Gemiddelde
Omvang	Gemiddelde

b. (15,24,6,9,5,7,11)
Antwoord:
Omvang = 19
Gemiddelde = 11
Mediaan = 9
Modus(se) = geen

Omvang	Gemiddelde
Omvang	Gemiddelde

c. (17,9,26,22,26)
Antwoord:
Omvang = 17
Gemiddelde = 20
Mediaan = 22
Modus(se) = 26

Let wel: As daar 'n gelyke aantal getalle is, is die mediaan die waarde wat **halfpad tussen die middelste paar getalle** staan.

Omvang	Gemiddelde
Omvang	Gemiddelde

1. Bereken die interkwartielomvang vir die volgende datareeks:

a.

3	1	2	7	4	3	1	6

b.

26	65	80	12	15	3	7	99

Teken:
Datum:

vervolg ☛

Organiseer data vervolg

c.

150	143	103	12	145	130	165	65	8	155

2. Bereken die variansie en die standaardafwyking van die volgende datareeks:

150	143	103	12	145	130	165	65	8	155

3. Is daar enige uitskieters in die volgende datareeks? Gee 'n rede vir jou antwoord.

22	25	26	29	31	35	50

Probeer dit nou op jou eie.

Gebruik die standaardafwyking om te kontroleer of daar enige uitskieters in die volgende datareeks voorkom.

a.

40	50	40	30	170	–90	30	50	30	30

b.

12	25	36	107	8	15	–12	50	30	–30

c.

15	17	11	51	–3	20	5	16	14	12

Gebruik die interkwartiel om te kontroleer of daar enige uitskieters in die volgende datareeks is.

a.

5	20	6	5	7	8	15

b.

4	5	4	3	17	–9	3	5	3	3

c.

350	450	150	12	140	130	240	310	290	230

Teken:

Datum:

125a Som data op

Ons het gekyk na die **maatstawwe van sentrale neiging** en die maatstawwe van spreiding. Ons het ook gekyk na hoe 'n datastel wat uitgesprei is, gegroepeer moet word.

Kan jy nog onthou wat die maatstawwe van sentrale neiging is?

Modus

Gemiddelde

Mediaan

Omvang

Beskryf wat elkeen beteken.

Wat moet ons doen as ons **meer as een eienskap** (kriterium) oor dieselfde onderwerp ingesamel het?

Ons gaan op hierdie werkkaart kyk na hoe data aan die hand van meer as een kriterium georden word.

Werk in pare en voltooi die volgende:

Leerder	Geslag	Handigheid
1	Meisie	Regshandig
2	Seun	Linkshandig
3	Seun	Regshandig
4	Meisie	Regshandig
5	Meisie	Regshandig
6	Seun	Regshandig
7	Seun	Linkshandig
8	Seun	Regshandig
9	Meisie	Regshandig
10	Meisie	Linkshandig
11	Seun	Regshandig
12	Meisie	Regshandig

Ons het vir hierdie opname twee datastelle van 12 leerders in ons klas ingesamel. Ons weet of hulle seuns of meisies is en of hulle links- of regshandig is.

Beantwoord die volgende vrae:

a. Hoeveel seuns is daar in die klas?
b. Hoeveel meisies is daar in die klas?
c. Hoeveel seuns is regshandig en hoeveel is linkshandig?
d. Hoeveel meisies is regshandig en hoeveel is linkshandig?
e. Hoeveel leerders is regshandig en hoeveel is linkshandig?

	Regshandig	Linkshandig	Totaal
Seuns	4	2	6
Meisies	5	1	6
Totaal	9	3	12

Ons noem dit kruistabulering.

Was dit wel makliker om die data te lees?

Beantwoord nou die volgende vrae:

a. Hoeveel seuns is daar in die klas?
b. Hoeveel meisies is daar in die klas?
c. Hoeveel seuns is regshandig en hoeveel is linkshandig?
d. Hoeveel meisies is regshandig en hoeveel is linkshandig?
e. Hoeveel leerders is regshandig en hoeveel is linkshandig?

1. **Suzanne is besig om 'n nuwe blomtuin aan die agterkant van haar werf aan te lê. Sy het die grond voorberei vir die nuwe plante. Hier is 'n tabel met blomme wat sy in die nuwe blomtuin aangeplant het. Lees die tabel en beantwoord die vrae.**

Tipe blom	Pienk	Wit	Pers	Totaal
Affodille	16	30	0	**46**
Irisse	21	43	26	**90**
Daglelies	14	12	0	**26**
Asaleas	24	9	30	**63**
Rose	7	5	0	**12**
Totaal	**82**	**99**	**56**	

a. Wat is die totale aantal irisbolle wat Suzanne geplant het?

____

b. Hoeveel rose het Suzanne altesaam geplant?

____

c. Van watter plant het Suzanne die meeste geplant?

____

Teken:

Datum:

vervolg ☛

125b Som data op vervolg

d. Hoeveel meer wit affodille het sy geplant as pienkes?

____

e. Wat is die totale aantal pers blomme wat Suzanne geplant het?

____

f. Wat is die totale aantal rose wat sy in die tuin geplant het?

____

g. Hoeveel meer pers asaleas is daar as pienkes?

____

h. Wat is die totale aantal daglelieplante?

____

i. Wat is die totale aantal pienk blomme?

____

j. Van watter plant het sy die minste in haar tuin gebruik?

____

2. Gebruik die gunstelingkleur-tabel hierna om 'n kruistabel op te stel.

Leerder	Geslag	Kleur	Leerder	Geslag	Kleur
1	Meisie	Rooi	7	Seun	Groen
2	Seun	Blou	8	Seun	Blou
3	Seun	Geel	9	Meisie	Blou
4	Meisie	Rooi	10	Meisie	Rooi
5	Meisie	Groen	11	Seun	Geel
6	Seun	Blou	12	Meisie	Groen

Probleemoplossing

Jy het 'n opname in die gesondheidsorgsektor gemaak om uit te vind hoeveel en watter tipe gesondheidsorgwerkers daar in die stedelike en plattelandse gebiede werksaam is. Jy het jou bevindinge in die volgende tabel getabuleer:

Gesondheidsorgwerker	Geslag	Tipe	Gebied
1	Vroulik	Dokter	Plattelandse
2	Manlik	Dokter	Stedelike
3	Manlik	Verpleegster	Plattelandse
4	Vroulik	Dokter	Stedelike
5	Vroulik	Verpleegster	Stedelike
6	Manlik	Dokter	Stedelike
7	Manlik	Verpleegster	Stedelike
8	Manlik	Dokter	Plattelandse
9	Vroulik	Verpleegster	Plattelandse
10	Vroulik	Dokter	Stedelike
11	Manlik	Dokter	Plattelandse
12	Vroulik	Verpleegster	Plattelandse

Stel 'n kruistabuleringstabel op en beantwoord dan die volgende vrae.

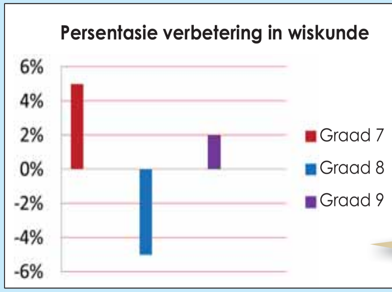
a. Hoeveel vrouedokters is in die stedelike gebied werksaam?
b. Hoeveel dokters is altesaam in die plattelandse gebied werksaam?
c. Hoeveel van die plattelandse dokters is mans en hoeveel van hulle is vroue?
d. Hoeveel mansverpleërs is daar?
e. Waar werk hierdie mansverpleërs?
f. Waar werk die meeste vrouedokters?

Teken:

Datum:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

126a Staafgrafieke



'n Staafgrafiek kan ook 'n paar negatiewe waardes hê.

Voorbeelde: Die hoeveelheid reënval op verskillende dae van die week, die gunstelingkleure van graad 8-leerders, die aantal leerders wat in 'n bepaalde akademiese jaar in verskillende grade in 'n skool ingeskryf is, ensovoorts.

Staafgrafieke word gebruik om kategoriese data te vergelyk deur van stawe gebruik te maak.

'n **Staafgrafiek** is 'n visuele aanbieding wat gebruik word om die hoeveelhede of die frekwensie van voorkoms van verskillende eienskappe van data te vergelyk.

1. Op 1 Januarie het ek geld belê in goud, silwer, platinum en palladium. Ek het my belegging in Maart verkoop. Kry die prysdata in VS-dollar in die tabel hierna.

Prys in US$	Januarie	Februarie	Maart
Goud	1327	1427	1439
Silwer	27,75	34,43	37,87
Platinum	1781	1828	1773
Palladium	806	811	766

Trek 'n staafgrafiek om die persentasie prysverandering van die dag waarop ek die beleggings gekoop het totdat ek dit verkoop het, te illustreer.

Ontleed en interpreteer jou grafiek en beantwoord dan die volgende vrae:

a. Waar dink jy kom hierdie data vandaan?

b. Hoe kan hierdie data en grafiek nuttig vir my beleggingsbesluite aangewend word?

c. Watter skaal het jy vir jou grafiek gebruik? Gee redes daarvoor.

d. Bereken die gemiddelde, modus en mediaan.

e. Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?

f. Wat is die data-omvang?

g. Wat vertel die omvang jou omtrent die data?

Teken:

Datum:

vervolg ☛

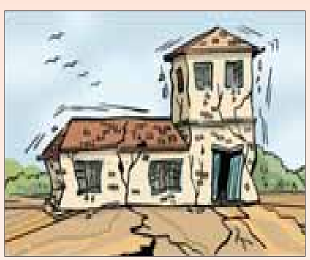
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

126b Staafgrafieke vervolg

h. Is daar enige ekstreemdata (uiters klein of groot data)? Hoekom dink jy verskil hierdie data soveel van die gemiddelde?

i. Watter belegging was die beste? Gee 'n rede vir jou antwoord.

2. 'n Wetenskaplike het die volgende data oor aardbewings op grond van 'n aardbewing in die Verenigde State opgeteken. Die seismograaf het die aardbewing op die Richterskaal gemeet.



Gebied	Lesing op die Richterskaal
William-seestraat	8.2
Sant'Andrea-eiland	8.8
Nuwe Madrid	8.6
New Cape Yakatage	7.8
Golf van Alaska	8.0

Trek 'n staafgrafiek. Ontleed en interpreteer jou grafiek en beantwoord dan die volgende vrae:

a. Waar was die aardbewing op sy ergste?

b. Hoe kan hierdie data en die grafiek vir toekomstige besluitneming nuttig wees?

c. Watter skaal het jy vir jou grafiek gebruik? Gee 'n rede.

d. Bereken die gemiddelde, modus en mediaan.

e. Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?

f. Wat is die omvang van die data?

Probleemoplossing

Die volgende data is deur 'n padongelukke-agentskap ingesamel. In die tabel word die ouderdomme van die bestuurders wat in noodlottige ongelukke betrokke was, aangedui.

Ouderdom van bestuurders betrokke by fatale ongelukke

28	27	27	26	30	31	30	31	29	28
27	26	24	22	19	19	22	23	24	24
26	27	28	29	30	30	29	28	27	27
27	27	21	26	39	42	65	16	40	53
65	42	52	26	25	25	24	56	52	27
27	28	29	30	30	29	28	22	28	35
36	53	33	36	37	26	26	41	16	19
41	18	43	26	19	23	42	25	36	18
17	22	31	42	55	35	48	26	16	49
22	36	18	26	35	31	45	22	23	19

1. Groepeer die data en trek 'n staafgrafiek.
2. Ontleed en interpreteer jou grafiek en beantwoord die volgende vrae:

a. Wat is die onafhanklike veranderlike?
b. Wat is die afhanklike veranderlike?
c. Wat vergelyk ons met hierdie grafiek?
d. Watter omvang het jy vir die klasintervalle gebruik?
e. Watter klas het die meeste ongelukke gemaak?
f. Bereken die gemiddelde, modus en mediaan.
g. Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?
h. Wat is die data-omvang?
i. Wat vertel die omvang jou van die data?
j. Kan ons hierdie data as steekproef vir die bevolking van Suid-Afrika gebruik?
k. Hoe kan jy vir enige sydigheid in jou data voorsiening maak?

Teken:
Datum:

127a Meer oor staafgrafieke

Hoe om 'n dubbelstaafgrafiek te konstrueer:

Besluit op 'n titel vir die grafiek.

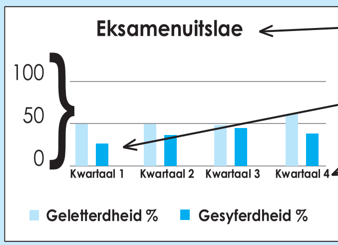
Besluit wat jou onafhanklike veranderlike en afhanklike veranderlike moet wees.

Kies 'n skaal.

Benoem die asse. Die x-as stel gewoonlik die onafhanklike veranderlike en die y-as die afhanklike veranderlike voor.

Teken die stawe.

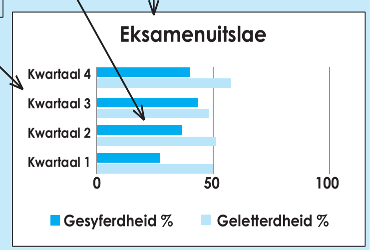
Gewoonlik is die x-as horisontaal en die getalle verteenwoordig tyd of 'n soort eenheid. Die y-as is gewoonlik vertikaal en sy getalle meet hoe die prys of 'n ander eenheid verander as gevolg van die verandering in die x-veranderlike. Soms is dit makliker om die grafiek te lees as ons die x-as vertikaal en die y-as horisontaal maak.



Titel

Afhanklike veranderlike

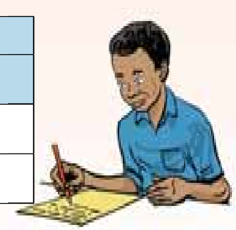
Onafhanklike veranderlike



Onthou dat die stawe altyd die waarde van die **afhanklike veranderlike** aandui.

1. In die tabel hierna word die toetsuitslae van drie van jou vakke voorgestel. Trek 'n staafgrafiek, met die onafhanklike veranderlike op die horisontale x-as. Trek dan dieselfde staafgrafiek, met die afhanklike veranderlike op die vertikale y-as.

	Eksamenuitslae		
	Wiskunde	**Wetenskap**	**Tale**
Kwartaal 2	56%	52%	58%
Kwartaal 4	65%	57%	51%



Ontleed jou data en beantwoord die volgende vrae:

a. Wat vergelyk ons in hierdie grafiek?

b. Wat kan ons oor die algemeen van die leerderuitslae sê?

2. Gebruik die volgende data en konstrueer 'n dubbelstaafgrafiek. Beantwoord dan die vrae.

Die skool se inskrywing vir graad 8- en 9-leerders van 2007 tot 2010 was soos volg:

2007: Graad 8 - 425, Graad 9 - 453
2008: Graad 8 - 431, Graad 9 - 419
2009: Graad 8 - 412, Graad 9 - 425
2010: Graad 8 - 380, Graad 9 - 414

a. Watter skaal het jy vir jou grafiek gebruik? Gee 'n rede.

Teken:

Datum:

vervolg

127b Meer oor staafgrafieke vervolg

b. Bereken die gemiddelde, modus en mediaan.

c. Vergelyk die gemiddelde, modus en mediaan vir 2007 tot 2010.

d. Wat kan hierdie antwoorde jou vertel?

e. Wat is die data-omvang?

f. Wat vertel die omvang jou van die data?

g. Hoe kan jy vir enige sydigheid in jou data voorsiening maak?

3. 'n Navorser het 25 leerders van 14-jarige tot 18-jarige ouderdom gevolg om te boekstaaf hoeveel van hierdie leerders op elke ouderdomsvlak gewerk het. Die volgende is die data wat hy ingesamel het:

14 jaar: 1 het gewerk; 24 het nie gewerk nie
15 jaar: 3 het gewerk; 22 het nie gewerk nie
16 jaar: 11 het gewerk; 14 het nie gewerk nie
17 jaar: 19 het gewerk; 6 het nie gewerk nie
18 jaar: 22 het gewerk; 3 het nie gewerk nie

Konstrueer 'n dubbelstaafgrafiek. Interpreteer jou grafiek en skryf 'n paragraaf waarin jy jou bevindinge verduidelik.

Probleemoplossing

Vra familielede, bure, klasmaats en vriende uit oor wat hul gunstelingbolaag op pizzas is. Hulle mag net twee uit die lys hierna kies. Rangskik dit as hul eerste en tweede keuse.

Lys van pizzabolae:
- Kaas
- Soetrissies
- Sampioene
- Uie
- Salami
- Wors

Instruksies:
a. Ontwerp 'n kaart om jou inligting te boekstaaf.
b. Samel data in deur van 'n opname gebruik te maak.
c. Trek 'n dubbelstaafgrafiek om inligting oor jou opname daarop te vertoon.
d. Ontleed die resultate uit die grafiek en skryf 'n paragraaf oor jou bevindinge.

Teken:
Datum:

128a Histogramme

Hersien die berekening van die intervalwydte.

Die aantal intervalle beïnvloed die patroon, vorm of spreiding van jou histogram.

Hier is twee histogramme van die volgende datastel:

57	66	73	92	77
31	60	32	22	25
45	36	49	42	56
37	88	41	54	42
57	63	59	15	62
3	32	82	48	37
78	18	39	77	97

Histogram A met 'n klasinterval van 10 en histogram B met 'n klasinterval van 40.

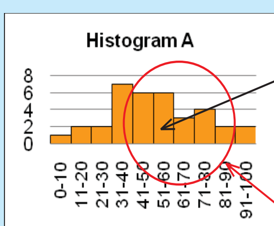
Histogram A

Klasintervalle	Frekwensie
0-10	1
11-20	2
21-30	2
31-40	7
41-50	6
51-60	6
61-70	3
71-80	4
81-90	2
91-100	2

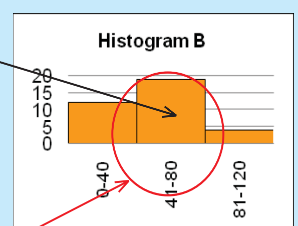
Onthou om eers 'n frekwensietabel te voltooi.

Histogram B

Klasintervalle	Frekwensie
0-40	12
41-80	19
81-120	4



Dit lyk of die **gemiddelde** omtrent hier moet wees.



Dit lyk of die hoof-spreiding omtrent hier moet wees.

1. **Beskou die volgende getalleversameling.**

92	73	66	77	93	99	106	113	119	57
22	32	60	25	19	14	9	4	–1	31
42	49	36	56	54	57	60	62	65	45
54	41	88	42	45	43	40	38	36	37
15	59	63	62	40	36	32	28	25	57
48	82	32	37	66	74	82	91	99	3
77	39	18	97	91	101	110	120	130	78
47	55	27	69	69	75	82	88	95	47
46	55	21	73	71	79	86	94	102	47
46	55	15	76	74	83	91	100	108	48
45	56	9	79	77	86	96	106	115	49
44	56	2	82	79	90	101	111	122	49
44	56	-4	85	82	94	105	117	129	50

a. Bereken die omvang.

b. Bepaal die aantal intervalle.

c. Bereken die intervalwydte en toon jou berekeninge.

d. Bepaal die intervalbeginpunte.

Teken:

Datum:

vervolg

128b Histogramme vervolg

e. Tel die aantal getalle wat tussen elke interval is en voltooi die frekwensietabel.
   Plot die data in die frekwensietabel op die histogram.

f. Voeg 'n titel en 'n byskrif daarby.

2. Gebruik die volgende data om 'n histogram te trek en ook om die gemiddelde, mediaan en modus te bepaal.

94	75	68	79	95	101	108	115	121	59	79	41	20	99	93
17	27	55	20	14	9	4	–1	–6	26	42	50	22	64	64
44	51	38	58	56	59	62	64	67	47	48	57	23	75	73
49	36	83	37	40	38	35	33	31	32	41	50	10	71	69
17	61	65	64	42	38	34	30	27	59	47	58	11	81	79
43	77	27	32	61	69	77	86	94	–2	46	58	4	84	81
80	132	122	49	104	96	51	117	108	103	112	81	88	88	98
42	90	82	43	103	95	51	124	113	70	77	78	86	92	103

Probleemoplossing

'n Spul resistors word getoets om te sien hoe naby dit aan die vervaardiger se spesifikasie van 47 ohms lê. Die data word soos volg in balies van 0,2 ohm getabuleer:

Weerstand (ohms)	Frekwensie
46,0-46,2	3
46,2-46,4	5
46,4-46,6	6
46,6-46,8	9
46,8-47,0	5
47,0-47,2	6
47,2-47,4	5
47,4-47,6	2
47,6-47,8	3
47,8-48,0	1

Vind uit wat 'n ohm is.

Trek 'n histogram van hierdie data. Skat die mediaanweerstand op grond van hierdie grafiek.

Wat kan jy oor die akkuraatheid en presisie van die vervaardiger se gespesifiseerde weerstand van 47 ohms sê?

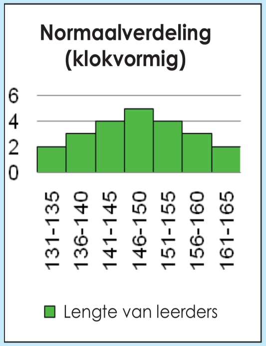
Teken:

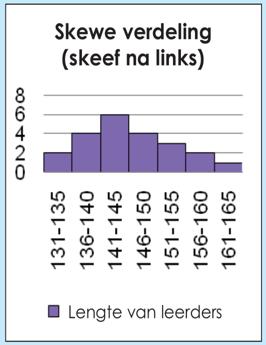
Datum:

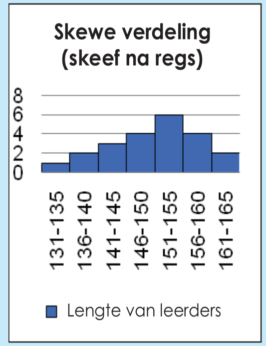
Kwartaal 4

129a Meer oor histogramme

Histogramme kan verskillende vorms aanneem. Die twee algemeenste vorms is die **klokvormige kromme**, wat ook as die **normaalverdeling** bekend staan, en die skewe verdeling.





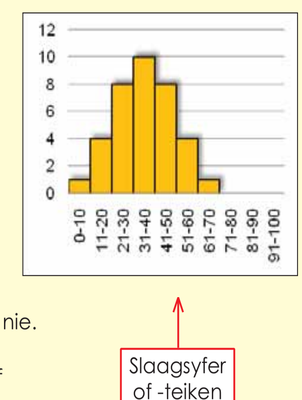


Voorbeeld:

'n Histogram voorsien 'n visuele voorstelling sodat jy kan sien waar die meeste van die metings geleë is en hoe dit uitgesprei is.

Wat dink jy sal 'n goeie verspreiding of dispersie wees? Dink na oor hierdie vraag en ontwikkel jou eie definisie van verspreiding/dispersie.

Kyk nou na hierdie histogram. In hierdie histogram lyk dit of die verdeling normaal en klokvormig is, maar is dit goed of is dit sleg?



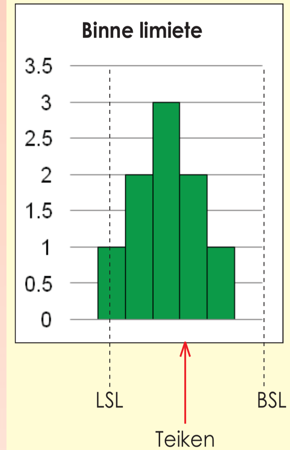
Dit hang van jou standaard of teiken af.

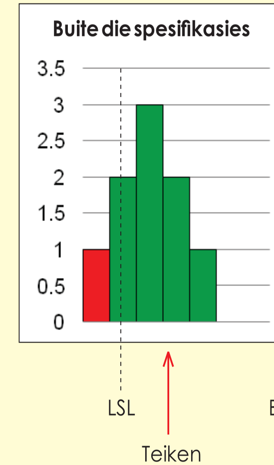
Kom ons sê dat hierdie histogram eerste jaar universiteitstudente se eksamenuitslae weergee, waar die slaagpunt 50% is. Is dit 'n "goeie" verdeling?

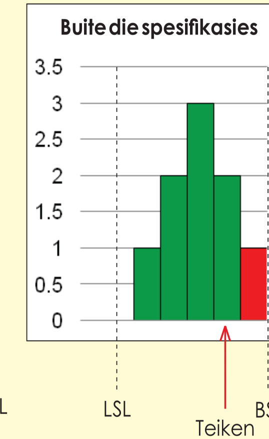
Nee, want hierdie histogram toon dat die meeste van die studente druip! Dit is dus glad nie 'n goeie verdeling nie.

Die spreiding moet altyd aan die hand van die teiken of spesifikasielimiete gemeet word.

Kyk na die volgende histogramme om te kontroleer of dit binne die spesifikasielimiete is en te sien hoe naby die spreiding aan die teiken is.







LSL – Laer spesifikasielimiet
BSL – Boonste spesifikasielimiet

1. **Jy werk by 'n gimnasium. Jy is verantwoordelik vir die halfjaarlikse liggaamstoetsgradering van persentasie liggaamsvet. Jy neem 'n ewekansige steekproef van 80 gimnasiumlede, en dit is die data wat jy ingesamel het:**

Persentasie liggaamsvet geboekstaaf									
11	22	15	7	13	20	25	12	16	19
4	14	11	16	18	32	10	16	17	10
8	11	23	14	16	10	5	21	26	10
23	12	10	16	17	24	11	20	9	13
24	10	16	18	22	15	13	19	15	24
11	20	15	13	9	18	22	16	18	9
14	20	11	19	10	17	15	12	17	11
17	11	15	11	15	16	12	28	14	13

Teken:
Datum:

vervolg

129b Meer oor histogramme vervolg

a. Hoeveel datapunte is daar?

b. Wat is die data-omvang?

c. Bepaal 'n geskikte aantal intervalle.

d. Bereken die intervalwydte – toon jou berekeninge.

e. Bepaal die intervalpunte – toon dit in 'n tabel.

f. Stip jou data op 'n histogram en voeg titels en 'n byskrif by.

g. As die teiken hoogstens 15 was, wat kan jy uit die histogram en data aflei?

Probleemoplossing

'n Vaardigheidsinstrukteur het 'n ontleding van sy studente se punte gedoen.

Dit is die data wat hy ingesamel het:

Gemiddelde punte vir die 9 mm									
160	190	155	300	280	185	250	285	200	165
175	190	210	225	275	240	170	185	215	220
270	265	255	235	170	175	185	195	200	260
180	245	270	200	200	220	265	270	250	230
255	180	260	240	245	170	205	260	215	185
255	245	210	225	225	235	230	230	195	225
230	255	235	195	220	210	235	240	200	220
195	235	230	215	225	235	225	200	245	230
220	215	225	250	220	245	195	235	225	230
210	240	215	230	220	225	200	235	215	240
220	230	225	215						

a. Hoeveel datapunte is daar?
b. Hoeveel studente het hierdie instrukteur altesaam opgelei?
c. Wat is die data-omvang?
d. Bepaal 'n geskikte aantal intervalle.
e. Bereken die intervalwydte – toon jou berekeninge.
f. Bepaal die intervalpunte – toon dit in 'n tabel.
g. Stip jou data op 'n histogram en voeg titels en 'n byskrif by.
h. As die teiken 'n punt van minstens 240 was om 'n bevoegdheidsertifikaat te verkry, wat kan jy uit die histogram en die data aflei?

Teken:

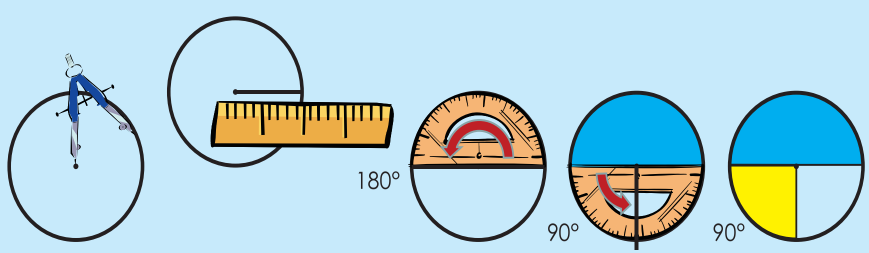
Datum:

130a Sirkeldiagramme

Hersien die sirkeldiagram en hoe om dit te teken.

Stappe:

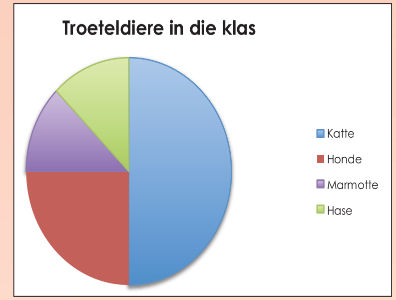
1. Herlei al jou datapunte na persentasies vir die hele datastel.
2. Herlei die persentasies na hoeke. Aangesien 'n volledige sirkel 360 grade is, vermenigvuldig dit met die persentasies om die hoek vir elke seksie van die sektor te kry.
3. Gebruik jou passer en trek 'n sirkel op 'n leë vel papier. Alhoewel dit nie regtig nodig is om 'n passer te gebruik nie, laat dit jou diagram soveel netjieser en duideliker lyk en verseker jy dat die sirkel mooi rond is.
4. Trek 'n horisontale lyn of radius van die middel na die omtrek van die sirkel deur jou liniaal (of metaalduimstok) te gebruik. Dit is die eerste basislyn.
5. Meet die grootste hoek in die data met jou gradeboog deur by die basislyn te begin en dit op die omtrek van die sirkel te merk. Gebruik jou liniaal om nog 'n radius tot by daardie punt te trek.
6. Gebruik hierdie nuwe radius as basislyn vir jou volgende grootste hoek en hou aan met hierdie proses totdat jy by die laaste datapunt uitkom. Jy hoef net die laaste hoek te meet om die waarde daarvan te bevestig, want albei lyne sal reeds getrek wees.
7. Benoem en arseer die seksies van die sirkeldiagram om die data wat vir jou gebruik belangrik is, uit te lig.

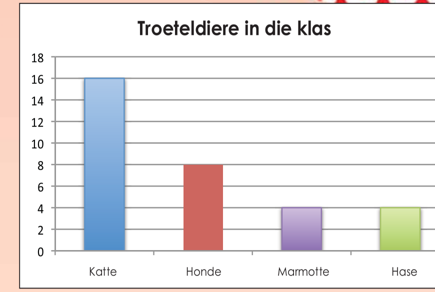


Maak seker dit kom neer op 100%.

1. **Die klas samel data in oor 'n aantal spesifieke troeteldiere van leerders en voltooi dan die volgende tabel:**

Troeteldier	Katte	Honde	Marmotte	Hase
Totale aantal	16	8	4	4





Die klas produseer twee tipes diagramme om hul data voor te stel, maar daar is foute in sowel die sirkeldiagram as die staafgrafiek. Probeer om al die foute te kry wat jy moontlik kan.

Trek die korrekte grafieke.

Skryf 'n paragraaf oor die "storie" van die grafieke.

Teken:

Datum:

vervolg ☛

130b Sirkeldiagramme vervolg

2. In die laat 1800's is mense in Afrika gegryp en na verskillende lande weggevoer om as slawe verkoop te word. In die tabel hierna word die slawe se bestemmings in persentasies aangedui.

Brits-Karibiese Eilande	25%
Brits-Noord-Amerika	5%
Hollands-Karibiese Eilande	5%
Spaans-Amerika	11%
Brasilië	34%
Frans-Karibiese Eilande	20%

Gebruik jou diagram om die volgende vrae te beantwoord:

a. Watter gebied het die grootste aantal slawe ontvang?

b. Wat was vir jou verbasend omtrent die statistiek in die sirkeldiagram?

c. Skryf 'n kort opsomming op grond van die inligting in jou diagram.

d. Verduidelik watter impak die slawehandel volgens jou op die mense wat op die vasteland agtergebly het, gehad het.

Probleemoplossing

Tienermeisie

Tienerseun

1. As 'n seun R225 per maand bestee, bereken dan hoeveel hy aan die volgende sou bestee:
   a. Kos
   b. Klere

2. As 'n meisie R210 aan klere uitgee, bereken dan hoeveel sy aan die volgende sou bestee:
   a. Kos
   b. Vermaak

Teken:

Datum:

131a Gebrokelyngrafieke

Besighede gebruik ook dikwels lyngrafieke om inligting oor winste aan te dui.

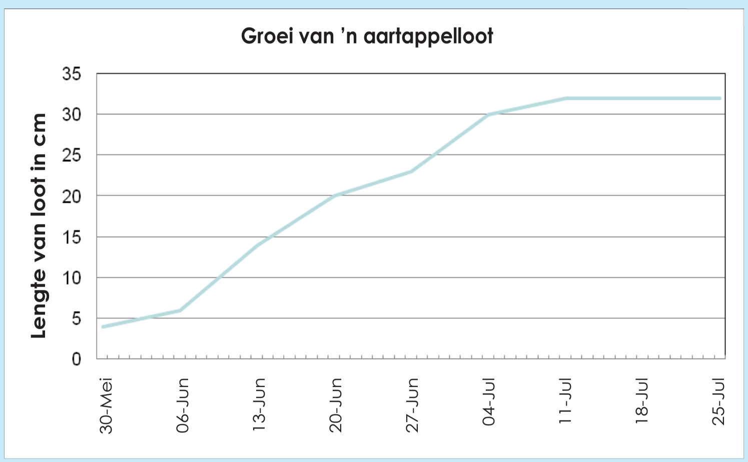
Meteoroloë gebruik lyngrafieke om maandelikse reënval aan te dui.

Lyngrafieke is nuttig, want dit dui tendense aan en die lyne kan maklik verleng word.

Dit beteken dat dit met 'n paar lyngrafieke moontlik is om die lyn te verleng ten einde aan te dui wat in die toekoms kan gebeur.

Die lyngrafiek hierna dui die groei van 'n aartappelloot met verloop van tyd aan.

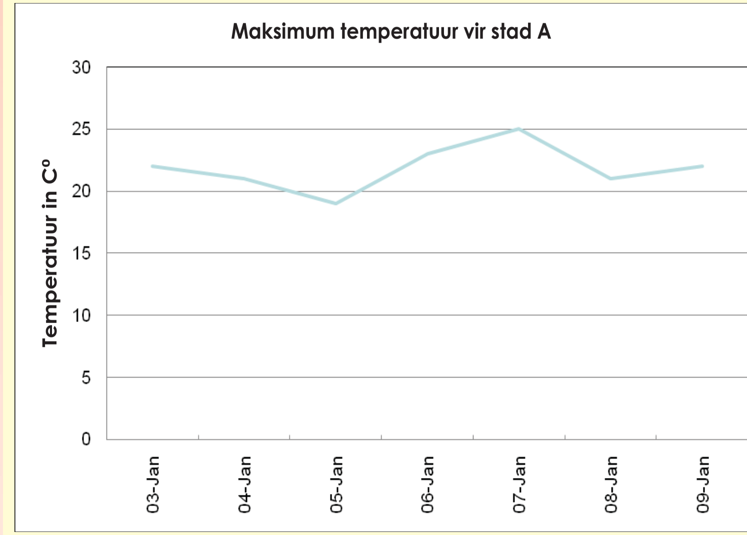
'n Lyngrafiek dui basies aan dat dit reguit boontoe gaan. Wat gebeur met hierdie grafiek?



'n Gebrokelyngrafiek het getalle oraloor.

Dit beteken eenvoudig dat dit kan opgaan sonder dat dit 'n reguitlyn hoef te wees.

Voorbeeld: Trek 'n gebrokelyn. Ons gaan 'n voorbeeld van temperature oor een week heen gebruik. Ons gaan ook elke stap beskryf.



Op 3 Januarie was dit 22 grade Celsius, op 4 Januarie het dit tot 21 grade Celsius **gedaal**, en op 5 Januarie het dit **verder** tot 19 grade Celsius **gedaal**.

Op 6 Januarie het dit tot 23 grade Celsius **gestyg** en op 7 Januarie het dit **verder** tot 25 grade Celsius **gestyg**.

Op 8 Januarie het dit van 25 grade Celsius tot 21 grade Celsius **gedaal** en op 9 Januarie het dit tot 22 grade Celsius **gestyg**.

Die grafiek gaan op en af en dui dus aan hoe die temperatuur **styg** en **daal**.

Jy moet nou die weer vir die volgende week voorspel en dan 'n grafiek daarvan trek.

Teken:

Datum:

vervolg ☛

131b Gebrokelyngrafieke vervolg

1. Hou rekord van die minimum en maksimum temperature oor twee weke heen. Trek 'n grafiek en interpreteer dit.

2. Trek 'n gebrokelyngrafiek van 'n boontjieplant se groei. Beskryf die grafiek.

Datum	Plant se Hoogte (cm)
3 September	3
10 September	6
17 September	9
24 September	15
1 Oktober	24
8 Oktober	27
15 Oktober	33
22 Oktober	36
29 Oktober	39

a. Hoe verskil hierdie grafiek van die grafiek in vraag 1?

b. Interpreteer die grafiek.

Probleemoplossing

Soek na 'n gebrokelyngrafiek in 'n koerant of op die internet. Trek dit oor en beskryf dit dan.

Teken:

Datum:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

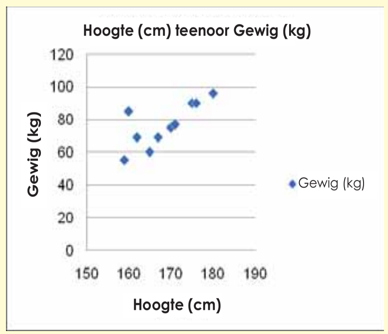
132a Spreidingstippings

'n **Spreidingsdiagram** is 'n diagram met gestipte punte wat die **verband** tussen **twee datastelle** aandui.

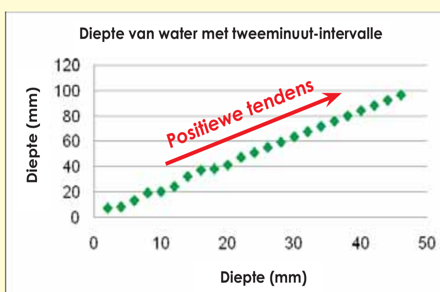
Voorbeeld:
Ons het 'n opname van die gewig en lengte van die leerders in ons klas gemaak. Die data word in die tabel hierna voorgestel:

Leerder	Hoogte (cm)	Gewig (kg)
1	180	96
2	160	85
3	175	90
4	170	75
5	162	69
6	176	90
7	171	77
8	165	60
9	167	69
10	159	55

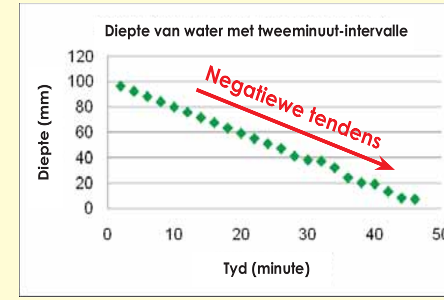
In hierdie datastel is daar:
1 onafhanklike en
2 afhanklike veranderlikes.



'n Spreidingstipping beskryf 'n **positiewe tendens** as die een stel waardes geneig is om ook te styg as die ander stel waardes styg.



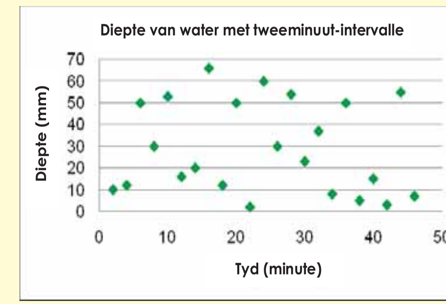
'n Spreidingstipping beskryf 'n **negatiewe tendens** indien die een stel waardes styg as die ander stel geneig is om te daal.



In die grafiek met 'n positiewe tendens kan ons tot die gevolgtrekking kom dat die gety opkom en in die grafiek met 'n negatiewe tendens kan ons tot die gevolgtrekking kom dat die gety afgaan.

As 'n spreidingstipping **geen tendens** aandui nie, is daar weinig korrelasie tussen geordende pare van die twee afhanklike veranderlikes.

As 'n spreidingstipping **geen tendens** aandui nie, is daar weinig korrelasie tussen geordende pare van die twee afhanklike veranderlikes.



1. **Trek 'n spreidingstipping om die verband tussen die ouderdom en die aantal ure wat aan speeltyd per week bestee word, te bepaal.**

Ouderdom (x)	Speeltyd (y)
6	20
7	17
8	18
9	17
10	17
11	13
12	16
14	14
15	13
16	12
17	5
18	9

Teken:
Datum:

vervolg

Spreidingstippings vervolg

2. Gebruik 'n spreidingstipping om die verband tussen die aantal werkers en die aantal dae wat vereis word om 'n taak te voltooi, te bepaal.

Aantal werkers (x)	Aantal dae (y)
2	60
3	46
4	30
5	22
6	20
7	25
8	15
9	18
10	12
11	16
12	10

Probleemoplossing

1. Bepaal die verband tussen die gemiddelde inkomste van 'n gesin per jaar (y) in duisend rand en die persentasie gesinne (x) met daardie inkomste. Stip 'n spreidingsdiagram.

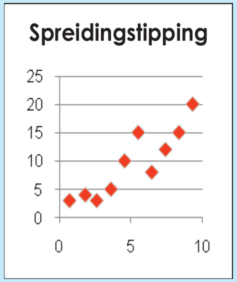
Persentasie van aantal gesinne (x)	Gemiddelde inkomste (y)
5.8	10
4.3	15
10.7	25
12.0	35
17.2	50
22.3	75
12.5	100
9.6	150
2.7	200
2.9	250

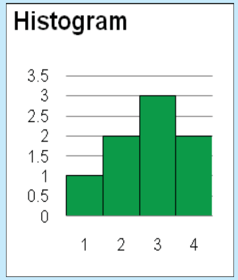
2. Trek 'n spreidingstipping vir die geordende pare.
{(0,8), (1,10), (2,19), (3,8), (4,5), (5,13), (6,17), (7,7), (8,16), (9,18)}.

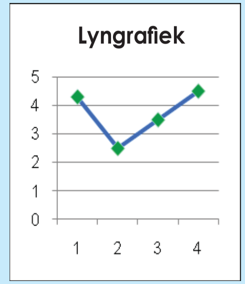
Teken:

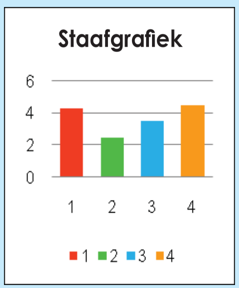
Datum:

133 Kies die regte grafiek









Praat oor die grafieke.
Wanneer sal ons hul gebruik?

1. Besluit watter tipe grafiek is die geskikste voorstelling van die data wat gegee word:

a. Twee klasse se toetspunte oor 'n hele skooljaar

b. Hoe 'n klub sy geld bestee.

c. Die aantal seuns en die aantal meisies wat die speelterrein elke dag vir een week lank gebruik.

d. Die persentasies van die verskillende chemiese elemente in seewater.

e. Die aantal winkelklante per uur op een dag.

Probleemoplossing

Beantwoord die volgende vrae. Stel dan 'n frekwensietabel op en trek 'n grafiek vir elkeen om jou antwoorde te demonstreer.

Gebruik jou grafieke om minstens twee gevolgtrekkings vir elke grafiek te maak.

a. Watter soort grafiek kan jy gebruik om verandering met verloop van tyd aan te dui?
b. As jy data oor graad 7- en graad 8-leerders se gunstelingkleure het, watter soort grafiek kan jy dan gebruik?
c. As jy data oor mense se ouderdomme het soos 0-9, 10-19, 20-29, en 30-39, watter soort grafiek kan jy dan gebruik?
d. Watter soort grafiek kan jy gebruik vir data wat dele van 'n geheel aandui?

Teken:
Datum:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

134a Verslagdoening oor data

Hersien die doel en uiteensetting van 'n navorsingsverslag.
Hier volg 'n **voorgestelde uiteensetting:**

Onthou: Voordat die leser jou gevolgtrekkings sinvol kan ag, moet hy of sy verstaan wat die doel van die navorsing was. Begin dus altyd jou verslag deur die doel van die navorsing te beskryf.

1. Doel
Dit is die algemene doel van die navorsingsprojek.

2. Hipotese
Dit is 'n spesifieke stelling of voorspelling wat jy as waar of onwaar kan bewys.

3. Plan
Watter vrae moet jy stel?
Watter data het jy nodig?
By wie gaan jy die data kry?
Hoe gaan jy dit insamel?
Hoe gaan jy dit opteken?
Hoe gaan jy seker maak die data is betroubaar?
Hoekom? Gee redes vir die keuses wat jy uitgeoefen het.

4. Ontleding
Dit is waar jy begin om betekenis aan die data te verleen.
Jy moet dalk berekeninge doen.
Vergelyk die gemiddelde en mediaan van groepe.
Kyk na die omvang – die maatstaf van hoe uitgesprei die groep is.
Jy kan frekwensie- en ander diagramme trek om data op te som.
Diagramme is geskik daarvoor om data visueel voor te stel.

Onthou jy nog die verskillende terme en hoe om dit te bereken?

5. Interpretasie
Hoe sal jy dit interpreteer? (Verduidelik die data.)

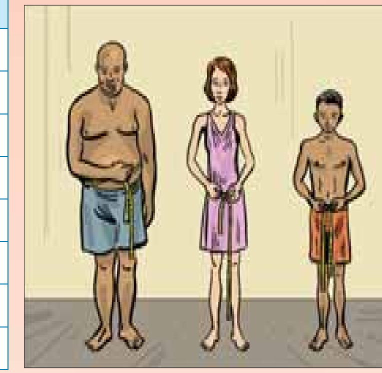
6. Gevolgtrekkings
Stem jou resultate ooreen met die hipotese?
Hoe seker is jy dat jou data en resultate akkuraat is?
Wat het skeefgeloop? Hoe het jy dit gehanteer?
Wat sou jy anders gedoen het as jy die navorsing weer moet doen?

7. Bylaes
Dit is 'n goeie gebruik om afskrifte van enige vraelyste of toetse in te sluit. Die bylaes kan ook gedetailleerde tabelle insluit wat verband hou met data wat verkry is, instruksies aan onderhoudvoerders, en so meer.

8. Verwysings
As jy enige sekondêre data of navorsing gebruik het, moet jy hier erkenning aan jou bronne verleen.

1. Gebruik die inligting uit hierdie liggaamsvetnavorsing en skryf 'n verslag waarin die data opgesom word. Maak ook gevolgtrekkings.

Liggaamsvetpersentasie opgeteken									
11	22	15	7	13	20	25	12	16	19
4	14	11	16	18	32	10	16	17	10
8	11	23	14	16	10	5	21	26	10
23	12	10	16	17	24	11	20	9	13
24	10	16	18	22	15	13	19	15	24
11	20	15	13	9	18	22	16	18	9
14	20	11	19	10	17	15	12	17	11
17	11	15	11	15	16	12	28	14	13



1. Doel

2. Hipotese

Teken:

Datum:

vervolg ☛

134b Verslagdoening oor data vervolg

3. Plan

4. Ontleding

5. Interpretasie

6. Gevolgtrekkings

7. Bylaes

8. Verwysings

Teken:

Datum:

135 Datahanteringsiklus

Datahantering

Datahantering is 'n proses waarvolgens data ingesamel, georden, voorgestel, ontleed en geïnterpreteer word.

Die visuele voorstelling van data is gewoonlik van groot belang in navorsing.

Hierdie werkopdrag sal oor twee werkkaarte strek.

Hou graad 9-seuns van aksieflieks en graad 9-meisies van romantiese flieks?

1. Kies jou navorsingspan.

Name van jou navorsingspan:

2. Wat is die doel van jou navorsing?

3. Wat is jou hipotese?

4. Vrae wat jou kan help om te beplan:

a. Watter vrae gaan jy stel?

b. Watter data het jy nodig?

c. By wie gaan jy dit kry?

d. Hoe gaan jy dit insamel?

e. Hoe gaan jy dit opteken?

f. Hoe gaan jy seker maak die data is betroubaar?

g. Hoekom? Gee redes vir die keuses wat jy uitgeoefen het.

Jou groep sal 'n geleentheid kry om jul doel, hipotese en plan aan die res van die klas aan te bied.

5. Sodra al die navorsingspanne hul planne aangebied het, sal julle geleentheid kry om jul planne te verander op grond van dit wat julle by die ander spanne gehoor het.

Onse veranderinge is:

6. Onse hersiene plan is:

Voorbereiding

Jul planne is voorgelê en nou moet julle begin om die data in te samel en op te teken.

Teken:

Datum:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

136 Meer oor die datahanteringsiklus

Tydens die werkskaart sal jy voortgaan met die datahanteringsiklus

Hou graad 9-seuns van aksieflieks en graad 9-meisies van romantiese flieks?

1. Gebruik die data wat julle ingesamel en opgeteken het om die volgende te doen:

a. Orden jul data in 'n frekwensietabel.

b. Bereken die modus, gemiddelde en mediaan.

c. Bereken die data-omvang.

d. Trek 'n stam-en-blaardiagram.

e. Stel jul data in 'n grafiek voor. Julle mag nou meer as een soort grafiek gebruik.

Interpretering van jul grafieke.

Interpreteer jul grafieke en tabelle en skryf 'n verslag deur van die volgende opskrifte gebruik te maak:

1. Doel
2. Hipotese
3. Plan
4. Ontleding
5. Interpretasie
6. Gevolgtrekkings
7. Bylaes
8. Verwysings

Teken:

Datum:

137a Nog 'n datahanteringsiklus

Datahantering

Datahantering is 'n proses waarvolgens data ingesamel, georden, voorgestel, ontleed en geïnterpreteer word.

Die visuele voorstelling van data is gewoonlik van groot belang.

Hierdie werkopdrag sal oor twee werkkaarte strek.

Is daar 'n positiewe korrelasie tussen die lengte en gewig van graad 9-seuns?

1. Kies jou navorsingspan.

Name van jou navorsingspan:

2. Wat is die doel van jul navorsing?

3. Wat is jul hipotese?

4. Vrae wat julle kan help om te beplan:

a. Watter vrae gaan julle stel?

b. Watter data het julle nodig?

c. By wie gaan julle dit kry?

d. Hoe gaan julle dit insamel?

e. Hoe gaan julle dit opteken?

f. Hoe gaan julle seker maak die data is betroubaar?

g. Hoekom? Gee redes vir die keuses wat julle uitgeoefen het.

Jul groep sal 'n geleentheid kry om jul doel, hipotese en plan aan die res van die klas aan te bied.

5. Sodra al die navorsingspanne hul planne aangebied het, sal julle geleentheid kry om jul planne te verander op grond van dit wat julle by die ander spanne gehoor het.

Onse veranderinge is:

6. Onse hersiene plan is:

Teken:

Datum:

vervolg ☛

137b Nog 'n datahanteringsiklus vervolg

7. Gebruik die data wat jy ingesamel en opgeteken het om die volgende te doen:

a. Orden jul data in 'n frekwensietabel.

b. Bereken die gemiddelde, mediaan en modus.

c. Bereken die data-omvang.

d. Trek 'n stam-en-blaardiagram.

e. Stel jul data in 'n grafiek voor. Julle mag meer as een tipe grafiek gebruik.

Opsomming van datahantering

Maak jou eie tekening waarop jy aandui dat datahantering 'n proses is.

Teken:

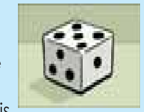
Datum:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

138 Waarskynlikheid van 'n enkelgebeurtenis en die relatiewe frekwensie daarvan

Wat is waarskynlikheid?

Waarskynlikheid is die kans dat iets sal gebeur – hoe moontlik dit is dat die een of ander gebeurtenis sal plaasvind.



Voorbeeld:

Wat is die waarskynlikheid dat 'n gewone seskantige dobbelsteen sal land met die ses na bo? Wanneer die dobbelsteen gegooi word, is daar ses moontlike kante waarop dit kan land (1,2,3,4,5 or 6). Daar is net een kant wat gelyk is aan 6 en dus is die waarskynlikheid dat die dobbelsteen op 'n 6 sal land, een uit ses, of:

$\frac{1}{6} = 16{,}6\%$

Die waarskynlikheid uitgedruk as 'n vergelyking is:

$$\textbf{Waarskynlikheid} \quad \frac{\textbf{Die aantal maniere waarop sukses behaal kan word}}{\textbf{Die totale aantal moontlike uitkomste}}$$

Wat is relatiewe frekwensie?

Relatiewe frekwensie word gebaseer op 'n aantal proeflopies en is die waargenome aantal suksesvolle gebeurtenisse vir 'n eindige steekproef van proeflopies.

Voorbeeld:

Jy en jou maat het 'n dobbelsteen 100 keer gegooi. Dit het 15 keer op 3 geland.

Die relatiewe frekwensie dat dit op 3 sal land, is:

$\frac{15}{100} = 15\%$

Die relatiewe frekwensie uitgedruk as 'n vergelyking is:

$$\textbf{Relatiewe frekwensie} = \frac{\textbf{Die aantal suksesvolle proeflopies}}{\textbf{Die totale aantal proeflopies}}$$

In hierdie voorbeeld is die verskil tussen die **waarskynlikheid** en die **relatiewe frekwensie**:

16,6% – 15% = 1,6%.

Die verskil kan wees omdat ons die dobbelsteen net 100 keer gegooi het – 'n uiters klein steekproef van proeflopies. As ons die aantal proeflopies aansienlik verhoog, sal die verskil groter wees.

1. **Daar is 9 krale in 'n sak: 3 is rooi, 3 is geel, 2 is pienk en 1 is blou. Wat is die waarskynlikheid dat jy 'n gele sal kies?**

2. **Jou maat het 'n kraal 100 keer gekies en elke keer die kraal teruggesit voordat hy die volgende een gekies het. Uit die 100 proeflopies het hy 'n groen kraal 20 keer gekies.**
   a. Wat is die relatiewe frekwensie?
   b. Wat is die verskil tussen die waarskynlikheid en die relatiewe frekwensie?
   c. Hoekom dink jy verskil die waarskynlikheid en die relatiewe frekwensie?

3. **Daar is 'n sak vol gekleurde balle: rooi, blou, groen en oranje. Balle word gekies en weer teruggesit. Johan het dit 1 000 keer gedoen en die volgende resultate behaal:**
   Aantal blou balle gekies: 300
   Aantal rooi balle gekies: 200
   Aantal groen balle gekies: 450
   Aantal oranje balle gekies: 50
   a. Wat is die waarskynlikheid dat hy 'n groen bal sal kies?
   b. As daar 100 balle in die sak is, hoeveel daarvan sal waarskynlik groen wees?

Probleemoplossing

Jan het 35 mense gevra of hulle regshandig of linkshandig was. Sewe mense het aangedui dat hulle linkshandig was. Skat die waarskynlikheid dat enige persoon wat ewekansig gekies is, linkshandig sal wees.

Teken:

Datum:

139a Fundamentele telbeginsel

Ons gaan 'n formule gebruik wat as die **fundamentele telbeginsel** bekend staan om die totale uitkomste van 'n gegewe probleem maklik te bepaal. Ons gaan eers kyk na hoe die fundamentele telbeginsel afgelei is deur 'n vrye diagram te trek.

'n Nuwe restaurant het sy deure oopgemaak en bied kombinasiemiddagetes vir R50,00 aan. Die kombinasie-ete behels dat jy een toebroodjie, een bygereg en een drankie kry. Die moontlike keuses volg hierna.

Toebroodjies: hoender, beesvleis, kaas

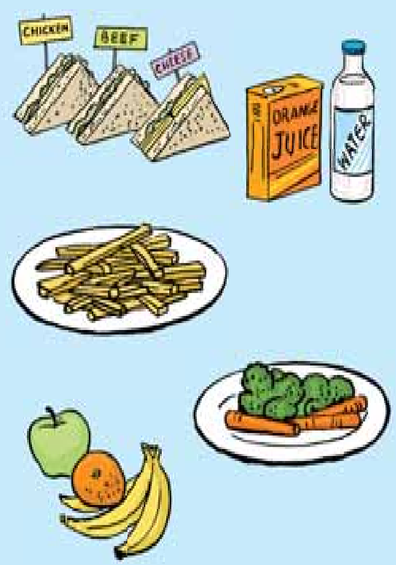
Bygereg: aartappelskyfies, groente, vrugte

Drankies: water, vrugtesap

Trek 'n waarskynlikheidsboom om die totale aantal moontlike uitkomste te bepaal.

Oplossing

- Hoendertoebroodjie
  - aartappel-skyfies
    - sap 1
    - water 2
  - groente
    - sap 3
    - water 4
  - vrugte
    - sap 5
    - water 6
- Beesvleistoebroodjie
  - aartappel-skyfies
    - sap 7
    - water 8
  - groente
    - sap 9
    - water 10
  - vrugte
    - sap 11
    - water 12
- Kaastoebroodjie
  - aartappel-skyfies
    - sap 13
    - water 14
  - groente
    - sap 15
    - water 16
  - vrugte
    - sap 17
    - water 18



Daar is 18 moontlike kombinasies.

Ons was in staat om die totale aantal moontlike uitkomste (18) te bepaal deur 'n boomdiagram te trek. Hierdie tegniek kan egter uiters tydrowend wees. Die fundamentele telbeginsel stel ons in staat om dieselfde inligting te gebruik en die totale uitkomste te bepaal deur van 'n eenvoudige berekening gebruik te maak.

Dit is moeilik om hierdie beginsel in woorde te verduidelik.

Kom ons kyk dus na hierdie voorbeeld:

- 3 toebroodjiekeuses
- 3 bygeregkeuses
- 2 drankiekeuses

3.3.2 = 18 uitkomste

1. Hoeveel kombinasies is daar?

Die Toebroodjiekoning bied 12 verskeie soorte toebroodjies en vier soorte kaas aan. Hoeveel moontlike kombinasies van toebroodjies en kaas is daar?

2. Wat is die waarskynlikheid?

a. 'n Paar dobbelstene word een keer gegooi.

i. Hoeveel moontlike uitkomste is daar?

ii. Wat is die waarskynlikheid dat 'n dubbelsyfer gegooi sal word?

b. Bepaal die waarskynlikheid dat dubbelsyfers gegooi sal word.

Teken:

Datum:

vervolg ☛

139b Fundamentele telbeginsel vervolg

Waarskynlikheidsruimtes

Wanneer daar uitgewerk word wat die waarskynlikheid is dat twee dinge sal gebeur, kan 'n waarskynlikheids-/moontlikheidsruimte getrek word.

Byvoorbeeld, as jy twee dobbelstene gooi, wat is die waarskynlikheid dat jy sal kry: 8 or 9?

Word geskryf as: P(8 or 9).

Oplossing:

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

Die waarskynlikheidsruimte toon dat, wanneer twee dobbelstene gegooi word, daar 36 verskillende moontlikhede (36 vierkante) is.

Die blou sirkel dui die maniere aan waarop 8 (a 2 en a 6, a 3 en a 5, . . .). Daar is 5 verskillende maniere.

Die rooi sirkels dui die maniere aan waarop 'n 9 gekry kan word (a 2 en a 6, a 4 en a 5, . . .). Daar is 4 verskillende maniere.

Dus:

Met 5 van hierdie moontlikhede, sal jy 8 kry. Dus P(8) = $\frac{5}{36}$

Daar is 4 maniere, dus P(9) = $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Dus, jy sal 'n 8 of 'n nege in die volgende getal kry, uit al die moontlike 36 selle in die tabel.

Daar is altesaam 9, dus P(8 or 9) = $\frac{5}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

3. Gooi twee standaarddobbelstene. Gebruik 'n tweerigtingtabel om die waarskynlikheid vir die gooi te bepaal:

a. P(3 of 8) b. P(7 of 9) c. P(6 of 5)

a.

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

b.

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

c.

		Dobbelsteen 1					
		1	2	3	4	5	6
Dobbelsteen 2	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

Verstaan ek dit?

Verduidelik die fundamentele telbeginsel in jou eie woorde.

Teken:

Datum:

140 Waarskynlikheid van saamgestelde, onafhanklike gebeurtenisse

Jy gaan op hierdie werkkaart die waarskynlikheid van twee gebeurtenisse, wat onafhanklik van mekaar plaasvind, bepaal.

Twee gebeurtenisse, A en B, is onafhanklik van mekaar as die uitkoms van A nie die uitkoms van B beïnvloed nie.

Doen die volgende voorbeelde:

'n Muntstuk word opgeskiet en 'n seskantige dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid dat die munt op sy keersy sal val en dat die dobbelsteen op 4 sal land.

Hierdie twee gebeurtenisse (die opskiet van die munt en die gooi van die dobbelsteen) is onafhanklike gebeurtenisse omdat die opskiet van die munt nie die gooi van die dobbelsteen beïnvloed nie. Die gebeurtenisse vind onafhanklik van mekaar plaas.

Oplossing: Kom ons bepaal die waarskynlikheid van elke onafhanklike gebeurtenis:

P(keersy) = $\frac{1}{2}$ Daar is slegs een "keersy" op 'n munt.
Daar is twee totale uitkomste (kopstuk en keersy).

P(4) = $\frac{1}{6}$ Daar is slegs een 4 op 'n dobbelsteen.
Daar is ses totale uitkomste op 'n dobbelsteen (1,2,3,4,5,6).

Ons moet nou die waarskynlikheid bepaal dat die munt op sy keersy sal val en dat die dobbelsteen op 4 sal land. Ons moet dus albei gebeurtenisse kombineer. Daar is 'n spesiale reël vir die berekening van onafhanklike gebeurtenisse.

Om die waarskynlikheid van twee of meer onafhanklike gebeurtenisse te bepaal wat opeenvolgend plaasvind, moet jy die waarskynlikheid van elke gebeurtenis afsonderlik bepaal en dan die antwoorde vermenigvuldig.

P(A and B) = P(A) • P(B)

Kom ons pas nou ons nuwe reël toe:

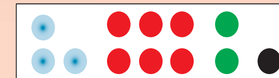
P (keersy en 'n 4) = $\frac{1}{2} \bullet \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

Die waarskynlikheid daarvan dat die munt op sy keersy sal val en dat die dobbelsteen op 4 sal land, is $\frac{1}{12}$.

1. Bepaal die waarskynlikheid van onafhanklike gebeurtenisse.

a. 'n Bottel met albasters bevat drie blou albasters, ses rooi albasters, twee groen albasters en een swart albaster. 'n Albaster word ewekansig uit die bottel gekies. Nadat dit teruggesit is, word 'n tweede albaster gekies. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende:

- P(groen en rooi)
- P(blou en swart)



12 albasters altesaam

2. 'n Standaardpak van 52 kaarte wat goed geskommel is, word aan jou gegee. Jy wil graag 'n aas, 'n skoppe en 'n vier kies, een ná die ander. Jy trek drie kaarte ewekansig op enige plek uit die pak. As dit nie 'n aas, 'n skoppe en 'n vier is nie, sit jy dit op enige plek weer terug. Wat is die waarskynlikheid dat jy 'n aas, 'n skoppe en 'n vier op hierdie manier sal kies?

Probleemoplossing

Skryf jou eie probleem rakende die waarskynlikheid van twee gebeurtenisse. Los dit op.

Teken:

Datum:

141 Waarskynlikheid van saamgestelde, afhanklike gebeurtenisse

Twee gebeurtenisse, A en B, is afhanklik van mekaar as die uitkoms van die eerste gebeurtenis die uitkoms van die tweede gebeurtenis beïnvloed.

Afhanklike gebeurtenisse word geskryf as: P(A, dan B).

'n Kaart word ewekansig uit 'n standaardpak van 52 kaarte gekies. Sonder om dit terug te sit, word 'n tweede kaart gekies. Wat is die waarskynlikheid dat albei kaarte wat gekies word, 'n heer (king) sal wees?

P (heer, dan heer)

Die formule wat gebruik word om die waarskynlikheid van afhanklike gebeurtenisse te bepaal:

P(A en B) = P(A) • P(B na A gebeur het)

Waarskynlikheid van A • Waarskynlikheid van B, gegewe dat A gebeur het.

Dit beteken dat ons die waarskynlikheid van gebeurtenis A vermenigvuldig met die waarskynlikheid van gebeurtenis B, gegewe dat A gebeur het.

Spesiale nota: Wanneer die waarskynlikheid van afhanklike gebeurtenisse bereken word, neem jy altyd aan dat die eerste gebeurtenis(se) gebeur het soos jy verwag het.

Bereken die waarskynlikheid van elke gebeurtenis:

P (heer in die pak) = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ Daar is vier here in 'n pak kaarte. Daar is 52 kaarte in die steekproefruimte.

P(heer/heer) = $\frac{3}{51} = \frac{1}{17}$ As een heer gekies word, bly daar drie oor. As een heer gekies word, bly daar net 51 kaarte oor.

P(heer, dan heer) = $\frac{1}{13} \bullet \frac{1}{17} = \frac{1}{221}$

Die waarskynlikheid dat 'n heer gekies word, dat die kaart nie teruggesit word nie en dat nog 'n heer dan gekies word $\frac{1}{221}$.

1. **By die motorbandwinkel is vyf uit elke 50 bande defektief. As jy vier bande vir jou voertuig koop en dit word ewekansig uit 'n stel van 50 nuwe bande gekies, wat is die waarskynlikheid dat al vier bande defektief sal wees?**

2. **By die motorbandwinkel is vyf uit elke 50 bande defektief. As jy vier bande vir jou voertuig koop en dit word ewekansig uit 'n stel van 50 nuwe bande gekies, wat is die waarskynlikheid dat geeneen van die bande defektief sal wees nie? (Sodra die bande gekies is, word dit nie vervang nie.)**

Probleemoplossing

Verduidelik in jou eie woorde wat onafhanklike gebeurtenisse is. Gee 'n voorbeeld.

Teken:

Datum:

142 Waarskynlikheid van saamgestelde, onderling uitsluitende gebeurtenisse

Saamgestelde gebeurtenisse kan verder geklassifiseer word as onderling uitsluitend of onderling insluitend. Die waarskynlikheid word verskillend vir elkeen bereken, en op hierdie werkkaart gaan ons na onderling uitsluitende gebeurtenisse kyk.

Saamgestelde gebeurtenisse wat onderling uitsluitend is:

Wanneer twee gebeurtenisse nie tegelykertyd kan plaasvind nie, is dit onderling uitsluitende gebeurtenisse.

Voorbeeld:

Jy het 'n dobbelsteen en jy word versoek om die waarskynlikheid te bepaal dat 'n 1 of 'n 2 gegooi sal word. Jy weet dat, wanneer jy die dobbelsteen gooi, dit net op een van hierdie getalle kan land en nie op albei nie. Hierdie gebeurtenisse is dus onderling uitsluitend van mekaar..

Onderling uitsluitende gebeurtenisse (gebeurtenisse wat nie tegelykertyd kan plaasvind nie)

P(A or B) = P(A) + P(B)

Let wel: Met hierdie formule **tel** jy die waarskynlikhede van elke gebeurtenisse op en jy vermenigvuldig dit nie.

Doen die volgende voorbeeld oor onderling uitsluitende gebeurtenisse in jou werkboek. Jy het 'n 10-kantige dobbelsteen. Die dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende gebeurtenisse:

P(4 of 8)

Bepaal die waarskynlikheid dat 'n 4 of 'n 8 gegooi sal word. Hierdie twee gebeurtenisse kan nie tegelykertyd plaasvind nie.

Stap 1: Bepaal die waarskynlikheid van elke gebeurtenis onafhanklik.

$P(4) = \frac{1}{10}$ Daar is een 4 op die dobbelsteen.
Daar is 10 uitkomste op die dobbelsteen.

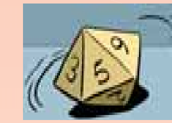
$P(8) = \frac{1}{10}$ Daar is een 8 op die dobbelsteen.
Daar is 10 uitkomste op die dobbelsteen.

Stap 2: Tel die waarskynlikheid van elke individuele gebeurtenis op.

$P\ (4 \text{ of } 8) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Die waarskynlikheid om 'n 4 of 'n 8 op 'n 10-kantige dobbelsteen te gooi, is $\frac{1}{5}$.

1. Jy het 'n 10-kantige dobbelsteen. Die dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende:



a. P(5 of 'n ewe getal)
b. P(4 or 7)
c. P(6 of 'n onewe getal)
d. P(8 of 9)

2. Bepaal die waarskynlikheid. Gebruik 'n standaardpak kaarte en bepaal die waarskynlikheid van:

a. P(boer of heer)
b. P(boer of 'n skoppe)

Probleemoplossing

Gee drie voorbeelde van die waarskynlikheid van saamgestelde, onderling uitsluitende gebeurtenisse.

Teken:

Datum:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

143 Waarskynlikheid van saamgestelde, onderling insluitende gebeurtenisse

Saamgestelde gebeurtenisse kan verder as onderling uitsluitend of onderling insluitend geklassifiseer word. Die waarskynlikheid word verskillend vir elkeen bereken.

Op hierdie werkkaart gaan ons na onderling insluitende gebeurtenisse kyk.

Saamgestelde gebeurtenisse wat onderling insluitend is:

Dit is wanneer een gebeurtenis op dieselfde tyd plaasvind as wat 'n ander gebeurtenis plaasvind.

Voorbeeld: Trek 'n rooi heer pak uit 'n pak van kaarte

Ons trek 'n enkele kaart uit 'n standaardpak van 52 kaarte. As ons wil weet wat die waarskynlikheid is dat ons 'n heer of 'n rooi kaart sal trek, sou dit moontlik wees om 'n enkele kaart te trek wat aan albei kriteria voldoen, want daar is rooi here in die pak. Hierdie gebeurtenisse is dus onderling insluitend van mekaar.

Onderling insluitende gebeurtenisse (gebeurtenisse wat tegelykertyd plaasvind)

P(A or B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

Let wel: Die vergelyking is verskillend omdat ons moet aftrek P(A en B). Sodra ons uitvind wat die waarskynlikheid is dat ons 'n heer sal trek, tel ons die vier here in die waarskynlikheid.

Sodra ons uitvind wat die waarskynlikheid is dat ons 'n rooi kaart sal trek, sluit ons twee van die here in die 26 rooi kaarte in die pak in.

Ons het die hartensheer en die ruitensheer twee keer getel.

Ons moet dus een van die paar here wat in die uitkoms getel is, aftrek.

Gebruik hierdie voorbeeld om onderling insluitende gebeurtenisse in jou skryfboek te doen.

Stap 1: Bepaal die waarskynlikheid van elke gebeurtenis onafhanklik.

P(heer) = $\frac{4}{52}$ Daar is vier here in die pak.
Daar is 52 kaarte in die pak.

P(rooi)= $\frac{26}{52}$ Daar is 26 rooi kaarte in die pak.
Daar is 52 kaarte in die pak.

Stap 2: Tel die waarskynlikheid van elke individuele gebeurtenis op.

P(heer of rooi) = $\frac{4}{52} + \frac{26}{52} = \frac{30}{52} = \frac{15}{26}$

Maar ons het die hartensheer en die ruitensheer twee keer getel.

Stap 3: Bepaal die waarskynlikheid dat albei kriteria sal voorkom.

P(heer) = $\frac{2}{52}$ Daar is twee rooi here in die pak (hartensheer en ruitensheer).
Daar is 52 kaarte in die pak.

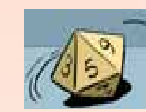
Stap 4: Trek die dubbeloptelling af.

P (heer en rooi) = P(heer) + P(rooi) – P (heer en rooi)

P(heer en rooi) = $\frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{2}{52} = \frac{20}{52} = \frac{7}{13}$

Die waarskynlikheid dat 'n rooi heer uit 'n standaardpak kaarte getrek sal word, is 7 uit 13, of $\frac{7}{13}$ of 53 %.

1. Jy het 'n 10-kantige dobbelsteen. Die dobbelsteen word gegooi. Bepaal die waarskynlikheid van die volgende:



a. P(5 of 'n onewe getal)
b. P(onewe of priemgetal)
c. P(8 of ewe getal)

Probleemoplossing

Instruksies: Bepaal eers of die gebeurtenis uitsluitend of insluitend is. Bepaal dan die waarskynlikheid. Deur 'n standaardpak kaarte te gebruik, bepaal die waarskynlikheid van:

P (boer of heer)

P (boer of 'n skoppe)

Teken:

Datum:

144 Hersieningskaart

In hierdie tabelle word inligting aan jou voorsien oor waar jy jou werk moet hersien.

Hier gaan ons **getalle, bewerkings en verwantskappe** hersien.

Getallebewerkings en verwantskapsbegrippe	Werkkaartnommers	Het jy ondersteuning nodig? ✔ indien Ja.
Telgetalle	R1, R10,77,78,79,80	
Eksponente	21,22,23,24,25,26	
Heelgetalle	In verskeie werkskaarte geïntegreer.	
Breuke	**Gewone breuke:** R5,11,12,13,14,15 **Desimale breuke:** R6,16,18,19,20	
Veelvoude en faktore	R2,2	
Eienskappe van getalle	1,10	
Finansiële wiskunde	6,7,8,9	
Verhouding en koers	3,4	

Hier gaan ons **patrone, funksies en algebra** hersien.

Patrone, funksies en algebra	Werkkaartnommers	Het jy ondersteuning nodig? ✔ indien Ja.
Funksies en verwantskappe	R7,28,65,66,67,68,69	
Numeriese en meetkundige patrone	27,28	
Algebraïese uitdrukkings	R8,29,30,31,33,34,35,36,37,38,70, 71, 72,73,74,75,76,77,78,79,80	
Algebraïese vergelykings	81,82,83,84,85,86,87	
Grafieke	R9,88,89,90,91,92,93,94,95,96, 97, 98, 99	

Hier gaan ons **vorm en ruimte (meetkunde)** hersien.

Vorm en ruimte (meetkunde)	Werkkaartnommers	Het jy ondersteuning nodig? ✔ indien Ja.
Die konstruksie van meetkundige figure	R11,39,40,41,42,43,44,45,46	
Meetkunde van tweedimensionele vorms	47,48,49,50,51,52	
Meetkunde van reguitlyne	53,54,55,56	
Transformasiemeetkunde	R12,57,105,106,107,108,109,110,111, 112, 113	
Meetkunde van driedimensionele voorwerpe	R13,114,115,116,117,118,119,120, 121,122	

Hier gaan ons **meting** hersien.

Meting	Werkkaartnommers	Het jy ondersteuning nodig? ✔ indien Ja.
Oppervlakte en omtrek van tweedimensionele vorms	R14,60,61,62,63	
Pythagoras se stelling	58,59	
Buite-oppervlakte en volume van driedimensionele voorwerpe	R15,100,101,102,103,104	

Hier gaan ons **datahantering** hersien.

Datahantering	Werkkaartnommers	Het jy ondersteuning nodig? ✔ indien Ja.
Samel data in, orden dit en som dit op.	R16,123,124,125,137	
Stel data voor.	126,127,128,129,130,131,132,137	
Ontleed, interpreteer en doen verslag oor data.	133,134,135,137	
Waarskynlikheid	138,139,140,141	

Wat verstaan jy nou?

Nadat jy al hierdie werkkaarte hersien het, vertel dan jou onderwyser en/of jou maats wat jy nou verstaan wat jy nie voorheen begryp het nie.

Teken:

Datum: